



**HAL**  
open science

# Méthodes d'analyse en variables latentes fondées sur la parcimonie et/ou la faiblesse de rang. Application aux problèmes inverses multivariés

Matthieu Puigt

► **To cite this version:**

Matthieu Puigt. Méthodes d'analyse en variables latentes fondées sur la parcimonie et/ou la faiblesse de rang. Application aux problèmes inverses multivariés. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université du Littoral Côte d'Opale, 2023. tel-04119788v2

**HAL Id: tel-04119788**

**<https://ulco.hal.science/tel-04119788v2>**

Submitted on 3 Sep 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# Mémoire

*Mention Sciences et technologies de l'information et de la communication  
Spécialité Traitement du signal et des images*

présenté à l'École Doctorale en Sciences Technologie et Santé (ED 585)

de l'Université du Littoral Côte d'Opale

par

**Matthieu PUIGT**

pour obtenir l'Habilitation à Diriger des Recherches

*Méthodes d'analyse en variables latentes fondées sur la parcimonie et/ou la faiblesse de rang. Application aux problèmes inverses multivariés*

Soutenu le 28/03/2023, après avis des rapporteurs, devant le jury d'examen :

|  |             |
|--|-------------|
| M. R. Boyer, Professeur, Université de Lille, CRIStAL, Lille     | Rapporteur  |
| M. S. Canu, Professeur, INSA Rouen Normandie, LITIS, Rouen       | Rapporteur  |
| M <sup>me</sup> C. Chaux, DR CNRS, IPAL IRL CNRS 2955, Singapour | Rapporteur  |
| M. N. Gillis, Professeur, Université de Mons, Belgique           | Président   |
| M. S. Moussaoui, Professeur, Centrale Nantes, LS2N, Nantes       | Examinateur |
| M. G. Roussel, Professeur, ULCO, LISIC, Calais / Longuenesse     | Examinateur |





*A Sophie, Zoée et Maëllie*



# Résumé

Dans de nombreux problèmes multivariés de traitement du signal et des images et/ou d'apprentissage statistique, nous cherchons à décomposer une matrice de données – supposée globalement ou localement de faible rang – sous la forme d'un produit matriciel. Sous l'hypothèse globale de faiblesse de rang, lorsque nous supposons de plus la non-négativité des données à traiter et à estimer, ce problème est connu sous le nom de factorisation en matrices non-négatives (NMF pour *Nonnegative Matrix Factorization* en anglais). Au contraire, lorsque la faiblesse de rang est locale, elle est intimement liée à l'hypothèse de parcimonie des variables latentes expliquant les données. Cette dernière suppose que chacune de ces variables peut s'exprimer comme une combinaison linéaire d'un petit nombre d'atomes d'un dictionnaire et a permis le développement d'approches d'analyse en composantes parcimonieuses (SCA pour *Sparse Component Analysis* en anglais).

Un premier volet de ce mémoire étudie l'apport d'informations dans la NMF. Celles-ci sont prises en compte sous forme d'une paramétrisation et de pénalisations qui guident la méthode vers une solution réaliste du point de vue de l'application. Cette information peut être fournie par un expert, un modèle physique et/ou le formalisme du problème à résoudre. Nous nous sommes intéressés à la fois aux aspects de robustesse aux valeurs aberrantes – en faisant par exemple appel à des divergences paramétriques comme fonction de coût – et à la complétion de données manquantes, résolue par exemple par approximation parcimonieuse (selon un dictionnaire connu) de chaque colonne d'un facteur matriciel. Ces approches informées de NMF ont été appliquées au partitionnement de sources et à l'étalonnage *in situ* de capteurs mobiles.

Dans un second temps, nous nous sommes intéressés à l'accélération des méthodes (pondérées) de NMF en faisant appel au formalisme d'apprentissage comprimé. L'apprentissage comprimé repose sur l'idée de projection aléatoire qui permet de réduire la taille des données tout en maintenant le niveau d'information qu'elles contiennent; la réduction de la taille des données permettant *de facto* l'accélération des traitements. Nous avons d'abord étendu le principe de NMF comprimée au cas où des mesures d'incertitudes (ou pondérations) sont associées aux données. L'approche proposée fait appel à un formalisme EM (pour *Expectation-Maximization* en anglais) et une compression bilatérale que nous avons accélérée. Nous avons par ailleurs proposé un nouveau formalisme de projection aléatoire en flux qui (i) est agnostique aux données, (ii) permet des performances similaires aux projections structurées dépendant des données et (iii) devrait pouvoir pleinement tirer partie de nouveaux calculateurs dédiés à l'apprentissage comprimé.

Enfin, nous abordons le problème de SCA pour des applications en traitement audio et en imagerie multi-spectrale. En particulier, nous considérons l'existence de « zones d'analyse » dites « mono-sources » dans lesquelles une seule variable latente permet de décrire les données. Dans une zone mono-source, les données sont localement de rang 1 – permettant de proposer de nombreux critères de détection de ces zones – alors qu'en dehors de ces zones, le nombre de variables latentes

peut varier. Lorsque de telles hypothèses sont vérifiées, les méthodes de SCA sont généralement plus performantes que des approches purement statistiques cherchant à résoudre des problèmes similaires. Nous considérons dans le dernier volet de ce mémoire plusieurs problèmes pour lesquels nous proposons de nouvelles extensions des approches de SCA.

- Tout d’abord, nous étendons les techniques linéaires de SCA au problème post-non-linéaire de séparation de sources. Dans ce cas, les paramètres de mélange ne sont plus de simples vecteurs de coefficients mais des données fonctionnelles à estimer puis à inverser. Nous proposons à la fois de nouveaux critères pour détecter les zones mono-sources et de nouvelles approches pour classifier et estimer les fonctions associés aux non-linéarités des mélanges.
- Par ailleurs, nous proposons une approche temps-réel qui compte et localise des sources audiophoniques à partir d’un réseau circulaire de microphones. L’approche proposée consiste à détecter les zones mono-sources et à estimer dans chacune de ces zones la localisation de la source active. L’estimation finale du nombre de sources et de leur localisation est réalisée par une approche *ad hoc* de classification non-supervisée.
- Enfin, nous proposons des extensions pondérées de SCA pour traiter des données partiellement observées par une caméra multi-spectrale miniaturisée. L’estimation des endmembers et des cartes d’abondance associées permet la restauration (ou dématricage) des images multi-spectrales.

# Table des matières

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Avant-propos</b>   | <b>10</b> |
| <b>Liste des acronymes</b>  | <b>11</b> |
| <b>I Présentation synthétique</b>   | <b>13</b> |
| <b>1 Curriculum Vitæ</b>  | <b>14</b> |
| 1.1 Identification . . . . .  | 14        |
| 1.2 Parcours professionnel . . . . .  | 14        |
| 1.3 Formation . . . . .   | 15        |
| 1.4 Activités d'enseignement . . . . .  | 16        |
| 1.4.1 Université du Littoral Côte d'Opale (depuis 2012) . . . . .                                       | 16        |
| 1.4.1.1 Enseignements à l'IUT . . . . .   | 16        |
| 1.4.1.2 Enseignements à l'EILCO . . . . .   | 17        |
| 1.4.1.3 Enseignements en Master TSI et MISC . . . . .   | 17        |
| 1.4.2 University of Crete (2011) . . . . .  | 18        |
| 1.4.3 University for Information Science and Technology (2009-2010) . . . . .                           | 18        |
| 1.5 Activités administratives . . . . .   | 18        |
| 1.5.1 IUT du Littoral Côte d'Opale (depuis 2012) . . . . .  | 18        |
| 1.5.2 University for Information Science and Technology (2009-2010) . . . . .                           | 19        |
| 1.6 Activités de recherche . . . . .  | 19        |
| 1.6.1 Encadrement . . . . .   | 19        |
| 1.6.1.1 Encadrement et direction de doctorants . . . . .  | 19        |
| 1.6.1.2 Encadrement de stagiaires de Master 2 / Troisième année d'école d'ingénieurs . . . . .          | 21        |
| 1.6.1.3 Encadrement post-doctoral . . . . .   | 23        |
| 1.6.1.4 Autres encadrements de stagiaires ou apprenti en lien avec mes activités de recherche . . . . . | 23        |
| 1.6.2 Projets de recherche . . . . .  | 26        |
| 1.6.2.1 Contrats de recherche évalués suite à AAP . . . . .   | 26        |
| 1.6.2.2 Contrats de recherche obtenus de gré à gré . . . . .  | 30        |
| 1.6.3 Quelques éléments de reconnaissance scientifique . . . . .  | 31        |
| 1.6.3.1 Prime individuelle . . . . .  | 31        |
| 1.6.3.2 Prix obtenus . . . . .  | 31        |
| 1.6.3.3 Expertise pour des instances nationales et internationales . . . . .                            | 32        |
| 1.6.3.4 Participation à des jurys de thèses . . . . .   | 32        |

|           |   |           |
|-----------|---|-----------|
| 1.6.3.5   | Membre externe de comités de suivi individuel de thèse . . . . .  | 32        |
| 1.6.3.6   | Activités éditoriales et organisation de session dans des conférences internationales                               | 33        |
| 1.6.3.7   | Activités de relecture . . . . .  | 33        |
| 1.6.3.8   | Séminaires invités . . . . .  | 34        |
| 1.6.3.9   | Séjours invités . . . . .   | 35        |
| 1.6.3.10  | Diffusion « grand public » des activités de recherche . . . . .   | 35        |
| 1.7       | Principales collaborations . . . . .  | 35        |
| 1.8       | Liste de publications . . . . .   | 36        |
| 1.8.1     | Revue internationale à comité de lecture . . . . .  | 36        |
| 1.8.2     | Articles invités dans des conférences internationales avec actes . . . . .  | 37        |
| 1.8.3     | Conférences internationales avec actes et comité de lecture . . . . .   | 37        |
| 1.8.4     | Conférences nationales avec actes et comité de lecture . . . . .  | 41        |
| 1.8.5     | Actes de workshops internationaux . . . . .   | 41        |
| 1.8.6     | Communications dans des conférences internationales sans actes . . . . .  | 42        |
| 1.8.7     | Actes de conférences francophones . . . . .   | 43        |
| 1.8.8     | Communications dans des conférences francophones / journées scientifiques sans<br>actes . . . . .                   | 43        |
| 1.8.9     | Thèse de doctorat . . . . .   | 45        |
| 1.8.10    | Logiciels . . . . .   | 45        |
| <b>2</b>  | <b>Synthèse des travaux</b>   | <b>46</b> |
| 2.1       | Travaux de thèse . . . . .  | 47        |
| 2.2       | Travaux durant mes contrats d'ATER (2007–2009) . . . . .  | 47        |
| 2.3       | Travaux à FORTH-ICS (2010–2012) . . . . .   | 48        |
| 2.4       | Travaux au LISIC (depuis 2012) . . . . .  | 49        |
| 2.4.1     | Factorisation informée en matrices (semi-)non-négatives . . . . .   | 49        |
| 2.4.2     | Apprentissage comprimé pour la factorisation en matrices non-négatives . . . . .                                    | 51        |
| 2.4.3     | Démélange et dématricage conjoints d'images multi-spectrales . . . . .  | 53        |
| 2.4.4     | Séparation de signaux audios issus de « boîtes noires aéronautiques » . . . . .                                     | 53        |
| 2.4.5     | Apprentissage profond pour l'imagerie satellitaire . . . . .  | 54        |
| 2.4.6     | Développement instrumental . . . . .  | 55        |
| 2.5       | Conclusion . . . . .  | 56        |
| <b>II</b> | <b>Modèles (localement) de faible rang et algorithmes dédiés pour la ré-<br/>solution de problèmes multi-variés</b> | <b>57</b> |
| <b>3</b>  | <b>Introduction à l'analyse en variables latentes</b>   | <b>58</b> |
| 3.1       | De la séparation de sources à l'analyse en variables latentes . . . . .   | 58        |
| 3.2       | Factorisation (pondérée) en matrices non-négatives . . . . .  | 60        |
| 3.2.1     | Position du problème . . . . .  | 60        |
| 3.2.2     | Stratégies de résolution de la NMF et algorithmes classiques . . . . .  | 62        |
| 3.2.3     | Stratégies de résolution de la NMF pondérée . . . . .   | 63        |
| 3.3       | Analyse en composantes parcimonieuses . . . . .   | 64        |
| 3.4       | Positionnement de mes travaux de recherche . . . . .  | 65        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>4</b> | <b>Factorisation informée en matrices (semi-)non-négatives</b>                    | <b>66</b>  |
| 4.1      | Partitionnement de sources . . . . .  | 66         |
| 4.1.1    | Modèle récepteur . . . . .  | 66         |
| 4.1.2    | Modélisation du problème et algorithmes proposés . . . . .                        | 67         |
| 4.1.3    | Expériences . . . . .   | 71         |
| 4.2      | Etalonnage <i>in situ</i> de capteurs mobiles . . . . .                           | 74         |
| 4.2.1    | Modélisation du problème . . . . .  | 77         |
| 4.2.2    | Expériences . . . . .   | 82         |
| 4.3      | Conclusion . . . . .  | 85         |
| 4.4      | Quelques publications personnelles en lien avec ce chapitre . . . . .             | 86         |
| <b>5</b> | <b>Factorisation comprimée en matrices (semi-)non-négatives</b>                   | <b>88</b>  |
| 5.1      | Introduction . . . . .  | 88         |
| 5.2      | Méthodes de compression pour la NMF pondérée . . . . .                            | 91         |
| 5.2.1    | Principe général et méthodes proposées . . . . .                                  | 91         |
| 5.2.2    | Expériences . . . . .   | 92         |
| 5.3      | Méthodes de compression en flux . . . . .   | 95         |
| 5.3.1    | Principe général . . . . .  | 95         |
| 5.3.2    | Expériences . . . . .   | 96         |
| 5.4      | Conclusion . . . . .  | 99         |
| 5.5      | Quelques publications personnelles en lien avec ce chapitre . . . . .             | 99         |
| <b>6</b> | <b>Analyse en composantes parcimonieuses</b>                                      | <b>101</b> |
| 6.1      | Introduction . . . . .  | 101        |
| 6.2      | Identification des mélanges (post-)non-linéaires en SCA . . . . .                 | 104        |
| 6.2.1    | Principe des méthodes proposées . . . . .   | 104        |
| 6.2.2    | Expériences . . . . .   | 109        |
| 6.3      | Localisation de sources multiples . . . . .                                       | 110        |
| 6.3.1    | Principe de la méthode proposée . . . . .   | 110        |
| 6.3.2    | Expériences . . . . .   | 115        |
| 6.4      | Démélange et dématricage à partir d'images multispectrales « snapshot » . . . . . | 118        |
| 6.4.1    | Problématique . . . . .   | 118        |
| 6.4.2    | Principes des méthodes proposées . . . . .  | 119        |
| 6.4.2.1  | Approches fondées sur la complétion de matrice de faible-rang . . . . .           | 120        |
| 6.4.2.2  | Approches fondées sur la déconvolution . . . . .                                  | 123        |
| 6.4.3    | Validation expérimentale . . . . .  | 125        |
| 6.4.3.1  | Performances des méthodes fondées sur la complétion de faible rang . . . . .      | 125        |
| 6.4.3.2  | Performances de la méthode fondée sur la déconvolution . . . . .                  | 130        |
| 6.5      | Conclusion . . . . .  | 130        |
| 6.6      | Quelques publications personnelles en lien avec ce chapitre . . . . .             | 131        |

|   |            |
|---|------------|
| <b>III Perspectives</b>   | <b>133</b> |
| <b>7 Perspectives</b>   | <b>134</b> |
| 7.1 Les défis d'un monde aux limites finies . . . . .   | 134        |
| 7.2 Quelques perspectives . . . . .   | 136        |
| 7.2.1 Accélérer la NMF robuste ou rendre robuste la NMF rapide . . . . .  | 136        |
| 7.2.2 Optimisation multiobjectif . . . . .  | 136        |
| 7.2.3 Apprentissage comprimé . . . . .  | 137        |
| 7.2.4 Etalonnage aveugle . . . . .  | 137        |
| 7.2.5 Imagerie multi-spectrale . . . . .  | 138        |
| 7.2.6 Séparation de sources avec l'humain dans la boucle . . . . .  | 140        |
| 7.2.7 Sciences de gestion . . . . .   | 141        |
| <br>  |            |
| <b>Annexes : sélection de publications</b>  | <b>143</b> |
| <b>A Filtering-based endmember identification method for snapshot spectral images</b>                             | <b>143</b> |
| <b>B Random projection streams for (weighted) nonnegative matrix factorization</b>                                | <b>149</b> |
| <b>C Informed nonnegative matrix factorization methods for mobile sensor network calibration</b>                  | <b>155</b> |
| <b>D Non-negative matrix factorization under equality constraints—a study of industrial source identification</b> | <b>172</b> |
| <b>E Real-time multiple sound source localization and counting using a circular microphone array</b>              | <b>201</b> |
| <b>F Post-nonlinear speech mixture identification using single-source temporal zones &amp; curve clustering</b>   | <b>216</b> |
| <br>  |            |
| <b>Bibliographie</b>  | <b>223</b> |

# Avant-propos

Ce document – rédigé dans le but d’obtenir l’Habilitation à Diriger des Recherches de l’Université du Littoral Côte d’Opale – décrit les activités de recherche que j’ai menées depuis la fin de ma thèse de doctorat.

Il est organisé en trois parties :

1. La première partie comporte au chapitre 1 un curriculum étendu qui retrace mon parcours et mes activités d’enseignement et de recherche. Le chapitre 2 synthétise l’ensemble de mes activités de recherche.
2. Dans la deuxième partie de ce mémoire, j’ai choisi de présenter de manière plus détaillée trois contributions dans les thématiques de l’analyse en variables latentes, où les notions de faiblesse de rang, de non-négativité et/ou de parcimonie sont centrales (voir chapitre 3). Plus particulièrement, le chapitre 4 présente nos travaux en factorisation matricielle informée. Des approches de factorisation matricielle comprimée sont introduites dans le chapitre 5 tandis que mes activités en analyse en composantes parcimonieuses sont résumées dans le chapitre 6.
3. Enfin, le chapitre 7 présente quelques pistes de travaux de recherche que je souhaite poursuivre dans les années à venir, chacun des thèmes abordés pouvant donner lieu à la définition d’un futur sujet de thèse.

# Liste des acronymes

|           |   |
|-----------|---|
| ACIN-Cal  | <i>Average-Constrained IN-Cal</i>                   |
| ACP       | Analyse en composantes principales                  |
| ARPI      | <i>Accelerated RPI</i>                              |
| ARSI      | <i>Accelerated RSI</i>                              |
| BCD       | <i>Block Coordinate Descent</i>                     |
| BEA       | Bureau d'Enquêtes de l'Aviation civile              |
| CICS      | <i>Circular Integrated Cross Spectrum</i>           |
| CVR       | <i>Cockpit Voice Recorder</i>                       |
| DOA       | <i>Direction of Arrival</i>                         |
| GAN       | <i>Generative Adversarial Networks</i>              |
| GCS       | <i>Gaussian Compression Stream</i>                  |
| EM        | <i>Expectation Maximization</i>                     |
| EM-W-NMF  | <i>EM Weighted NMF</i>                              |
| FPVCA     | <i>Filter Patch-based Vertex Component Analysis</i> |
| HALS      | <i>Hierarchical Alternating Least Squares</i>       |
| ICA       | <i>Independent Component Analysis</i>               |
| IN-Cal    | <i>Informed Nmf Calibration method</i>              |
| KPBWNMF   | <i>K-means Patch-based Weighted NMF</i>             |
| MAEE      | <i>Mean Absolute Estimation Error</i>               |
| MER       | <i>Mixing Error Ratio</i>                           |
| MSE       | <i>Mean-Square Error</i>                            |
| NeNMF     | <i>Nesterov-based NMF</i>                           |
| NMF       | <i>Nonnegative Matrix Factorization</i>             |
| PM        | <i>Particulate Matter</i>                           |
| PMF       | <i>Positive Matrix Factorization</i>                |
| PSNR      | <i>Peak signal-to-Noise Ratio</i>                   |
| REM-W-NMF | <i>Randomized EM Weighted NMF</i>                   |



|           |  |
|-----------|--|
| RMSE      | <i>Root Mean-Square Error</i>                |
| RPI       | <i>Randomized Power Iteration</i>            |
| RRI       | <i>Rank-one Residue Iteration</i>            |
| RSI       | <i>Randomized Subspace Iteration</i>         |
| RRE       | <i>Relative Reconstruction Error</i>         |
| RVB       | <i>Rouge Vert Bleu</i>                       |
| SAM       | <i>Spectral Angle Mapper</i>                 |
| SAS       | <i>Séparation Aveugle de Sources</i>         |
| SCA       | <i>Sparse Component Analysis</i>             |
| SIR       | <i>Signal-to-Interference Ratio</i>          |
| SNR       | <i>Signal-to-Noise Ratio</i>                 |
| SSI       | <i>Snapshot Spectral Image</i>               |
| SVD       | <i>Singular Value Decomposition</i>          |
| SG        | <i>Split Gradient</i>                        |
| SpAIN-Cal | <i>Sparse and Average-constrained IN-Cal</i> |
| SpIN-Cal  | <i>Sparse IN-Cal</i>                         |
| SSI       | <i>Snapshot Spectral Image</i>               |
| TDOA      | <i>Time-Difference of Arrival</i>            |
| VCA       | <i>Vertex Component Analysis</i>             |
| VPBWNMF   | <i>VCA Patch-based Weighted NMF</i>          |
| WDO       | <i>Windowed Disjoint Orthogonality</i>       |
| WNMF      | <i>Weighted NMF</i>                          |

**Première partie**

**Présentation synthétique**

# Chapitre 1

## Curriculum Vitæ

### 1.1 Identification

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| <b>Nom :</b>                | Puigt  |
| <b>Prénom :</b>             | Matthieu   |
| <b>Date de naissance :</b>  | né le 06/09/1980 à Perpignan   |
| <b>Grade :</b>              | Maître de conférences classe normale (6 <sup>ème</sup> échelon)  |
| <b>Section CNU :</b>        | 61 <sup>ème</sup> (traitement du signal)   |
| <b>Affectation :</b>        | Université du Littoral Côte d'Opale (ULCO)<br>IUT du Littoral Côte d'Opale, Département GIM  |
| <b>Date d'affectation :</b> | 1 <sup>er</sup> septembre 2012   |
| <b>Unité de recherche :</b> | Laboratoire d'Informatique, Signal, Image de la Côte d'Opale (LISIC – UR<br>4491)<br>(1) 50 rue F. Buisson, B.P. 719, 62228 Calais Cedex<br>(2) Campus de la Malassise, EILCO, 62968 Longuenesse Cedex |
| <b>Page web :</b>           | <a href="https://www-lisic.univ-littoral.fr/~puigt/">https://www-lisic.univ-littoral.fr/~puigt/</a>  |

### 1.2 Parcours professionnel

|             |   |
|-------------|---|
| Depuis 2012 | <b>Maître de conférences</b> à l'Université du Littoral Côte d'Opale (ULCO)   |
| 2010-2012   | <b>Chercheur post-doctorant sous contrat Marie Curie</b> à la Foundation for Research and Technology – Hellas, Institute of Computer Science (FORTH-ICS), Héraklion, Crète, Grèce |

- 2009-2010 **Enseignant-chercheur** à l'University for Information, Science and Technology "St Paul the Apostle", Ohrid, Macédoine du Nord
- 2007-2009 **ATER** (demi-service) à l'Université Paul Sabatier Toulouse 3
- 2004-2007 **Doctorant & enseignant vacataire** à l'Université Paul Sabatier Toulouse 3 (UFR PCA)
- 2003-2004 **Ingénieur** dans le cadre d'une ACI avec l'INSERM, au Laboratoire d'Acoustique, Métrologie et Instrumentation (LAMI), Toulouse

## 1.3 Formation

- 2007 **Thèse de doctorat** de l'Université de Toulouse, préparée au Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes (UMR 5571 devenu IRAP – UMR 5277 en 2011), mention *Très honorable*
  - *Titre* : « Méthodes de séparation aveugle de sources fondées sur des transformées temps-fréquence. Application à des signaux de parole »
  - *Directeur de thèse* : Yannick Deville (PR 61<sup>ème</sup> section)
  - *Rapporteurs* : Ali Mansour et Eric Moreau (PR 61<sup>ème</sup> section)
  - *Jury* : J.-P. Bernard, P. Comon (président), Y. Deville, S. Hosseini, A. Mansour et E. Moreau
- 2003 **DEA Signal, Image et Acoustique** de Toulouse, mention *Bien*
  - *Mémoire* : « Séparation aveugle de sources pour les mélanges à atténuations et retards. Application aux signaux de parole et de musique »
  - *Encadrant* : Yannick Deville
- 2002 **Maîtrise d'Ingénierie Mathématiques**, Université de Perpignan, mention *Assez Bien*
  - *Mémoire* : « Analyse de Fourier : Introduction à la synthèse sonore »
  - *Encadrant* : Monique Polit (PR 61<sup>ème</sup> section)
- 2001 **Licence de Mathématiques**, Université de Perpignan, mention *Assez Bien*
- 2000 **DEUG Mathématiques, Informatique Appliquées aux Sciences**, Université de Perpignan

1998 Première année mention *Bien* ; Deuxième année mention *Assez Bien*  
**Baccalauréat Scientifique**, option Mathématiques, Lycée François Arago,  
Perpignan, mention *Assez Bien*

## 1.4 Activités d'enseignement

### 1.4.1 Université du Littoral Côte d'Opale (depuis 2012)

Cette section présente mon activité d'enseignement depuis mon arrivée à l'ULCO et plus particulièrement à l'IUT du Littoral Côte d'Opale (précédemment IUT de Saint-Omer Dunkerque jusqu'en 2015). Le volume global d'enseignement (comptabilisant aussi mes RNT et mes différents suivis de projets, stages et apprentis / contrats de professionnalisation) est fourni sur la tableau 1.4. Etant affecté à un « petit » département d'IUT, mon service a continuellement augmenté au point d'avoir atteint près du double du service statutaire en 2021-2022.

#### 1.4.1.1 Enseignements à l'IUT

##### 1. BUT GEA :

(a) R1.11 Gestion de projet (2022) – TD

##### 2. BUT/DUT GIM :

(a) R1.09 Techniques d'expression et de communication 1 (depuis 2021) : Gestion de projet – CM et TD – module partagé avec B. Deffontaines

(b) R2.02 Informatique 2 (depuis 2021) – CM, TD, TP

(c) SAÉ Manager (depuis 2021) – CM, TD, TP, suivi

(d) R3.03 Maintenance 3 (depuis 2022) – CM, TD

(e) R3.08 Automatique appliquée 3 (depuis 2022) – CM, TD, TP

(f) Automatique 1 (2012-2021) – CM, TD, TP

(g) Automatique 2 (2012-2021) – CM, TD, TP

(h) Assurance disponibilité des équipements (2012-2021) – CM, TD

(i) Informatique 2 (2012-2020) – TD, TP

(j) Introduction au traitement du signal (2017, 2018) : Module de poursuite d'études longues en DUT – TD

(k) Analyse fonctionnelle (2020) – TD

##### 3. Bachelor « Industrie & Numérique » 2ème année

| Année universitaire | Volume horaire (éq. TD) |
|---------------------|-------------------------|
| 2012-2013           | 237                     |
| 2013-2014           | 262                     |
| 2014-2015           | 244                     |
| 2015-2016           | 269                     |
| 2016-2017           | 278                     |
| 2017-2018           | 281                     |
| 2018-2019           | 294                     |
| 2019-2020           | 292                     |
| 2020-2021           | 313                     |
| 2021-2022           | 328                     |

TABLEAU 1.4 – Volume horaire annuel depuis mon recrutement à l’ULCO.

(a) Optimisation (2020) – CM, TD

4. Licence Professionnelle GRIT / PRIME :

(a) Analyse fonctionnelle, modélisation des systèmes (depuis 2020) – TD

(b) Méthodes qualitatives de sûreté de fonctionnement (depuis 2020) – TD

(c) Méthodes quantitatives pour le contrôle de procédé et la sûreté de fonctionnement (depuis 2020) – TD

(d) Gestion des risques industriels (2016-2019) : Approches qualitative et quantitative de la sûreté de fonctionnement – TD

(e) Traitement des déchets (2016) – TD

(f) Fiabilité, Maintenance (2012-2015) – TD, TP

#### 1.4.1.2 Enseignements à l’EILCO

Parcours génie industriel, troisième année :

1. Supervision industrielle (2012-2019) – CM & TD (de 2014 à 2019), TP (de 2012 à 2014) – module partagé avec G. Roussel et E. Bardet (2014-2019) et N. Maerten (2012-2014)

2. Automatismes industriels (2012-2014) – TP – module partagé avec N. Maerten

#### 1.4.1.3 Enseignements en Master TSI et MISC

1. Master 2 MISC (2021) : Analyse de données multi-dimensionnelles – CM, TD – module partagé avec G. Roussel

2. Master 1 MISC (depuis 2022) : Statistiques appliquées – CM, TD – module partagé avec G. Roussel

3. Master 2 TSI (depuis 2015) : Problèmes inverses – CM, TD – module partagé avec G. Delmaire et G. Roussel

## 1.4.2 University of Crete (2011)

1. Cours invité en séparation de sources audio, Master 2 – CM

## 1.4.3 University for Information Science and Technology (2009-2010)

L'université ayant été créée en 2009, seule la première année de licence était ouverte et j'ai monté les cours suivants :

1. Discrete Mathematics – CM + préparation des TD et TP pour les assistants
2. Programming 1 – CM + préparation des TD et TP pour les assistants
3. Digital Signal Processing – CM + préparation des TD et TP pour les assistants
4. Assembly Language Programming – CM + préparation des TD et TP pour les assistants

Chaque cours a fait l'objet d'un syllabus détaillé qui a été soumis au processus de Bologne, pour obtenir la reconnaissance de crédits ECTS.

## 1.5 Activités administratives

### 1.5.1 IUT du Littoral Côte d'Opale (depuis 2012)

- Responsable communication du département GIM depuis septembre 2012
  - Création et animation régulière des pages du département sur les réseaux sociaux (Facebook<sup>1</sup>) et du groupe d'alumni du département GIM (LinkedIn<sup>2</sup>)
  - Refonte en 2013 (passage d'un site conçu en html à un CMS Joomla) et maintien du site web du département GIM jusqu'en septembre 2016<sup>3</sup> (site fermé depuis au profit d'un site unique de l'IUT)
  - Membre de la commission Communication de l'IUT (depuis janvier 2015) : gestion des fiches de présentation des départements de l'IUT, participation à la mise à jour de la plaquette de formation, politique de la communication de l'IUT.

---

1. <https://www.facebook.com/GimSaintOmer>

2. <https://www.linkedin.com/groups/4830696/>.

3. Le site web en 2012 est accessible à <http://web.archive.org/web/20120211003856/http://www.iut-gim-stomer.fr/>. Le site web tel qu'il était avant sa fermeture est accessible à : <http://web.archive.org/web/20160110002013/http://iut-gim-stomer.fr/>.

- Responsable de la Licence Professionnelle Prévention des Risques Industriels, Maintenance, Environnement (PRIME / janv. 2014 - août 2016) puis Gestion des Risques Industriels et Technologiques (GRIT / sept. 2016 - août 2023<sup>4</sup>)
  - Montage du dossier d'apprentissage de la LP GRIT auprès de Formasup (2016)
  - Création d'un parcours de la LP GRIT dans le cadre du DU Bachelor « Industrie et Numérique » de l'EILCO, en partenariat avec le département GIM de l'IUT (2019)
- Membre élu au Conseil d'IUT depuis décembre 2022
- Coordinateur ou co-porteur de plusieurs projets « Bonus Qualité Enseignement » ou de projets OPCO financés par la taxe d'apprentissage (pour plus de 220 k€ de budget)

### 1.5.2 University for Information Science and Technology (2009-2010)

- Membre du « Sénat » de l'Université (regroupant les fonctions de CA, CS et CFVU)
- Mise en place de séminaires recherche en vue de la création d'un premier laboratoire de recherche de l'université
- Représentation de l'Université dans diverses occasions (meetings ministériels, pub TV, interview<sup>5</sup>)

## 1.6 Activités de recherche

### 1.6.1 Encadrement

Dans cette section, je présente mes activités d'encadrement en lien avec mes activités de recherche. Les suivis d'étudiants en tant que tuteur (université, IUT ou école) ne sont pas comptabilisés ici.

#### 1.6.1.1 Encadrement et direction de doctorants

1. Kinan Abbas (en thèse depuis juin 2021),
  - *Titre* : « Dématriçage et démelange conjoints de vidéos hyperspectrales »
  - *Taux d'encadrement* : 50% (co-direction avec Gilles Roussel 50%)
  - *Financement* : ULCO (50%) et Région Hauts-de-France (50%)
2. Farouk Yahaya (en thèse de mai 2018 à novembre 2021),

---

4. La LP disparaîtra à la rentrée de septembre 2023, au profil de la troisième année de BUT GIM.

5. L'interview réalisée pour le site challenge :future peut être lue sur <https://web.archive.org/web/20161228060735/challengefuture.org/news/171>.



- *Titre* : « Compressive informed (semi-)non-negative matrix factorization methods for incomplete and large-scale data, with application to mobile crowd-sensing data »
- *Taux d'encadrement* : 50% (co-direction avec Gilles Roussel 50%)
- *Financement* : ULCO (50%) et Région Hauts-de-France (50%)
- *Devenir post-thèse* : ATER à l'ULCO (sept. 2021 – juin 2022), chercheur post-doctorant à l'Inria, Bordeaux (depuis juillet 2022)

3. Clément Dorffer (en thèse de novembre 2014 à décembre 2017),

- *Titre* : « Méthodes informées de factorisation matricielle pour l'étalonnage de réseaux de capteurs mobiles et la cartographie de champs de pollution »
- *Taux d'encadrement* : 50% (co-encadrement avec Gilles Roussel 50%)
- *Financement* : ULCO (50%) et Pôle Métropolitain de la Côte d'Opale (50%)
- *Devenir post-thèse* : chercheur post-doctorant au Lab-STICC/ENSTA (Brest, Bretagne)

Par ailleurs, j'ai pu participer aux travaux des doctorants suivants :

4. Pierre Chatelain (en thèse depuis octobre 2019),

- *Titre* : « Démélange de spectres de type végétation par factorisation matricielle. Application à la surveillance de cultures agricoles par imagerie hyperspectrale »
- *Directeurs de thèse* : Gilles Delmaire et Gilles Roussel
- Implication visible via des publications conjointes [Cha+21 ; Cha+22]

5. Robert Chreiky (en thèse de janvier 2014 à décembre 2017),

- *Titre* : « Informed Non-Negative Matrix Factorization for Source Apportionment »
- *Encadrant et directeurs de thèse* : Gilles Delmaire, Gilles Roussel et Antoine Abche
- Implication visible via des publications conjointes [Chr+15 ; Chr+16a ; Chr+16b]

6. Abdelhakim Limem (en thèse de novembre 2010 à novembre 2014),

- *Titre* : « Méthodes informées de factorisation matricielle non-négative. Application à l'identification de sources de particules industrielles »
- *Taux d'encadrement* : 50% (co-encadrement avec Gilles Roussel 50%)
- *Encadrant et directeur de thèse* : Gilles Delmaire et Gilles Roussel
- Implication visible via des publications conjointes [Lim+13 ; Lim+14a ; Lim+14b ; Plo+14 ; Del+19]

### 1.6.1.2 Encadrement de stagiaires de Master 2 / Troisième année d'école d'ingénieurs

Avant ma prise de poste à l'ULCO et l'IUT du Littoral Côte d'Opale, j'ai pu co-encadrer 4 stagiaires du Master Signal, Image, Acoustique et Optimisation de Toulouse (ce master était alors commun à l'Université Toulouse III Paul Sabatier et à plusieurs écoles d'ingénieurs, dont l'EN-SEEIHT) – deux pendant ma thèse et deux pendant mes contrats d'ATER – puis une stagiaire du Master d'Informatique de l'Université de Crète, lors de mon contrat post-doctoral.

Depuis mon recrutement à l'ULCO, j'ai co-encadré un stagiaire en projet de fin d'études de l'Ecole d'Ingénieurs du Littoral Côte d'Opale et 4 stagiaires provenant de recrutements extérieurs (ENSE3 – INP Grenoble, Sup Galilée, Université de Sidi Mohamed Ben Abdallah, à Fès au Maroc).

1. Amine Hadir (Université de Sidi Mohamed Ben Abdallah, Fès, Maroc, de mars à juillet 2022)
  - *Titre* : « Nouvelles méthodes de fusion spectro-spatio-temporelle d'images Sentinel-2 et Sentinel-3 »
  - *Taux d'encadrement* : 50% (co-encadrement avec Ahed Alboody 50%)
  - *Financement* : CNES (via le projet OSYNICO)
  - *Devenir post-stage* : doctorant à Yncrea Ouest, Brest (directeur de thèse : M. El Bouz)
2. Cheick Tidiani Cissé (Sup Galilée, de mars à août 2021)
  - *Titre* : « Fusion spectro-spatio-temporelle d'images Sentinel-2 et Sentinel-3 »
  - *Taux d'encadrement* : 50% (co-encadrement avec Ahed Alboody 50%)
  - *Financement* : SFR Campus de la Mer
  - *Devenir post-stage* : doctorant à l'UTBM et Orange Lab (directeurs de thèse : O. Baala Canalda, F. Spies, A. Caminda et V. Guillet)
3. Olivier Vu thanh (ENSE3, INP Grenoble, de février à juillet 2020)
  - *Titre* : « Méthodes rapides d'étalonnage *in situ* de réseaux de capteurs hétérogènes »
  - *Taux d'encadrement* : 50% (co-encadrement avec Farouk Yahaya 30% et Gilles Roussel 20%)
  - *Financement* : ULCO
  - *Devenir post-stage* : doctorant à l'Université de Mons (directeur de thèse : N. Gillis)
4. Hélène Devulder (ENSE3, INP Grenoble, de février à juillet 2020)
  - *Titre* : « Application de méthodes de Séparation Aveugle de Sources aux enregistrements audio des boîtes noires »
  - *Taux d'encadrement* : 50% (co-encadrement avec Benjamin Bigot 50%)
  - *Financement* : BEA

- *Devenir post-stage* : préparation du concours de professeur des écoles
5. Béranger Bracq (EILCO, de juin à décembre 2017)
    - *Titre* : « Engineering et validation d'un boîtier de mesure de qualité de l'air pour le crowdsensing »
    - *Taux d'encadrement* : 70% (co-encadrement avec Gilles Roussel 30%)
    - *Financement* : ULCO
  6. Despoina Pavlidi (Univ. de Crète, de septembre 2011 à mars 2012)
    - *Titre* : « Real-Time Multiple Sound Source Localization and Counting Using a Circular Microphone Array »
    - *Financement* : Projet FP7 AVID-MODE
    - *Co-encadrants* : Antony Griffin et Athanasios Mouchtaris
    - *Devenir post-stage* : doctorante à l'Univ. de Crète (directeur de thèse : A. Mouchtaris)
  7. Inès Meganem (ENSEEIH, de mars à septembre 2009)
    - *Titre* : « Méthodes de Séparation Aveugle de Sources basées sur la parcimonie. Application aux images »
    - *Co-encadrant* : Yannick Deville
    - *Devenir post-stage* : doctorante à l'Université de Toulouse (directeurs de thèse : Y. Deville et X. Briottet)
  8. Damien Grillière (Univ. Toulouse 3, de février à juin 2009)
    - *Titre* : « Séparation de sources mutuellement corrélées. Application aux signaux astrophysiques »
    - *Co-encadrant* : Shahram Hosseini
  9. Benjamin Bigot (Univ. Toulouse 3, de février à juin 2007)
    - *Titre* : « Méthode à déflation de séparation aveugle de sources en analyse en composantes parcimonieuses – application aux signaux de parole »
    - *Co-encadrant* : Yannick Deville
    - *Devenir post-stage* : doctorant à l'Université de Toulouse (directrice de thèse : R. André-Obrecht)
  10. Dass Bissessur (Univ. Toulouse 3, de février à juin 2005)
    - *Titre* : « Méthodes de séparation aveugle de sources basées sur l'analyse en ondelettes : Application aux signaux de parole et aux images astrophysiques »
    - *Co-encadrant* : Yannick Deville
    - *Devenir post-stage* : assistant de recherche au *Mauritius Oceanography Institute*

### 1.6.1.3 Encadrement post-doctoral

1. Dr Neda Mashadi (depuis février 2023)

- thèse soutenue à l'Université de Lille et préparée au laboratoire LGCGE
- Objectif : simulations réalistes de données de la qualité de l'air, simulation de mesures issues de capteurs mobiles et étalonnage in situ de ces capteurs mobiles.
- Co-encadrement avec Cyril Fonlupt, Gilles Roussel et Sébastien Verel
- Financement du contrat : AAP Dialogue Stratégique et de Gestion du rectorat / ULCO (janvier – décembre 2023)

2. Dr Ahed Alboody (février 2020 – août 2022)

- thèse soutenue à l'Université de Toulouse et préparée aux laboratoires IRIT et CESBIO
- Objectif : fusion d'images multi-spectrales Sentinel-2 et Sentinel-3 pour l'observation bio-géo-chimique des côtes, en partenariat avec le laboratoire d'Océanographie et Geosciences (LOG – UMR 8187) de l'ULCO.
- Co-encadrement avec Gilles Roussel
- Financement des contrats : ULCO (février – août 2020), ATER (sept. 2020 – août 2022)

### 1.6.1.4 Autres encadrements de stagiaires ou apprenti en lien avec mes activités de recherche

**Niveau M :** Dans le cadre de leurs formations au niveau Bac+4, les étudiants doivent souvent effectuer un stage de 8 semaines minimum.

1. Paul Ducoroy (stage ING2, EILCO, juin-juillet 2021)

- *Titre* : « Implémentation en Python d'approches d'apprentissage comprimé et analyse de l'apport d'un calculateur sobre en énergie, dédié à l'intelligence artificielle »
- *Taux d'encadrement* : 70% (co-encadrement avec Gilles Roussel 30%)

2. Safwane El Bahi (stage ING2, EILCO, juillet-août 2017)

- *Titre* : « Programmation avancée pour le mobile crowdsensing »
- *Taux d'encadrement* : 100%

3. Jean-Baptiste Arethens (stage ING2, EILCO, mars-avril 2016)

- *Titre* : « Amélioration et finalisation d'un boîtier de mesure de la qualité de l'air pour le crowdsensing »
- *Taux d'encadrement* : 70% (co-encadrement avec Gilles Roussel 30%)

4. Antoine Poberznick (stage M1, ULCO, mai-août 2015)

- *Titre* : « Développement d'un boîtier de mesure de la qualité de l'air pour le crowdsensing »
- *Taux d'encadrement* : 50% (co-encadrement avec Gilles Delmaire 50%)

**Niveau L :** J'ai aussi (co-)encadré plusieurs stages de Licence 3 et de DUT en lien avec mes activités en développement instrumental :

5. Clément Lams (apprenti L3 Informatique, septembre 2022 – septembre 2023)
  - *Taux d'encadrement* : 70% (co-encadrement avec Jordan Creusier 30%)
  - *Financement* : FCU ULCO (projet QLAPP)
6. Adrien Denys (stage DUT Informatique, avril-juillet 2022)
  - *Titre* : « Développement d'une application mobile d'enquêtes en sciences de gestion »
  - *Taux d'encadrement* : 70% (co-encadrement avec Jordan Creusier 30%)
  - *Financement* : FCU ULCO (projet QLAPP)
  - *Devenir post-stage* : Etudiant en L3 Informatique à l'ULCO
7. Clément Lams (stage DUT Informatique, avril-juillet 2022)
  - *Titre* : « Développement d'un site web de création de questionnaires »
  - *Taux d'encadrement* : 70% (co-encadrement avec Jordan Creusier 30%)
  - *Financement* : FCU ULCO (projet QLAPP)
  - *Devenir post-stage* : Etudiant apprenti en L3 Informatique à l'ULCO
8. Chaya-Meda Mamboundou (stage DUT GIM, avril-juillet 2022)
  - *Titre* : « Développement d'un système d'éclairage pour l'acquisition de données hyperspectrales à variabilité spectrale »
  - *Taux d'encadrement* : 100%
  - *Financement* : BQR « HyperLighting 1.0 »
  - *Devenir post-stage* : Etudiante en Licence Professionnelle.
9. Enzo Vernalde (stage DUT Informatique, avril-juillet 2022)
  - *Titre* : « Projet QLAPP - Développement d'un site web »
  - *Taux d'encadrement* : 70% (co-encadrement avec Jordan Creusier 30%)
  - *Financement* : FCU ULCO (projet QLAPP)
  - *Devenir post-stage* : Etudiant en L3 Informatique à l'ULCO
10. Elliott Attenborough (stage DUT Informatique, avril-juillet 2021)

- *Titre* : « Développement d'une application d'enquêtes distantes en sciences de gestion »
  - *Taux d'encadrement* : 70% (co-encadrement avec Jordan Creusier 30%)
  - *Financement* : FCU ULCO (projet QLAPP)
  - *Devenir post-stage* : Elève-ingénieur à Polytech Lille.
11. Helmi Kamel (stage DUT Informatique, avril-juillet 2021)
- *Titre* : « Ré-écriture, débogage et intégration d'un serveur web pour un système d'enquête distante en science de gestion »
  - *Taux d'encadrement* : 70% (co-encadrement avec Jordan Creusier 30%)
  - *Financement* : FCU ULCO (projet QLAPP)
  - *Devenir post-stage* : Elève-ingénieur à ESIEE Paris
12. Tom Maillard (stage DUT Informatique, avril-juillet 2020)
- *Titre* : « Développement et déploiement d'une application smartphone pour des enquêtes en sciences de gestion »
  - *Taux d'encadrement* : 70% (co-encadrement avec Jordan Creusier 30%)
  - *Financement* : FCU ULCO (projet QLAPP)
  - *Devenir post-stage* : Elève-ingénieur à l'IMT Lille Douai.
13. Benoit Defevre (stage DUT Informatique, mai-juillet 2020)
- *Titre* : « Réalisation, design et ergonomie d'une application web de création de questionnaires »
  - *Taux d'encadrement* : 50% (co-encadrement avec Jordan Creusier 50%)
  - *Devenir post-stage* : Apprenti en Licence Professionnelle Développement Internet et Mobile (IUT du Littoral Côte d'Opale)
14. Romain Bève (stage DUT GIM, avril-juillet 2018)
- *Titre* : « Conception d'un capteur de mesure de champ de vent pour le *mobile crowd-sensing* »
  - *Taux d'encadrement* : 70% (co-encadrement avec Gilles Roussel 30%)
  - *Financement* : SUEZ / CUD Dunkerque
  - *Devenir post-stage* : élève-ingénieur à PolyTech Lille
15. Jérémie Deboudt (stage L3 E4I, avril-juin 2014)
- *Titre* : « Mesure de la qualité de l'air via des capteurs pilotés par une carte Arduino »
  - *Taux d'encadrement* : 100%

— *Devenir post-stage* : étudiant en Licence Professionnelle PRIME (IUT Littoral Côte d’Opale)

16. Xavier Fontaine (stage L3 E4I, avril-juin 2014)

— *Titre* : « Création d’une application Android permettant de communiquer avec une carte Arduino »

— *Taux d’encadrement* : 100%

— *Devenir post-stage* : étudiant en Licence Professionnelle ERAH (IUT Littoral Côte d’Opale)

## 1.6.2 Projets de recherche

Je détaille ci-dessous l’ensemble des projets dans lesquels j’ai été impliqué, sous la forme de porteur, co-investigateur ou simple participant.

### 1.6.2.1 Contrats de recherche évalués suite à AAP

2023            **Co-investigateur** du projet « QLAPP » (*Questionnaire mobiLe APplication*)

– Porteur : Jordane Creusier (LEM – UMR 9221)

— Projet financé dans le cadre des AAP Bonus Qualité Recherche de l’ULCO

— *Subvention* : 10,8 k€

— *Objectif* : finalisation et validation terrain d’applications serveur et smartphone débuté en 2019 (voir Section 1.6.2.2), pour faciliter les enquêtes en sciences de gestion

2022

**Porteur** du projet « HyperLighting 1.0 » – Vers un éclairage hyperspectral pour le développement d’approches robustes à la variabilité spectrale (Version 1.0)

- Projet financé dans le cadre des AAP Bonus Qualité Recherche de l’ULCO
- *Subvention* : 16,6 k€
- *Objectif* : création d’un système expérimental permettant de piloter l’orientation d’une source lumineuse et d’une caméra hyperspectrale pour générer de manière reproductible de la variabilité spectrale

2020-2023

**Co-investigateur** du projet « OSYNICO » (Optimisation et SYnergie des données In situ et COuleur de l’eau pour l’étude de la dynamique biogéochimique des eaux côtières) – Porteur : Vincent Vantrepotte (LOG – UMR 8187)

- Projet financé dans le cadre de l’AAP TOSCA du CNES
- *Subvention* : 145 k€ (achat matériel, gratification stagiaires, salaire CDD IE)
- *Objectif* : étude du comportement bio-géo-chimique du milieu marin côtier, par comparaison des produits issus de données satellitaires et des données *in situ*.
- *Subvention pour le LISIC* : 3 k€ d’achat de matériel, la gratification d’un stagiaire de M2 et la participation à certains coûts de publication



- 2018-2020     **Co-investigateur** du projet « HyperQSE » – Observation hyperspectrale QSE (Qualité, Sécurité, Environnement) – Porteur : Gilles Roussel (LISIC – EA 4491)
- Projet financé en deux étapes :
    1. Bonus Qualité Recherche de l’ULCO fin-2018 (subvention : 10 k€)
    2. Financement FEDER-Région Hauts de France début-2020 (subvention de 140 k€ pour un budget global de 293 k€)
  - *Rôle* : proposition de projets de recherche autour d’imageurs hyperspectraux miniaturisés, en lien avec des applications en Qualité, Sécurité ou Environnement, recherche de devis de matériel
- 2018-2019     **Participant** au volet « Qualité de l’Air » du projet Territoire d’Innovation « Dunkerque l’énergie Créative »
- Etude préparatoire du projet dans le cadre de l’appel à projet TIGA (Territoire d’Innovation – Grande Ambition !) du PIA3 :
    1. Rôle en 2018-2019 : étude bibliographique, étude de faisabilité technique et développement d’un prototype de capteur miniaturisé de champ de vent pour le mobile crowdsensing. Subvention reçue : 3 k€
    2. Projet lauréat fin 2019 et partiellement financé sur la période 2020-2030
  - *Consortium* : Communauté Urbaine de Dunkerque (co-coordonateur), SUEZ (coordinateur), ULCO (LPCA, UCEIV, LISIC, etc), ATMO Hauts-de-France, DREAL, AGUR, GMPD et de nombreux acteurs locaux

- 2017 **Co-investigateur** du projet « DoMaSQ'Air » – Données Massives pour la Surveillance de la Qualité de l'Air urbain – Porteur : Romain Rouvoy (Cristal – UMR 9189, U. Lille, Inria, IUF, CNRS)
- Projet obtenu dans le cadre du défi interdisciplinaire MASTODONS du CNRS
  - *Consortium* : laboratoires CRISAL (Univ. Lille, CNRS, Inria, IUF, coordinateur), LISIC (ULCO) et PC2A (Univ. Lille, CNRS)
  - *Rôle* : développement de méthodes rapides et robustes d'étalonnage aveugle de capteurs
  - *Subvention* : 12 k€ pour de l'achat de matériel (capteurs de mesure de la qualité de l'air notamment) et des frais de mission
- 2015-2017 **Co-investigateur** du projet « OSCAR » – Observation et Sensibilisation Citoyenne à la qualité de l'Air en Région – Porteur : Gilles Roussel (LISIC – EA 4491)
- Projet financé par le programme « Chercheurs Citoyens » de la Région Hauts-de-France,
  - **Projet labellisé par le Ministère de la Transition écologique et solidaire** dans le cadre du programme Repère concernant « les recherches participatives pour la transition écologique »
  - *Consortium* : ATMO Hauts-de-France, Association BES, Inria Lille Nord Europe, LISIC–ULCO (coordinateur)
  - *Rôle* : développement d'un boîtier connecté de mesure de la qualité de l'air et d'approches de traitement du signal pour le mobile crowdsensing (étalonnage aveugle, cartographie)
  - *Budget du projet* : 350 k€, dont 45 k€ financés par la Région (achat de matériel, prototypages de cartes de mesure de la qualité de l'air, missions)

- 2014            **Porteur** du projet « Méthodes de traitement du signal pour le crowdsensing »
- Projet BQR jeune chercheur financé par l’ULCO à hauteur de 5 700 €
  - *Rôle* : mise en place d’une activité de recherche en traitement du signal autour du mobile crowdsensing
- 2013-2015      **Participant** du projet ECUME (Evaluation de la contribution des sources maritimes sur la teneur en PM10 en Région Nord Pas-de-Calais)
- Projet financé par la DREAL Nord Pas-de-Calais
  - *Consortium* : ATMO Nord Pas-de-Calais, CCM–ULCO, Ecole des Mines de Douai, INERIS, LISIC–ULCO, UCEIV–ULCO (coordinateur)
  - *Rôle* : participation au développement de méthodes informées de NMF pour la séparation de profils de pollution
- 2012-2014      **Participant** d’un projet portant sur l’identification par fusion d’information des sources de particules fines présentes dans l’air
- Projet financé par la société ArcelorMittal
  - *Consortium* : LISIC–ULCO, UCEIV–ULCO (coordinateur)
  - *Rôle* : participation au développement de méthodes informées de NMF pour la séparation de profils de pollution
- 2010-2012      **Participant** du projet « AVID-MODE »
- Projet européen IAPP du 7ème programme cadre
  - *Consortium* : Cidana (Chine), FORTH-ICS (Grèce, coordinateur), University of Thessaly (Grèce), TWS (Italie)
  - *Rôle* : développement de méthodes de localisation et séparation de sources audiophoniques

### 1.6.2.2 Contrats de recherche obtenus de gré à gré

Depuis 2019 **Co-investigateur** du projet « Caractérisation et amélioration de la qualité audio des enregistrements CVR » – Porteur : Benjamin Bigot (BEA)

- Projet financé par le BEA
- *Subvention* : un financement de stage de M2 de 6 mois
- *Consortium* : BEA (Le Bourget, coordinateur), IRIT (Toulouse), LISIC
- *Rôle* : étude de l’apport de la séparation de sources sonores dans le cadre d’un enregistrement CVR

Depuis 2019 **Co-porteur** du projet « Systèmes d’enquêtes distantes en sciences de gestion » – Co-porteur : Jordan Creusier (LEM – UMR 9221)

- *Subvention* : plusieurs financements de stages de 12 semaines et un contrat d’apprentissage de un an par la FCU de l’ULCO
- *Consortium* : LEM, LISIC
- *Rôle* : développement d’applications serveur et smartphone pour les enquêtes en sciences de gestion

### 1.6.3 Quelques éléments de reconnaissance scientifique

#### 1.6.3.1 Prime individuelle

- Bénéficiaire de la prime individuelle (C3) du Régime Indemnitare des Personnels Enseignants-Chercheurs (RIPEC) pour le volet « Activités scientifiques » depuis 2022.

#### 1.6.3.2 Prix obtenus

- Prix « Jose Bioucas Dias Outstanding Paper » du meilleur article durant la conférence IEEE WHISPERS 2022 :

K. Abbas, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Filtering-based endmember identification method for snapshot spectral images*, in Proc. 12th IEEE WHISPERS Conference, Roma, Italy, September 2022.

- Prix du meilleur poster durant la Journée Régionale des Doctorants en Automatique, organisée par le GRAISyHM à Lille en 2019 :

F. Yahaya, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *NMF for Big Data with Missing Entries : A Random Projection Based Approach*.

### 1.6.3.3 Expertise pour des instances nationales et internationales

- Décembre 2019 : expertise pour le Réseau de Recherche Qualité de l’Air en Ile-de-France (DIM-QI<sup>2</sup> <https://www.dim-qi2.fr/>)
- Septembre 2017 : expertise pour l’Association Nationale Recherche et Technologie (ANRT)
- Octobre 2016 : expertise pour le Singapore-MIT Alliance for Research and Technology (SMART <https://smart.mit.edu/>)

### 1.6.3.4 Participation à des jurys de thèses

1. Florentin Delaine (Institut Polytechnique de Paris – Ecole Polytechnique, soutenue le 04/12/2020)
  - *Titre* : « Étalonage in situ de l’instrumentation bas coût pour la mesure de grandeurs ambiantes : méthode d’évaluation des algorithmes et diagnostic des dérives »
  - *Directeurs de thèse* : B. Lebental et H. Rivano
  - *Rôle* : membre invité
2. Robert Chreiky (ULCO et Univ. Balamand – Liban, soutenue le 19/12/2017)
  - *Titre* : « Informed Non-Negative Matrix Factorization for Source Apportionment »
  - *Encadrant et directeurs de thèse* : G. Delmaire, G. Roussel et A. Abche
  - *Rôle* : membre invité
3. Abdelhakim Limem (ULCO, soutenue le 21/11/2014)
  - *Titre* : « Méthodes informées de factorisation matricielle non négative : Application à l’identification de sources de particules industrielles »
  - *Encadrant et directeur de thèse* : G. Delmaire et G. Roussel
  - *Rôle* : membre invité

### 1.6.3.5 Membre externe de comités de suivi individuel de thèse

1. Mostafa Bella (Université Paul Sabatier Toulouse 3 et Université Ibn Zohr – Maroc)
  - *Date du CSI* : 27/04/2022
  - *Titre* : « Séparation aveugle de sources en mélanges convolutifs : Application aux signaux audio et astrophysiques »
  - *Directeurs de thèse* : Shahram Hosseini et Hicham Saylani
2. Ayoub Boumchich (Université Le Mans)
  - *Dates des CSI* : 24/06/2022, 04/06/2021 et 07/01/2021

- *Titre* : « Mesure acoustique environnementale sur smartphone : de l'évaluation de la qualité des données à la production de cartes de bruit pertinentes »
  - *Directeurs de thèse* : Judicael Picaut et Erwan Bocher
3. Florentin Delaine (Institut Polytechnique de Paris – Ecole Polytechnique)
- *Date du CSI* : 15/05/2019
  - *Titre* : « Cycle de vie de l'instrumentation urbaine à bas coût : méthodologie de fiabilisation des données à faible impact environnemental »
  - *Directeurs de thèse* : Bérengère Lebental et Hervé Rivano

### 1.6.3.6 Activités éditoriales et organisation de session dans des conférences internationales

- **Topic Editor** pour MDPI Sensors
- **Editeur invité** pour un numéro spécial de MDPI Sensors (numéro intitulé « Machine Learning, Signal, and/or Image Processing Methods to Enhance Environmental Sensors » co-édité avec G. Tzagkarakis, G. Delmaire et G. Roussel – voir [https://www.mdpi.com/journal/sensors/special\\_issues/mlsipmeees](https://www.mdpi.com/journal/sensors/special_issues/mlsipmeees))
- **Co-organisateur** d'une session spéciale à la conférence internationale ESANN 2017 : “*Environmental signal processing : new trends and applications*” co-organisée avec G. Delmaire et G. Roussel

### 1.6.3.7 Activités de relecture

1. Revues internationales :
- IEEE Access,
  - IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing,
  - IEEE Sensors Journal,
  - IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing,
  - IEEE Transactions on Cybernetics,
  - IEEE Transactions on Signal Processing,
  - IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems,
  - Elsevier Environmental Pollution,
  - Elsevier International Journal of Disaster Risk Reduction,
  - Elsevier Mechanical Systems and Signal Processing,
  - Elsevier Digital Signal Processing,

- Elsevier Signal Processing,
- MDPI Sensors,
- Springer Cognitive Computation.

2. Conférences internationales et nationales :

- ESANN (depuis 2018),
- GRETSI (2022),
- IEEE WASPAA (2021),
- IEEE Sensors Conference (2020),
- EUSIPCO (2012–2014/2017/2018),
- LVA-ICA (2010/2017/2018),
- ISOEN (2019/2022),
- IEEE ECMSM (2015/2017),
- CysWater (2018),
- IEEE IROS (2014),
- DSP (2013),
- Interspeech (2011),
- CARI (2008).

### 1.6.3.8 Séminaires invités

1. **M. Puigt**, *Informed nonnegative matrix factorization for mobile sensor calibration*, LIF, Marseille, France, 3 mars 2017.
2. **M. Puigt**, *Informed Non-negative Matrix Factorization for Industrial Pollution Identification*, GIPSA-lab, Grenoble, France, 23 février 2015.
3. **M. Puigt**, *Informed Non-negative Matrix Factorization for Industrial Pollution Identification*, FORTH-ICS, Heraklion, Crete, Greece, October 31, 2014.
4. **M. Puigt**, *Quasi-Non-Sparse Component Analysis methods and their applications*, FORTH-ICS, Heraklion, Crete, Greece, June 21, 2010.
5. **M. Puigt**, *Méthodes de séparation aveugle de sources fondées sur des transformées temps-fréquence. Application à des signaux de parole*, séminaire de l'équipe SA-IGA du GIPSA-lab, Grenoble, Avril 2008.

### 1.6.3.9 Séjours invités

- LIF, Marseille (2 jours en 2017), invité par V. Emiya
- GIPSA-lab, Grenoble (2 jours en 2015), invité par C. Jutten
- FORTH-ICS, Héraklion, Crète, Grèce (5 jours en 2014), invité par A. Mouchtaris
- FORTH-ICS, Héraklion, Crète, Grèce (3 jours en 2010), invité par A. Mouchtaris

### 1.6.3.10 Diffusion « grand public » des activités de recherche

1. **Présentation ludique des applications des factorisations matricielles**, en traitement du signal et des images, aux étudiants de L1 informatique dans le cadre de leur module PPP en février 2017 et en mars 2019.
2. **Interview** pour le site `sciences-en-ligne.net` en février 2017<sup>6</sup>.
3. Participation à la **Nuit des chercheurs**, organisée par la COMUE Lille Nord de France, à Dunkerque en septembre 2015.
4. Participation à la **Fête de la Science** à la BULCO de Calais en novembre 2014 : démonstrations audiophoniques de la séparation aveugle de sources.
5. **Présentation** régulière du traitement du signal et de la séparation aveugle de sources aux **stagiaires de collège** présents au LISIC.

## 1.7 Principales collaborations

Je recense ci-dessous les auteurs hors travaux de thèse – classés par ordre alphabétique – avec qui je compte au moins deux publications communes ou avec qui des projets sont en cours.

1. Benjamin Bigot (BEA, Le Bourget, France)
2. Dominique Courcot (UCEIV, ULCO, Dunkerque, France)
3. Jordane Creusier (LEM, CNRS, ULCO, Boulogne-sur-Mer, France)
4. Gilles Delmaire (LISIC, ULCO, Calais/Longuenesse, France)
5. Yannick Deville (IRAP, OMP, CNRS, CNES, Université Toulouse 3 Paul Sabatier, Toulouse, France)
6. Anthony Griffin (précédemment à FORTH-ICS, Héraklion, Crète, Grèce, aujourd’hui à AUT University, Auckland, Nouvelle Zélande)

---

6. Voir l'article « Mesure participative de la qualité de l'air » à <https://exploratheque.net/articles/mesure-participative-de-la-qualite-de-l-air>.



7. Cédric Jamet (LOG, CNRS, ULCO, Wimereux, France)
8. Athanasios Mouchtaris (précédemment à FORTH-ICS et University of Crete, Heraklion, Crète, Grèce, aujourd'hui à Amazon Alexa, USA)
9. Gilles Roussel (LISIC, ULCO, Calais/Longuenesse, France)
10. Vincent Vantrepotte (LOG, CNRS, ULCO, Wimereux, France)
11. Emmanuel Vincent (Inria, Nancy, France)

## 1.8 Liste de publications

La liste complète de mes publications est aussi accessible sur ma page personnelle : <https://www-lisic.univ-littoral.fr/~puigt/publis.html>. Elles sont classées ainsi :

1. les revues internationales à comité de lecture (RI) indexées JCR ;
2. les articles invités (AI) ;
3. les conférences internationales avec actes et comité de lecture (CIACL) ;
4. les conférences nationales avec actes et comité de lecture (CNACL) ;
5. les actes de workshops internationaux (WI) ;
6. les communications dans des conférences internationales sans actes (CI) ;
7. les actes de conférences francophones (ACF)
8. les communications dans les conférences francophones sans acte et dans les journées scientifiques (CF).

Les étudiants pour lesquels j'ai participé à l'encadrement sont soulignés.

### 1.8.1 Revues internationales à comité de lecture

- [RI-7] P. Chatelain, G. Delmaire, A. Alboody, **M. Puigt**, G. Roussel, *Semi-automatic Spectral Image stitching for a compact hybrid linescan hyperspectral camera. Application to remote monitoring of potatoe crop leafs in micro agriculture*, Sensors, Volume 21, Issue 22, Article number 7616, special issue on "Machine Learning, Signal, and/or Image Processing Methods to Enhance Environmental Sensors", November 2021.
- [RI-6] G. Delmaire, M. Omidvar, **M. Puigt**, F. Ledoux, A. Limem, G. Roussel, D. Courcot, *Informed Weighted Non-negative Matrix Factorization Using  $\alpha\beta$ -Divergence Applied to Source Apportionment*, Entropy, Volume 21, Issue 3, Article number 253, special issue on "Information Theory Applications in Signal Processing", March 2019.

- [RI-5] C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Informed nonnegative matrix factorization methods for mobile sensor network calibration*, IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks, vol. 4, no. 4, pp. 667–682, December 2018.
- [RI-4] A. Limem, G. Delmaire, **M. Puigt**, G. Roussel, D. Courcot, *Non-negative matrix factorization under equality constraints—a study of industrial source identification*, Applied Numerical Mathematics (APNUM), Volume 85, pp. 1-15, November 2014.
- [RI-3] D. Pavlidi, A. Griffin, **M. Puigt**, A. Mouchtaris, *Real-time multiple sound source localization and counting using a circular microphone array*, IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, Volume 21, Issue 10, pp. 2193-2206, October 2013.
- [RI-2] Y. Deville, **M. Puigt**, *Temporal and time-frequency correlation-based blind source separation methods. Part I : Determined and underdetermined linear instantaneous mixtures*, Signal Processing, Volume 87, Issue 3, pp. 374-407, March 2007.
- [RI-1] **M. Puigt**, Y. Deville, *Time-frequency ratio-based blind separation methods for attenuated and time-delayed sources*, Mechanical System and Signal Processing (MSSP), Volume 19, Issue 6, pp. 1348-1379, November 2005.

### 1.8.2 Articles invités dans des conférences internationales avec actes

- [AI-1] **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Environmental signal processing : new trends and applications*, Proceedings of the 25th European Symposium on Artificial Neural Networks, Computational Intelligence and Machine Learning (ESANN 2017), Bruges, Belgium, April 26-28, 2017.  
Article d'introduction à la session spéciale éponyme organisée par G. Delmaire, M. Puigt et G. Roussel à cette conférence.

### 1.8.3 Conférences internationales avec actes et comité de lecture

- [CIACL-35] K. Abbas, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Joint unmixing and demosaicing methods for snapshot spectral images*, to appear in Proc. 48th IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'23), Rhodes, Greece, June 4-10, 2023.
- [CIACL-34] A. Alboody, **M. Puigt**, G. Roussel, V. Vantrepotte, C. Jamet, T. K. Tran, *DEEPSEN3 : Deep multi-scale learning model for spatio-spectral fusion of Sentinel-2 and Sentinel-3 remote sensing images*, Proc. of the 12th Workshop on Hyperspectral Imaging and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS 2022), Roma, Italy, September 13-16, 2022.
- [CIACL-33] K. Abbas, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Filtering-based endmember identification method for snapshot spectral images*, Proc. of the 12th Workshop on Hyperspectral Imaging and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS 2022), Roma, Italy, September 13-16, 2022.  
Prix du meilleur article "WHISPERS Jose Bioucas Dias award"

- [CIACL-32] C. T. Cissé, A. Alboody, **M. Puigt**, G. Roussel, V. Vantrepotte, C. Jamet, T. K. Tran, *A new deep learning method for multispectral image time series completion using hyperspectral data*, Proc. 47th IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'22), pp. 1546–1550, Singapore / Virtual, May 2022.
- [CIACL-31] A. Alboody, **M. Puigt**, G. Roussel, V. Vantrepotte, C. Jamet, T. K. Tran, *Experimental comparison of multi-sharpening methods applied to Sentinel-2 MSI and Sentinel-3 OLCI images*, Proc. 11th Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS'21), Virtual, 2021.
- [CIACL-30] O. Vu thanh, **M. Puigt**, F. Yahaya, G. Delmaire, G. Roussel, *In situ calibration of cross-sensitive sensors in mobile sensor arrays using fast informed non-negative matrix factorization*, Proc. 46th IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'21), Toronto, Canada / Virtual, pp. 3515–3519, June 6-11, 2021.
- [CIACL-29] F. Yahaya, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Random projection streams for (weighted) nonnegative matrix factorization*, Proc. 46th IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'21), pp. 3280-3284, Toronto, Canada / Virtual, June 6–11, 2021.
- [CIACL-28] F. Yahaya, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Gaussian compression stream : principle and preliminary results*, Proceedings of iTWIST : international Traveling Workshop on Interactions between low-complexity data models and Sensing Techniques, Nantes, France, December 2–4, 2020.
- [CIACL-27] F. Yahaya, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *How to apply random projections to nonnegative matrix factorization with missing entries ?*, Proceedings of the 27th European Signal Processing Conference (EUSIPCO), A Coruña, Spain, September 2–6, 2019.
- [CIACL-26] F. Yahaya, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Faster-than-fast NMF using random projections and Nesterov iterations*, Proceedings of iTWIST : international Traveling Workshop on Interactions between low-complexity data models and Sensing Techniques, Marseille, France, November 21-23, 2018.
- [CIACL-25] C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Outlier-robust blind calibration of sensor networks*, Proceedings of the 13th IEEE International Workshop on Electronics, Control, Measurement, Signals and their application to Mechatronics (ECMSM 2017), San Sebastian, Spain, May 24–26, 2017.
- [CIACL-24] C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Fast nonnegative matrix factorization and completion using Nesterov iterations*, Proceedings of the 13th International Conference on Latent Variable Analysis and Signal Separation (LVA/ICA 2017), Lecture Notes in Computer Science, vol. 10169, pp. 26–35, Grenoble, France, February 21–24, 2017.
- [CIACL-23] R. Chreiky, G. Delmaire, **M. Puigt**, G. Roussel, A. Abche, *Informed split gradient non-negative matrix factorization using Huber cost function for source apportionment*, Proceedings of the 16th IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT 2016), Limassol, Cyprus, December 12-14, 2016.

- [CIACL-22] R. Chreiky, G. Delmaire, C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Roussel, A. Abche, *Robust informed split gradient NMF using Alpha Beta-divergence for source apportionment*, Proceedings of the 26th IEEE International Workshop on Machine Learning for Signal Processing (MLSP 2016), Vietri Sul Mare, Salerno, Italy, September 13–16, 2016.
- [CIACL-21] C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Nonlinear mobile sensor calibration using informed semi-nonnegative matrix factorization with a Vandermonde factor*, Proceedings of the 9th IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM 2016), Rio de Janeiro, Brazil, July 10–13, 2016.
- [CIACL-20] C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Blind mobile sensor calibration using an informed nonnegative matrix factorization with a relaxed rendezvous model*, Proceedings of the 41st IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP 2016), pp. 2941–2945, Shanghai, China, March 20–25, 2016.
- [CIACL-19] C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Blind calibration of mobile sensors using informed nonnegative matrix factorization*, Proceedings of the 12th International Conference on Latent Variable Analysis and Signal Separation (LVA/ICA 2015), Springer International Publishing Switzerland, vol. LNCS 9237, pp. 497–505, Liberec, Czech Republic, August 25–28, 2015.
- [CIACL-18] R. Chreiky, G. Delmaire, **M. Puigt**, G. Roussel, D. Courcot, A. Abche, *Split gradient method for informed non-negative matrix factorization*, Proceedings of the 12th International Conference on Latent Variable Analysis and Signal Separation (LVA/ICA 2015), Springer International Publishing Switzerland, vol. LNCS 9237, pp. 376–383, Liberec, Czech Republic, August 25–28, 2015.
- [CIACL-17] A. Limem, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, D. Courcot, *Bound constrained weighted NMF for industrial source apportionment*, Proceedings of the 24th IEEE International Workshop on Machine Learning for Signal Processing (MLSP 2014), Reims, France, September 21–24, 2014.
- [CIACL-16] M. Plouvin, A. Limem, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, D. Courcot, *Enhanced NMF initialization using a physical model for pollution source apportionment*, Proceedings of the 22nd European Symposium on Artificial Neural Networks, Computational Intelligence and Machine Learning (ESANN 2014), pp. 261–266, Bruges, Belgium, April 23–25, 2014.
- [CIACL-15] A. Limem, G. Delmaire, **M. Puigt**, G. Roussel, D. Courcot, *Non-negative matrix factorization using weighted beta divergence and equality constraints for industrial source apportionment*, Proceedings of the 23rd IEEE International Workshop on Machine Learning for Signal Processing (MLSP 2013), Southampton, UK, September 22–25, 2013.
- [CIACL-14] **M. Puigt**, E. Vincent, Y. Deville, A. Griffin, A. Mouchtaris, *Effects of audio coding on ICA performance : an experimental study*, Proceedings of the 11th IEEE International Workshop on Electronics, Control, Measurement, Signals and their application to Mechatronics (ECMSM 2013), Toulouse, France, June 24–26, 2013.
- [CIACL-13] A. Griffin, D. Pavlidi, **M. Puigt**, A. Mouchtaris, *Real-time multiple speaker DOA estimation in a circular microphone array based on matching pursuit*, Proceedings of the 20th European Signal Processing

Conference (EUSIPCO 2012), pp. 2303–2307, Bucharest, Romania, August 27–31, 2012.

- [CIACL-12] D. Pavlidi, A. Griffin, **M. Puigt**, A. Mouchtaris, *Source counting in real-time sound source localization using a circular microphone array*, Proceedings of the 7th IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing (SAM 2012), pp. 521–524, Hoboken, NJ, USA, June 17–20, 2012.
- [CIACL-11] **M. Puigt**, A. Griffin, A. Mouchtaris, *Nonlinear blind mixture identification using local source sparsity and functional data clustering*, Proceedings of the 7th IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing (SAM 2012), pp. 481–484, Hoboken, NJ, USA, June 17–20, 2012.
- [CIACL-10] D. Pavlidi, **M. Puigt**, A. Griffin, A. Mouchtaris, *Real-time multiple sound source localization using a circular microphone array based on single-source confidence measures*, Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP 2012), pp. 2625–2628, Kyoto, Japan, March 25–30, 2012.
- [CIACL-9] **M. Puigt**, A. Griffin, A. Mouchtaris, *Post-nonlinear speech mixture identification using single-source temporal zones & curve clustering*, Proceedings of the 19th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2011), pp. 1844–1848, Barcelona, Spain, August 29 – September 2, 2011.
- [CIACL-8] I. Meganem, Y. Deville, **M. Puigt**, *Blind separation methods based on correlation for sparse possibly-correlated images*, Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP 2010), pp. 1334–1337, Dallas, Texas, USA, March 14–19, 2010.
- [CIACL-7] O. Berné, C. Joblin, A. Tielens, Y. Deville, **M. Puigt**, R. Guidara, S. Hosseini, G. Mulas, J. Cami, *Source separation algorithms for the analysis of hyperspectral observations of very small interstellar dust particles*, Proceedings of the 1st Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (IEEE WHISPERS 2009), Grenoble, France, August 26–28, 2009.
- [CIACL-6] **M. Puigt**, E. Vincent, Y. Deville, *Validity of the Independence Assumption for the Separation of Instantaneous and Convolutional Mixtures of Speech and Music Sources*, Proceedings of the 8th International Conference on Independent Component Analysis and Blind Source Separation (ICA 2009), Springer-Verlag Berlin Heidelberg, vol. LNCS 5441, pp. 613–620, Paraty, Brazil, March 15–18, 2009.
- [CIACL-5] **M. Puigt**, Y. Deville, *Iterative-Shift Cluster-Based Time-Frequency BSS for Fractional-Time-Delay Mixtures*, Proceedings of the 8th International Conference on Independent Component Analysis and Blind Source Separation (ICA 2009), Springer-Verlag Berlin Heidelberg, vol. LNCS 5441, pp. 306–313, Paraty, Brazil, March 15–18, 2009.
- [CIACL-4] **M. Puigt**, Y. Deville, *A time-frequency correlation-based blind source separation method for time-delayed mixtures*, Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Acoustics, Sound and Signal Processing (ICASSP 2006), ISBN : 1-4244-0469-X, pp. V-853 – V-856, Toulouse, France, May 14–19, 2006.
- [CIACL-3] Y. Deville, D. Bissessur, **M. Puigt**, S. Hosseini, H. Carfantan, *A time-scale correlation-based blind separation method applicable to correlated sources*, Proceedings of the European Symposium on Artificial Neural Networks (ESANN2006), pp. 337–344, Bruges, Belgium, April 25–28, 2006.

- [CIACL-2] **M. Puigt**, Y. Deville, *Two time-frequency ratio-based blind source separation methods for time-delayed mixtures*, Proceedings of the 6th International Conference on Independent Component Analysis and Blind Source Separation (ICA 2006), Springer-Verlag Berlin Heidelberg, vol. LNCS 3889, pp. 682–690, Charleston, South Carolina, USA, March 5–8, 2006.
- [CIACL-1] Y. Deville, **M. Puigt**, B. Albouy, *Time-frequency blind signal separation : extended methods, performance evaluation for speech sources*, Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN 2004), IEEE Catalog Number : 04CH37541C, ISBN : 0-7803-8360-5, pp. 255-260, Budapest, Hungary, 25–29 July 2004.

### 1.8.4 Conférences nationales avec actes et comité de lecture

- [CNAACL-6] P. Chatelain, G. Delmaire, **M. Puigt**, G. Roussel, *Inversion de réseaux de filtres de Fabry-Perot pour la restauration de cubes hyperspectraux*, Actes du GRETSI, pp. 858–888, Nancy, France, 6-9 septembre 2022.
- [CNAACL-5] K. Abbas, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Démélange et dématricage conjoints par complétion de rang un pour les images multispectrales « snapshot »*, Actes du GRETSI, pp. 925–928, Nancy, France, 6-9 septembre 2022.
- [CNAACL-4] C. T. Cissé, A. Alboody, **M. Puigt**, G. Roussel, V. Vantrepotte, C. Jamet, T. K. Tran, *Complétion par apprentissage profond de séries temporelles d’images multi-spectrales à partir d’images hyperspectrales*, Actes du GRETSI, pp. 1305–1308, Nancy, France, 6-9 septembre 2022.
- [CNAACL-3] **M. Puigt**, B. Bigot, H. Devulder, *Apport de la séparation de sources au traitement des signaux audio-phoniques issus de « boîtes noires aéronautiques »*, Actes du GRETSI, pp. 1001–1004, Nancy, France, 6-9 septembre 2022.
- [CNAACL-2] B. Bigot, H. Devulder, **M. Puigt**, *Amélioration de l’intelligibilité de la parole dans des enregistrements de « boîtes noires aéronautiques » à l’aide de méthodes de Séparation Aveugle de Sources*, Actes des 34e Journées d’Études sur la Parole (JEP2022), pp. 351–360, Ile de Noirmoutier, France, 13-17 juin 2022.
- [CNAACL-1] F. Yahaya, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Accélération de la factorisation pondérée en matrices non-négatives par projections aléatoires*, Actes du GRETSI, p. 265–268, Lille, France, 22-27 août 2019.

### 1.8.5 Actes de workshops internationaux

- [WI-3] **M. Puigt**, O. Berné, R. Guidara, Y. Deville, S. Hosseini, C. Joblin, *Cross-validation of blindly separated interstellar dust spectra*, Proceedings of the 9th International Workshop on Electronics, Control, Modelling, Measurement and Signals (ECMS 2009), pp. 41-48, Mondragon, Spain, July 8-10, 2009.
- [WI-2] **M. Puigt**, Y. Deville, *A new time-frequency correlation-based source separation method for attenuated and time shifted mixtures*, Proceedings of the 8th International Workshop on Electronics, Control,

Modelling, Measurement and Signals (ECMS 2007), pp. 34-39, Liberec, Czech Republic, May 21-23, 2007.

- [WI-1] **M. Puigt**, Y. Deville, *A time-frequency ratio-based source separation method for time-delayed mixtures exploiting constant-time zones*, Proceedings of the 7th International Workshop on Electronics, Control, Modelling, Measurement and Signals (ECMS 2005), Toulouse, France, May 17-20, 2005.

### 1.8.6 Communications dans des conférences internationales sans actes

- [CI-10] P. Chatelain, G. Delmaire, **M. Puigt**, G. Roussel, *Fabry-Perot Filter Array Inversion for Hyperspectral Datacube Restoration*, Second Workshop on Low-Rank Models and Applications (LRMA'22), Mons, Belgium, September 2022.
- [CI-9] **M. Puigt**, B. Bigot, H. Devulder, *Airplane ! Introducing the cockpit speech source separation problem*, Second Workshop on Low-Rank Models and Applications (LRMA'22), Mons, Belgium, September 2022.
- [CI-8] K. Abbas, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Filtering-based endmember estimation from snapshot spectral images*, Second Workshop on Low-Rank Models and Applications (LRMA'22), Mons, Belgium, September 2022.
- [CI-7] F. Yahaya, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Fast & Furious : accelerating weighted NMF using random projections*, Workshop on Low-Rank Models and Applications (LRMA'19), Mons, Belgium, September 2019.
- [CI-6] F. Yahaya, C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Online calibration of a mobile sensor network by matrix factorization*, presented during the international Symposium entitled "Individual Air Pollution Sensors : Innovation or Revolution ?", Villeneuve-d'Ascq, France, November 29-30, 2018.
- [CI-5] F. Ledoux, C. Roche, M. Borgie, L. Moufarrej, G. Delmaire, G. Roussel, **M. Puigt**, C. Beaugard, D. Dewaele, P. Gennevray, O. Favez, D. Courcot, *Source contributions to PM10 levels in a coastal area in northern France : a one year study*, 28th SETAC Europe Annual Meeting, Roma, Italy, May 13-17, 2018.
- [CI-4] D. Courcot, C. Roche, M. Borgie, G. Delmaire, G. Roussel, **M. Puigt**, C. Beaugard, O. Favez, F. Ledoux, *A one year study to estimate maritime contributions to PM10 levels in a coastal area in northern France*, International Conference on Atmospheric Chemical and Biological Processes : Interactions and Impacts (ATMOCHEMBIO), Clermont-Ferrand, France, June 2017.
- [CI-3] C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, R. Rouvoy, I. Sagnier, *Matrix Factorisation-based Calibration For Air Quality Crowd-sensing*, European Geosciences Union General Assembly (EGU 2017), Vienna, Austria, April 23-28, 2017.
- [CI-2] C. Roche, F. Ledoux, M. Borgie, G. Delmaire, G. Roussel, **M. Puigt**, D. Courcot, *Origins of PM10 in northern coast of France : a one year study to estimate maritime contributions in the Strait of Dover*, 22nd European Aerosol Conference, Tours, France, September 4-9, 2016.

[CI-1] **M. Puigt**, Y. Deville, *Principles and performance of the LI-TIFROM software*, 2008 Signal Separation Evaluation Campaign (SiSEC 2008), presented during (but not included in the proceeding of) the 8th International Conference on Independent Component Analysis and Blind Source Separation (ICA 2009), Paraty, Brazil, March 15-18, 2009.

### 1.8.7 Actes de conférences francophones

- [ACF-2] V. Vantrepotte, K. Trung-Tran, H. Loisel, C. Jamet, F. Schmitt, S. Schmidt, N. Savoye, D. Doxaran, P. Gernez, F. Gohin, **M. Puigt**, F. Dufresnois, J. L. Blin, *Projet TOSCA OSYNICO : Optimisation et SYnergie des données In situ et COuleur de l'eau pour l'étude de la dynamique biogéochimique des eaux côtières*, Colloque ILICO / EVOLECO 2021, La Rochelle, France, 2-5 novembre 2021.
- [ACF-1] **M. Puigt**, Y. Deville, Une méthode temps-fréquence de séparation aveugle de sources, pour mélanges à retard, exploitant les zones à temps constant, Colloque de l'Ecole Doctorale Informatique et Télécommunications (EDIT 2006), pp. 143-147, Toulouse, France, 22-23 mai 2006.

### 1.8.8 Communications dans des conférences francophones / journées scientifiques sans actes

- [CF-17] P. Chatelain, G. Delmaire, **M. Puigt**, G. Roussel, *Inversion de grille de filtres de Fabry-Perot pour la reconstruction de cubes hyperspectraux*, Journée Régionale des Doctorants en Automatique, Douai, France, 14 juin 2022.
- [CF-16] K. Abbas, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *A dedicated joint unmixing and demosaicing method for snapshot spectral images*, Journée Régionale des Doctorants en Automatique, Douai, France, 14 juin 2022.
- [CF-15] K. Abbas, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Joint Demosaicing and Unmixing in Snapshot Spectral Images*, GdR ISIS & GdR Ondes, journées d'optique non-conventionnelle, mars 2022, Paris, France.
- [CF-14] F. Yahaya, **M. Puigt**, O. Vu thanh, G. Delmaire, G. Roussel. *Fast informed nonnegative matrix factorization for mobile sensor calibration*, GdR ISIS, journée "Statistical learning with missing values", Dec 2021, Virtuel, France.
- [CF-13] P. Chatelain, G. Delmaire, A. Alboody, **M. Puigt**, G. Roussel, *Assemblage semi-automatique d'images d'une scène agricole pour la construction du cube hyperspectral à partir d'une caméra compacte spatio-spectrale*, Journée Régionale des Doctorants en Automatique, Compiègne, France, 19 novembre 2021.
- [CF-12] K. Abbas, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Joint Demosaicing and Unmixing in Hyperspectral Videos*, Journée Régionale des Doctorants en Automatique, Compiègne, France, 19 novembre 2021.
- [CF-11] A. Alboody, **M. Puigt**, G. Roussel, *Apprentissage profond et fusion des images hyperspectrales (Sentinel-3 OLCI, AVIRIS, HICO) et multi-spectrales (Sentinel-2, Landsat8 OLI) pour l'extraction des*



*attributs (couleur de l'océan)*, GdR ISIS, journée "Extraction d'attributs et apprentissage pour l'analyse des images de télédétection", Oct 2020, Virtuel, France.

- [CF-11] F. Yahaya, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *NMF for Big Data with Missing Entries : A Random Projection Based Approach*, 6ème Journée Régionale des Doctorants en Automatique et Traitement du Signal, Lille, France, 9 juillet 2019.
- Prix du meilleur poster**
- [CF-10] F. Yahaya, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Non-Negative Matrix Factorization with Missing Entries : A Random Projection Based Approach*, Journée des jeunes chercheurs en traitement du signal et/ou de l'image, GRAISyHM, Amiens, France, 17 juin 2019.
- [CF-9] **M. Puigt**, C. Dorffer, F. Yahaya, G. Delmaire, G. Roussel, *Cartographie et étalonnage de capteurs conjoints par traitement des données issues de capteurs mobiles*, Colloque National Capteurs et Sciences Participatives, Paris, France, 1-4 avril 2019.
- [CF-8] F. Yahaya, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Do random projections fasten an already fast NMF technique using Nesterov optimal gradient ?*, 5ème Journée Régionale des Doctorants en Automatique et Traitement du Signal, Amiens, France, 3 juillet 2018.
- [CF-7] C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Sensor Calibration using Informed Matrix Factorisation for Air Quality Crowdsensing*, 4ème Journée Régionale des Doctorants en Automatique et Traitement du Signal, Béthune, France, 30 juin 2017.
- [CF-6] C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Méthodes informées de factorisation matricielle pour l'étalonnage aveugle d'un réseau de capteurs mobiles*, Doctorale en Traitement du Signal et de l'Image 2017, GRAISyHM, Lille, France, 26 avril 2017.
- [CF-5] C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Méthodes informées de factorisation matricielle pour l'étalonnage aveugle d'un réseau de capteurs mobiles*, GdR ISIS, journée "Inversion et problèmes multi-\*", mars 2017, Paris, France.
- [CF-4] C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, R. Rouvoy, *Traitement de signaux irrégulièrement échantillonnés issus du mobile crowd-sensing pour la surveillance de la qualité de l'air*, Innovatives Big Data, CNRS, Paris, France 14 octobre 2016.
- [CF-3] C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Méthodes de traitement et de fusion de signaux irrégulièrement échantillonnés issus du crowdsensing. Application à la surveillance citoyenne de la qualité de l'air*, 3ème Journée Régionale des Doctorants en Automatique et Traitement du Signal, Juin 2016, Lille, France.
- [CF-2] G. Delmaire, **M. Puigt**, G. Roussel, *Factorisation Matricielle Non-Négative pour l'interprétation de données environnementales*, Troisièmes Journées Franco-Libanaises, Beyrouth, Liban, 29-31 octobre 2015.
- [CF-1] A. Limem, G. Delmaire, **M. Puigt**, G. Roussel, *Méthodes informées de factorisation matricielle non-négative. Application à l'identification de sources de particules industrielles*, journée GT Identification, GdR MACS, novembre 2014, Paris, France.

## 1.8.9 Thèse de doctorat

- [T-1] **M. Puigt**, *Méthodes de séparation aveugle de sources fondées sur des transformées temps-fréquence. Application à des signaux de parole*, Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier-Toulouse III, 2007.

## 1.8.10 Logiciels

- [L-3] F. Yahaya, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Faster-than-fast NMF using random projections and Nesterov iterations*, [https://gogs.univ-littoral.fr/puigt/Faster-than-fast\\_NMF](https://gogs.univ-littoral.fr/puigt/Faster-than-fast_NMF)
- [L-2] C. Dorffer, **M. Puigt**, G. Delmaire, G. Roussel, *Informed Nonnegative matrix factorization methods for mobile sensor calibration*, [https://gogs.univ-littoral.fr/dorffer/Informed\\_NMF\\_Mobile\\_Sensor\\_Calibration](https://gogs.univ-littoral.fr/dorffer/Informed_NMF_Mobile_Sensor_Calibration)
- [L-1] **M. Puigt**, Y. Deville, *LI-TIFROM software : Time-Frequency Ratio of Mixtures blind source separation method for Linear-Instantaneous mixtures*, <https://web.archive.org/web/20170730075635/http://www.ast.obs-mip.fr/article715.html>

# Chapitre 2

## Synthèse des travaux

Ce chapitre résume l'ensemble de mes activités de recherche depuis ma soutenance de thèse, selon un ordre chronologique. D'une manière générale, je m'intéresse à *l'analyse en variables latentes* à partir de données multi-variées. Plus particulièrement, je cherche à estimer des variables latentes organisées sous la forme de deux matrices  $G$  et  $F$  de dimensions respectives  $n \times p$  et  $p \times m$  à partir d'une matrice de données  $X$  de taille  $n \times m$ . Selon les applications, une matrice de pondération  $W$  est aussi associée à la matrice de données. Il est à noter que  $W$  peut avoir des valeurs nulles en cas de données manquantes dans  $X$ . Ces quatre matrices sont liées par la relation :

$$W \circ X \approx W \circ (G \cdot F), \quad (2.1)$$

où les symboles  $\circ$  et  $\cdot$  représentent respectivement le produit de Hadamard et le produit matriciel. Selon les applications et les méthodes associées, la valeur de  $p$  est strictement inférieure (respectivement supérieure ou égale) à  $\min(n, m)$ .

Les approches proposées ont été principalement appliquées à la séparation aveugle et informée de sources (sources sonores, sources de pollution atmosphérique, imagerie multi- et hyperspectrale), mais aussi à l'étalonnage *in situ* de capteurs, au démélange et au dématricage conjoints d'un capteur multispectral « snapshot » ou encore à la localisation de sources sonores. Les approches développées font appel à des propriétés de non-négativité. Je me suis aussi intéressé à l'influence de certains effets sur les performances de méthodes de séparation de sources (mesures de dépendance des signaux de parole et de musique, influence du codage audio) et à des applications nouvelles (séparation de sources sonores issues de boîtes noires aéronautiques).

De plus, dans le cadre d'un co-encadrement post-doctoral, j'ai pu m'intéresser aux approches d'apprentissage profond pour la fusion spatio-spectrale, spatio-temporelle et spatio-spectro-temporelle d'images satellitaires.

Enfin, dans le cadre de ces activités, j'ai pu participer à la co-conception de capteurs divers.

## 2.1 Travaux de thèse

J'ai commencé à m'intéresser à l'analyse en composantes parcimonieuses (SCA pour *Sparse Component Analysis* en anglais) lors de mon stage de DEA puis de ma thèse de doctorat [Pui07]. Ces approches supposent que les variables latentes permettant de générer les données observées sont parcimonieuses, éventuellement via un dictionnaire. Sous réserve que leurs hypothèses soient satisfaites, elles permettent de plus de traiter le cas où  $p > \min(n, m)$ .

Dans le cadre de la séparation de sources, ces approches permettent de traiter le cas dit *sous-déterminé* où le nombre de signaux sources est supérieur à celui des signaux observés. Pour cela, les approches de SCA font l'hypothèse que les données observées – représentés sous la forme d'une matrice  $X$  s'il n'y a pas de transformée appliquée aux données – sont globalement de rang déficient mais localement de faible rang (et même localement de rang 1 pour les approches de SCA historiques). En pratique, de nombreuses méthodes de SCA (i) supposent que toutes les données sont de même qualité<sup>1</sup>, (ii) estiment les paramètres de mélange – stockés dans une des matrices de l'équation (2.1), disons  $G$ , dans le cas de mélanges linéaires instantanés – puis (iii) estiment  $F$  par résolution d'un problème inverse parcimonieux voire par inversion de  $G$  si cela est possible. Alors que les premières approches de SCA proposées supposaient que chaque point observé ne pouvait être associé qu'à une seule source [YR04], les travaux proposés dans l'équipe de Y. Deville – dont mes propres travaux de thèse [Pui07] – supposaient que les sources pouvaient être recouvrantes sauf dans certaines zones – dites *mono-sources* – à trouver où une seule source était présente. Durant ma thèse, j'ai notamment travaillé sur le développement des méthodes TIFROM [DPA04; PD05; PD06b] et TIFCORR [DP07; PD06a; PD07] pour des mélanges<sup>2</sup> linéaires instantanés et anéchoïques de signaux audio, mais aussi pour des applications en astrochimie [Ber+09; Pui+09].

## 2.2 Travaux durant mes contrats d'ATER (2007–2009)

Durant mes contrats d'ATER à l'Université Toulouse III – Paul Sabatier de 2007 à 2009, nous avons développé de nouvelles extensions de ces approches de SCA pour tenir compte de décalages temporels non-entiers dans le cas de mélanges anéchoïques [PD09] et, dans le cadre du PFE d'I. Meganem, nous avons proposé de nouvelles méthodes de SCA dédiées aux images [MDP10].

Par ailleurs, en collaboration avec E. Vincent et Y. Deville, j'ai également étudié la validité de l'hypothèse d'indépendance statistique – énoncée et nécessaire en analyse en composantes indépendantes (ICA pour *Independent Component Analysis* en anglais) [CJ10; HKO01] – appliquée aux signaux de parole et de musique [PVD09]. En particulier, nous avons étudié certaines mesures

---

1. Dans ce cas, la matrice  $W$  est une matrice dont toutes les entrées valent 1.

2. Il y a aussi dans [Pui07] un chapitre théorique pour étendre ces approches au cas de mélanges convolutifs.

de dépendance, dans les domaines temporel et temps-fréquence, respectivement dans le cadre de mélanges instantanés et convolutifs. De plus, nous avons testé plusieurs méthodes d'ICA, basées sur les mesures de dépendance ci-dessus, sur les mêmes signaux sources. Nous avons montré expérimentalement que les sources de parole et de musique ont tendance à avoir le même comportement moyen pour des durées de signaux supérieures à 20 ms, mais que les signaux musicaux fournissent des mesures de dépendance et des valeurs de rapport signal à interférence plus étalées. Enfin, nous avons montré expérimentalement que l'information mutuelle non-stationnaire Gaussienne [PC01] est mieux adaptée aux signaux audio que l'information mutuelle [KSG04].

## 2.3 Travaux à FORTH-ICS (2010–2012)

Durant mon contrat post-doctoral à FORTH-ICS financé par le projet européen FP7 IAPP AVID MODE, de 2010 à 2012, je me suis intéressé aux extensions post-non-linéaires des approches de SCA et plus particulièrement à l'identification des paramètres non-linéaires de mélanges dans des zones mono-sources à trouver. Nous avons testé et proposé plusieurs critères pour trouver les zones mono-sources ainsi que plusieurs techniques de clustering des données fonctionnelles issues des nuages de points des observations dans les zones mono-sources [PGM11 ; PGM12a]. Ces étapes permettent ensuite l'application de stratégies d'estimation finale des sources proposées par d'autres auteurs qui supposaient des propriétés de parcimonie beaucoup plus fortes [vS06]. Enfin, nous avons montré qu'avec les mêmes hypothèses de parcimonie, nous pouvions traiter certains mélanges non-linéaires généraux [PGM12a].

Par ailleurs, dans le cadre du stage de Master 2 de D. Pavlidi, nous nous sommes intéressés à l'estimation du nombre de locuteurs et à leur localisation en temps réel. Pour cela, nous avons utilisé un réseau circulaire de microphones – qui permet notamment de résoudre certaines ambiguïtés de localisation – et nous avons étendu une approche de localisation de source unique dédiée à cette géométrie de capteurs [KS07] au cas multi-source. L'approche proposée considérait une courte trame temporelle dans laquelle des transformées de Fourier à court terme étaient calculés et des zones mono-sources étaient recherchées en utilisant la méthode proposée dans [PD07]. Dans ces zones, une estimation de la direction de la source sonore était réalisée en utilisant la méthode proposée dans [KS07]. Enfin, une étape finale de classification circulaire était réalisée pour compter et localiser les multiples sources présentes. Plusieurs approches de classification ont ainsi été proposées [Pav+12b ; Pav+12a ; Gri+12] et les méthodes proposées se sont montrées plus précises que les approches de traitement d'antenne à large bande [Pav+13].

Enfin, avec E. Vincent, Y. Deville, A. Griffin et A. Mouchtaris, nous nous sommes intéressés à l'effet du codage audio avec pertes sur les performances d'ICA [Pui+13]. Nous avons montré que, même si le taux de débit est élevé, la diversité spatiale due au codage stéréo MP3 a de sérieux effets

sur les performances des méthodes ICA classiques alors que le filtrage spectro-temporel dû à la compression mono n'a presque aucun effet. Nous avons finalement conclu au besoin de méthodes de séparation de sources de nouvelle génération qui prennent en compte la procédure de codage audio, par exemple pour les systèmes audio immersifs (fournissant des dizaines d'observations codées conjointement).

## 2.4 Travaux au LISIC (depuis 2012)

### 2.4.1 Factorisation informée en matrices (semi-)non-négatives

Lors de mon arrivée à l'ULCO et au LISIC, j'ai participé aux travaux en cours dans le groupe animé par Gilles Roussel portant sur la factorisation en matrices non-négatives<sup>3</sup> (NMF pour *Non-negative Matrix Factorization* en anglais). En effet, lors de mon arrivée en septembre 2012, des travaux avaient déjà été initiés [Del+10] et une thèse était en cours (thèse d'A. Limem [Lim14]) dans le cadre d'un projet avec la société ArcelorMittal et le laboratoire UCEIV de l'ULCO. De plus, le projet ECUME était sur le point de démarrer, toujours avec le laboratoire UCEIV mais aussi avec l'IMT de Lille-Douai, l'agence Nord Pas-de-Calais de la DREAL et l'association ATMO Nord Pas-de-Calais. Ces travaux ont ensuite été poursuivis dans le cadre de la thèse de R. Chreiky [Chr17].

Ces projets avaient pour objectif le développement d'approches informées de NMF pour le partitionnement de sources, c.-à-d. un problème de séparation de sources de particules fines en suspension dans l'air. Dans ce problème, la matrice  $F$  contient les profils des polluants présents dans l'atmosphère alors que la matrice  $G$  contient les contributions de ces polluants. Ce problème est plutôt complexe car il rassemble plusieurs difficultés. Les données – obtenues par analyse chimique de filtres – sont associées à une incertitude qui sont arrangées sous forme d'une matrice  $W$ . De plus, il peut y avoir des données aberrantes dans  $X$ . Enfin et malheureusement, les *a priori* classiques permettant de garantir l'unicité de la solution de la NMF (par exemple la séparabilité [DS04]) ne sont pas satisfaits.

Heureusement, nous avons à notre disposition des connaissances d'experts de type contraintes égalités et inégalités sur les valeurs de  $F$  qui permettent de régulariser le problème. De plus, la position du capteur de particules et de certaines sources ponctuelles de pollution (par exemple, cheminées industrielles) sont connues, permettant de contraindre certaines valeurs de  $G$ . L'originalité des approches proposées réside notamment dans la prise en compte de ces connaissances dans la paramétrisation de la fonction de coût de la NMF pondérée [Lim+13; Lim+14b; Lim+14a] et de l'utilisation d'un modèle plume Gaussien pour forcer à zero certaines contributions de sources

---

3. On parle de « matrice non-négative » par traduction de l'expression anglaise “*nonnegative matrix*”, c.-à-d. qu'on considère une matrice à valeurs positives ou nulles.

industrielles ponctuelles [Plo+14]. Enfin, des fonctions de coût robustes aux valeurs aberrantes [Lim+14b; Chr+16a; Del+19; Chr+16b] et des mises à jour dédiées au problème [Lim+14a; Del+19; Chr+15; Chr+16a; Chr+16b] ont été proposées. D'un point de vue expérimental, l'apport de ces connaissances permet à la NMF informée d'être moins sensible à l'initialisation qu'une NMF aveugle et d'obtenir des résultats plus réalistes d'un point de vue chimique [Lim14].

Dans le cadre de mon projet d'intégration au LISIC, je me suis intéressé au *crowdsensing*, c.-à-d. à l'utilisation d'une foule de capteurs pour l'observation de phénomènes. Ces travaux ont été réalisés dans le cadre du projet « chercheurs-citoyens » OSCAR (financé par la Région Nord Pas-de-Calais et labellisé dans le cadre du programme REPERE du Ministère de la Transition Ecologie et Solidaire) et du projet CNRS MASTODONS DoMasQ'Air. Ces deux projets étaient en partenariat avec l'équipe-projet Spirals de l'Inria et Atmo Hauts-de-France. L'association BES était aussi partenaire du projet OSCAR alors que le laboratoire PC2A de L'Université de Lille était aussi partenaire du projet DoMasQ'air. Par ailleurs, ces travaux ont eu lieu dans le cadre des thèses de C. Dorffer [Dor17] et de F. Yahaya [Yah21] mais aussi des stages de PFE de B. Bracq et d'O. Vu thanh. Ces projets avaient pour objectif la mesure citoyenne de la qualité de l'air, au moyen de capteurs miniaturisés et portés par des volontaires. Ces capteurs sont généralement bas-coût et voient leur réponse dériver au cours du temps, nécessitant un ré-étalonnage régulier (typiquement une fois toutes les 3 ou 4 semaines).

Or, il est généralement (i) difficile de faire régulièrement revenir en laboratoire des volontaires portant ces capteurs et (ii) coûteux de réaliser en laboratoire un ré-étalonnage d'un grand nombre de capteurs de la qualité de l'air. L'objectif de l'étalonnage *in situ* de capteurs consiste à corriger la dérive des réponses des capteurs à partir des données qu'ils génèrent. Dans la mouvance de l'internet des objets, cette problématique est donc un sujet d'actualité [MZT18; DLR19]. Les méthodes de la littérature sont généralement propres à un type de réseau de capteurs (capteurs fixes ou mobiles, modèle d'étalonnage linéaire ou non-linéaire, présence de valeurs de référence ou pas, possibilité de rendez-vous entre capteurs ou pas) [MZT18; DLR19].

Dans nos travaux, nous avons principalement<sup>4</sup> étudié l'étalonnage de capteurs mobiles en présence d'un faible nombre de références. Nous avons alors formalisé le problème sous la forme d'une factorisation matricielle (semi-)non-négative informée. Plus particulièrement, (i) la matrice  $X$  contient les mesures brutes (typiquement des tensions) de chaque capteur dans l'ensemble des positions possibles d'une scène, durant un petit intervalle de temps, ainsi que les mesures de capteurs de référence supposées sans erreur dans sa dernière colonne; (ii) la matrice  $G$  est structurée par la fonction d'étalonnage du capteur (linéaire, affine, multi-linéaire, non-linéaire) et contient les concentrations observées; (iii) la matrice  $F$  contient l'ensemble des valeurs d'étalonnage du réseau de capteur ainsi qu'une colonne fixe pour tenir compte des valeurs dans la dernière colonne dans

---

4. Nous nous sommes aussi un peu intéressés au cas de capteurs fixes [Dor+17b].

$X$  et (iv) la matrice  $W$  contient les mesures de confiance associées à chaque entrée de  $X$ . Certaines valeurs de  $W$  valant zéro en cas d'absence de mesure correspondant dans  $X$ .

Dans le cas où les paramètres d'étalonnage sont non-négatifs, la modélisation du problème est similaire à celle de partitionnement de sources ci-dessus [Dor+15] et les incertitudes d'échelle et de permutation propres à toute factorisation matricielle sont gérées par les contraintes sur  $G$  et  $F$ . Sous réserve que nous ayons assez de données sur les lignes de  $X$  – correspondant aux « rendez-vous » de capteurs [Sau+14] – et que nous rajoutions des a priori de type dictionnaire [Dor+16a; Dor+18] ou modèle spatial [Dor17], ces méthodes permettent de réaliser à la fois l'étalonnage du réseau de capteurs et la cartographie des phénomènes physiques partiellement observés. Nous avons proposé de nombreuses extensions de ces méthodes pour traiter des réponses de capteurs qui soient affines [Dor+18], non-linéaires [Dor+16b], multi-linéaires [Vu +21] et variant dans le temps [Yah21]. D'un point de vue méthodologique, nous avons proposé des approches faisant appel à des mises à jour multiplicatives [Dor+18], basées sur une descente de gradient [Dor+16b] ou un gradient optimal de Nesterov [Vu +21]. Par ailleurs, nous avons aussi combiné cette dernière technique à des projections aléatoires [Yah21]. D'un point de vue expérimental, nous montrons dans [Dor+18] que les approches développées sont beaucoup moins sensibles à l'absence de données dans  $X$  que les approches de la littérature fondées sur les mêmes hypothèses [SHT15], tout en fournissant des performances similaires dans des conditions plus favorables (c.-à-d. moins de données manquantes dans  $X$ ).

## 2.4.2 Apprentissage comprimé pour la factorisation en matrices non-négatives

Nous vivons un véritable déluge de données [Bar11] : un nombre croissant de capteurs fournissent une quantité toujours plus importante de données qu'il est nécessaire de traiter<sup>5</sup>. Lorsqu'on s'intéresse à des matrices de très grande dimension, il est intéressant de constater que ces matrices tendent à être de faible rang [UT19] et il devient nécessaire de développer des approches rapides pour les traiter. En particulier, lorsqu'on cherche à réaliser la NMF d'une matrice de très grande dimension, on peut par exemple choisir d'utiliser des solveurs rapides [Gua+12; AG19] ou stochastiques [SER16] ou encore distribuer les calculs [Liu+10]. Une autre alternative, complémentaire des précédentes, consiste à dessiner des *esquisses* (ou *sketchs* en anglais) de la matrice de données qui soient de plus petite dimension tout en maintenant le même niveau d'information. Ces esquisses peuvent être construites grâce à des stratégies issues de l'algèbre linéaire randomisée [DM16; HMT11] et plusieurs auteurs se sont intéressés à leur application à la NMF, par exemple [TS16; Eri+18]. On parle parfois d'apprentissage comprimé par analogie avec l'acquisition comprimée car les deux concepts présentent des similitudes [Gri+21].

---

5. A titre d'illustration, le radiotélescope SKA (pour *Square Kilometer Array* en anglais) générera plusieurs téraoctets de données par seconde [An19].



Appliquée à la NMF, la stratégie la plus classique<sup>6</sup> consiste à générer deux esquisses de la matrice de données  $X$  notées respectivement  $X_L$  et  $X_R$ , obtenues respectivement par multiplication à gauche et à droite de  $X$  par des matrices de projections notées  $L$  et  $R$ . En supposant que les matrices  $L$  et  $R$  sont choisies de manière « adéquate », on peut malgré tout estimer respectivement  $F$  et  $G$ , avec un temps de calcul bien moindre du fait des tailles réduites de  $X_L$  et  $X_R$ . La construction de  $L$  et  $R$  peut être purement aléatoire [WL10] ou structurée<sup>7</sup> [TS16; Eri+18; Yah+18], c.-à-d. que  $L$  et  $R$  dépendent de  $X$ . La dernière stratégie est plus performante mais nécessite un temps de calcul plus important. Dans les deux cas, les matrices de compression sont de signe quelconque, de sorte que les mises à jour de  $G$  et  $F$  se font par semi-NMF [DLJ08].

Dans le cadre de la thèse de F. Yahaya, nous nous sommes intéressés à l'utilisation de tels outils pour la NMF pondérée présentée dans l'équation (2.1). En effet, à notre connaissance, il n'existait aucune stratégie disponible alors. La stratégie proposée fait appel à un formalisme EM (pour *Expectation-Maximization* en anglais) [Zha+06], pour lequel les matrices de compression sont calculées dans l'étape E [Yah+19b; Yah+19a]. Cependant, le fait que ces matrices soient calculées à chaque étape E constitue un goulot d'étranglement – surtout si les matrices  $L$  et  $R$  sont structurées – qui doit être compensé par les gains de calculs dans l'étape M pour que l'approche soit intéressante. Aussi, nous avons proposé une version accélérée du calcul d'une matrice de compression (disons  $R$ ) qui tient compte de la matrice de données comprimée par l'autre facteur (disons à gauche par  $L$ ) [Yah21]. Cependant, le fait que ces matrices soient structurées les empêche de tirer pleinement profit de nouveaux types de calculateurs dédiés aux projections aléatoires [Saa+16].

Nous nous sommes donc intéressés dans un second temps aux matrices non-structurées. Comme indiqué précédemment, les approches d'optimisation avec des projections par matrices non-structurées sont généralement moins performantes qu'avec des matrices structurées. En réalité, dans le cas de matrices aléatoires Gaussiennes, le lemme de Johnson-Lindenstrauss [JL84] montre qu'en diminuant le taux de compression des matrices  $L$  et  $R$  – c.-à-d. en maintenant ces matrices de grande dimension – on conserve une bonne qualité d'approximation de  $X$  (ou  $\hat{X}$  dans le cas de NMF pondérée). Notre approche consiste donc à supposer que ces matrices sont de taille infinie et à les traiter en flux. A chaque itération de NMF, de nouvelles sous-matrices aléatoires Gaussiennes de  $L$  et  $R$  sont fournies. Nous avons alors expérimentalement montré que cette stratégie permettait d'obtenir la même diminution de la fonction de coût qu'une NMF non-comprimée ou qu'une NMF comprimée avec des matrices de projection structurées, et ce pour des matrices aléatoires gaussiennes [Yah+20] ou en utilisant d'autres stratégies de construction [Yah+21]. L'extension à la NMF pondérée a aussi été proposée dans [Yah+21].

---

6. D'autres alternatives existent [ZCX12; Sha+19].

7. Dans ce deuxième cas, le calcul fait quand même appel à un opérateur aléatoire pour réduire les dimensions et accélérer les calculs [HMT11].

### 2.4.3 Démélange et dématricage conjoints d’images multi-spectrales

Suite à la création de l’antenne du LISIC à Longuenesse dédiée à l’imagerie multi- et hyperspectrale et dans le cadre de la thèse de K. Abbas débutée en juin 2021, nous nous intéressons aux images multi-spectrales acquises par des caméras miniaturisées « snapshot » faisant appel aux filtres de Fabry-Perot<sup>8</sup> [GTL14; Gee+15]. Ces caméras permettent d’acquérir une image en une seule acquisition, voire de générer une vidéo, mais leur technologie impose de réduire le cube 3D de données multi-spectral en une image 2D. La restauration de ce cube à partir de l’image 2D s’appelle le *dématricage* pour lequel de nombreuses méthodes ont été proposées, par exemple [Mia+06; Mih+17; Tsa+19]. Cependant, il a été expérimentalement montré dans [Tsa+19] que réaliser un traitement avancé (comme par exemple de la classification de spectres) après dématricage n’était pas performant. Dans le cadre des travaux de K. Abbas, nous cherchons notamment à réaliser conjointement le démélange et le dématricage. En particulier, nous avons proposé deux stratégies qui permettent chacune d’obtenir de bien meilleures performances de séparation que les méthodes en deux étapes (consistant en une étape de dématricage suivie d’une étape de séparation).

Ces deux stratégies étendent l’hypothèse de « pixel pur » classiquement utilisée en démélange hyperspectral [Ma+14] au niveau d’un « patch » de filtres de Fabry-Perot – c.-à-d. nous cherchons des patches où une seule source (ou *endmember*) est présente – pour estimer cette source. La première stratégie modélise le problème conjoint de démélange et dématricage selon l’équation (2.1) [Abb+22b; Abb+23]. Cette approche peut ainsi être vue comme une version pondérée de [Kar+12]. De manière alternative, la seconde stratégie fait appel à un formalisme de déconvolution [Abb+22a] et – via des hypothèses de parcimonie relâchées par rapport à [Abb+22b; Abb+23] – utilise une méthode de NMF séparable [NB05] pour l’estimation finale des endmembers.

### 2.4.4 Séparation de signaux audios issus de « boîtes noires aéronautiques »

Depuis 2019, dans le cadre d’un partenariat avec le BEA (Bureau d’Enquêtes de l’Aviation civile) qui a été initié avec le stage de PFE d’H. Devulder, je travaille avec B. Bigot à l’application de méthodes de séparation de sources pour le traitement de signaux audio issus de « boîtes noires » aéronautiques. En effet, en cas d’incident ou d’accident d’avion, lorsque la boîte noire dédiée aux enregistrements audio du cockpit (CVR pour *Cockpit Voice Recorder*) est retrouvée, on constate la superposition d’un grand nombre de sources sonores (parole de l’équipage, canal radio, alarmes, messages aux passagers, etc), rendant difficile leur transcription, réalisée par un analyste audio du BEA. Nous avons d’abord proposé un modèle de mélange audio propre au CVR qui peut être réduit

---

8. Il est à noter que j’ai aussi pu participer aux travaux de thèse de P. Chatelain portant sur le développement de méthodes dédiées à une caméra « linescan » faisant appel au même type de filtres mais présentant d’autres problématiques [Cha+21; Cha+22].

à un simple mélange instantané dans certaines conditions [PBD22]. Nous avons ensuite expérimentalement montré que les méthodes classiques de séparation de sources (NMF, SCA) fournissent des performances complémentaires qui permettent d'améliorer l'intelligibilité des signaux de parole lorsque les analystes audio du BEA étudient conjointement leurs sorties [BDP22].

## 2.4.5 Apprentissage profond pour l'imagerie satellitaire

Dans le cadre du projet « OSYNICO » financé par le CNES dans le cadre de son appel à projet TOSCA, nous nous intéressons à l'observation marine côtière via les données des satellites Sentinel-2 et Sentinel-3. Les images obtenues par ces deux satellites permettent d'étudier la couleur de l'océan, c'est-à-dire la répartition spatiale et temporelle de la concentration en phytoplancton, en matière en suspension et en matière organique. Les données Sentinel-2 consistent en des cubes avec 13 bandes spectrales pour une résolution spatiale variant de 10 à 60 m en fonction des bandes, acquises tous les 5 jours environ. Les données Sentinel-3 sont des cubes avec 21 bandes spectrales pour une résolution spatiale de 300 m, acquises tous les jours. En observation marine, pour comprendre les phénomènes complexes qui se passent en milieu côtier, il est nécessaire que les données à disposition combinent :

- une bonne résolution spectrale pour mieux analyser le milieu biogéochimique (chlorophylle, particules en suspension, etc) ;
- une bonne résolution spatiale pour mieux appréhender les phénomènes de répartition de ce milieu qui sont beaucoup plus complexes en milieu côtier qu'en pleine mer ;
- une courte période d'acquisition de ces images pour repérer des phénomènes très concentrés dans le temps (blooms de phytoplanctons par exemple).

Aucune donnée satellitaire ne permet aujourd'hui de respecter ces trois contraintes. Dans le cadre du contrat post-doctoral d'A. Alboody et des stages de PFE / M2 de C. T. Cissé et A. Hadir, nous avons proposé des méthodes d'apprentissage profond pour la fusion de telles données :

- Dans [Alb+21], nous avons étudié les performances des méthodes de multi-sharpening (ou fusion spatio-spectrale) classiques pour la fusion spatio-spectrale de données Sentinel-2 et Sentinel-3. Le multi-sharpening permet de générer une image ayant la résolution spatiale de Sentinel-2 et la résolution spectrale de Sentinel-3, pourvu que les images aient été acquises en même temps. Nous avons ensuite proposé une méthode de deep learning spécifique pour ce même problème dans [Alb+22].
- Nous avons complété la série temporelle de données Sentinel-2 à partir des données observées et des données Sentinel-3 (fusion spatio-temporelle) [Cis+22a ; Cis+22b] : l'approche proposée combine un bloc de fusion et un bloc de complétion d'erreur résiduelle qui sont

itérativement lancés. Une fois la série temporelle de données Sentinel-2 réalisée, il est alors possible d'appliquer une méthode de multi-sharpening pour chaque paire d'images (fusion spatio-spectro-temporelle), au risque que les erreurs d'estimation de chaque tâche s'accumulent.

- Enfin, nous avons proposé une approche de fusion spatio-(spectro-)temporelle basée sur les réseaux génératifs antagonistes (GAN pour *Generative Adversarial Networks* en anglais) [Had+]. Cette approche est très versatile puisqu'elle permet de réaliser la fusion spatio-temporelle comme la fusion spatio-spectro-temporelle en une seule étape. L'originalité de l'approche réside dans le fait que le GAN proposé tient compte des données existantes pour générer de nouvelles données réalistes.

## 2.4.6 Développement instrumental

Enfin, dans le cadre des travaux ci-dessus ou d'autres activités plus récentes, j'ai été amené à concevoir de nouveaux capteurs en partenariat avec N. Verbrugge de la plateforme technologique électronique de l'ULCO<sup>9</sup> :

1. Dans le cadre du projet « OSCAR », nous avons conçu deux boîtiers de mesure de la qualité de l'air. Le premier est un boîtier d'assez grande dimension qui mesure la température, l'humidité, le taux de particules fines et les concentrations de CO, NO<sub>2</sub> et O<sub>3</sub>. Le second capteur – qui ne mesure que la température, l'humidité et le taux de particules fines – a été ensuite répliqué dans le cadre d'un atelier de fabrication avec des étudiants de l'IUT du Littoral Côte d'Opale (figure 2.1).
2. Dans le cadre du projet TI Dunkerque et le stage de DUT de R. Bève, nous avons conçu un prototype de boîtier de mesure de la vitesse et la direction du vent (figure 2.1).

Dans le cadre du projet « HyperLighting 1.0 » – débuté avec le stage de DUT de C. M. Mamboundou – nous concevons un système pilotable d'éclairage en laboratoire qui permettra à terme de générer des images multi- ou hyperspectrales dans lesquelles la variabilité spectrale pourra être contrôlée.

Enfin, dans le cadre du projet « QLAPP » démarré en 2019 en collaboration avec J. Creusier, nous concevons, dans le cadre de stages ou projets étudiants, un serveur et une application mobile pour les enquêtes en sciences de gestion<sup>10</sup>. Dans le cadre du contrat d'apprentissage en L3 Informatique de C. Lams, nous cherchons maintenant à enrichir l'application de mesures issues de capteurs des smartphones pour permettre de nouvelles innovations dans les enquêtes en sciences

---

9. Voir <https://ccm.univ-littoral.fr/electronique/presentation/>.

10. Voir <https://qlapp.org>.



FIGURE 2.1 – A gauche : atelier de fabrication d'un capteur de la qualité de l'air. A droite : test d'un prototype de capteur miniaturisé pour mesurer la vitesse du vent.

de gestion. A moyen terme, nous comptons démarrer des activités de recherche autour de cette plateforme, notamment en analyse en variables latentes.

## 2.5 Conclusion

Nous venons de parcourir l'ensemble de mes activités de recherche depuis ma soutenance de thèse. Dans la suite de ce mémoire, je vais présenter de manière un peu plus détaillée mes activités autour de la (semi-)NMF informée, de la (semi-)NMF comprimée et des méthodes de SCA.

## **Deuxième partie**

### **Modèles (localement) de faible rang et algorithmes dédiés pour la résolution de problèmes multi-variés**

# Chapitre 3

## Introduction à l'analyse en variables latentes

Cette deuxième partie de mémoire est consacrée à trois axes majeurs de mes activités de recherche, autour des méthodes d'analyse en variables latentes. Les deux premiers s'intéressent à la factorisation en matrices (semi-)non-négatives – appliquée au partitionnement de sources et l'éta-lonnage *in situ* de capteurs – alors que le troisième porte sur le développement de méthodes fondées sur la parcimonie des variables latentes, appliquées à la séparation ou la localisation de sources de parole et à l'imagerie multi-spectrale. L'hypothèse clé de mes travaux réside dans la propriété de faiblesse de rang des données observées, vérifiée globalement (NMF) ou localement (SCA).

### 3.1 De la séparation de sources à l'analyse en variables latentes

La séparation aveugle de sources (SAS) est une problématique qui est née en France au milieu des années 80 [HJA85] avec le développement des premières méthodes d'ICA. La SAS cherche à estimer un ensemble de  $p$  sources inconnues notées<sup>1</sup>  $f_j(t)$  à partir de  $n$  mélanges  $x_i(t)$  de ces signaux, les paramètres de mélange des signaux sources jusqu'aux capteurs étant eux-aussi inconnus. Cependant, on suppose connaître le modèle de mélange (mais pas les paramètres de ces mélanges) ainsi que le nombre  $p$  de sources<sup>2</sup>. On compte dans la littérature plusieurs modèles de mélanges allant du mélange linéaire instantané au mélange (post-)non-linéaire en passant par le mélange linéaire convolutif [CJ10].

---

1. On adopte ici les notations lorsque le problème de SAS est lié à un problème audio. Les variables dépendent alors du temps, d'où le choix de la variable  $t$ . Cependant, le problème de SAS est générique et peut notamment s'exprimer avec des variables multi-dimensionnelles.

2. Notons cependant que certaines méthodes estiment ce nombre  $p$  [AGB10].

Dans le cas des mélanges linéaires instantanés, le problème de SAS s'écrit

$$x_i(t) \approx \sum_{j=1}^p g_{ij} f_j(t), \quad (3.1)$$

où le paramètre  $g_{ij}$  est le coefficient de contribution de la source  $j$  dans l'observation  $i$ . En supposant que les signaux soient discrétisés et que nous ayons  $m$  échantillons de chaque observation, nous pouvons représenter les données observées sous la forme d'une matrice  $X$  de taille  $n \times m$ . Dans le cadre d'un mélange linéaire instantané (3.1), on peut de la même manière représenter les signaux sources à estimer sous la forme d'une matrice  $F$  de taille  $p \times m$  et les coefficients de mélange sous la forme d'une matrice  $G$  de taille  $n \times p$ . L'équation (3.1) s'écrit alors sous la forme :

$$X \approx G \cdot F. \quad (3.2)$$

De même, il est possible d'écrire un mélange convolutif sous la forme (3.2) soit dans le domaine temporel (dans ce cas, la matrice  $G$  est Toeplitz par bloc) soit dans le domaine fréquentiel (dans ce cas, on a un ensemble de problèmes (3.2) à résoudre pour chaque pulsation considérée). Enfin, dans le cas où des non-linéarités apparaissent dans les mélanges, une stratégie qu'on retrouve en apprentissage de variété [vPv09] et dans certaines méthodes de SAS [TA04] consiste à supposer que ces non-linéarités peuvent être *localement* considérées comme linéaires. Dit autrement, gérer des fonctions non-linéaires peut être réalisé en considérant plusieurs problèmes de la forme (3.2).

Or, il se trouve que l'expression (3.2) n'est pas propre à la SAS mais au contraire commune à de nombreux problèmes de traitement de données (signal, image) et d'apprentissage statistique. En fonction de la mesure  $\mathcal{D}(X, G \cdot F)$  de distance<sup>3</sup> entre  $X$  et le produit  $G \cdot F$  et en fonction de contraintes sur  $G$  et/ou  $F$ , l'équation (3.2) permet de modéliser de nombreux problèmes, comme on peut le voir sur le tableau 3.1. Tous ont en commun l'estimation de variables latentes ou « cachées » dans les données, avec des propriétés diverses. Par ailleurs, ces méthodes ne sont pas nécessairement appliquées à la SAS, d'où le nom d'*analyse en variables latentes* que l'on retrouve de plus en plus souvent dans la communauté. Enfin, il est notable que ce type de problème intéresse à la fois les communautés en traitement du signal et des images et en apprentissage statistique. Pour illustrer ce phénomène, il est intéressant de remarquer l'évolution de la conférence ICA organisée pour la première fois à Aussois en 1999 par la communauté « séparation aveugle de sources ». Elle s'appelait alors ICA puisque historiquement, seules les méthodes d'ICA permettaient de traiter le problème de SAS (les premières méthodes de NMF et de SCA naissant entre 1999 et 2001). En 2010, la conférence devint LVA-ICA pour montrer l'ouverture de la communauté vers l'analyse en

---

3. Les distances mises en avant dans le tableau 3.1 sont la norme de Frobenius, la norme  $\ell_1$  et la divergence de Kullback-Leibler respectivement notées  $\|\cdot\|_{\mathcal{F}}$ ,  $\|\cdot\|_1$  et  $KL(\cdot, \cdot)$ .



variables latentes (et donc d'autres applications que la SAS). En 2013 et 2014, la conférence fut remplacée par une session spéciale de la conférence IEEE MLSP (*Machine Learning for Signal Processing*), montrant l'ouverture de la communauté vers l'apprentissage.

| Méthode                    | $\mathcal{D}(X, G \cdot F)$                               | Contrainte sur $G$   | Contrainte sur $F$                                     |
|----------------------------|---|--|--|
| SVD                        | $\ X - G \cdot F\ _{\mathcal{F}}^2$                       | $G^T G = I$  | $F^T F = \Lambda$                                      |
| $k$ -means                 | $\ X - G \cdot F\ _{\mathcal{F}}^2$                       | sans   | $F^T F = I$<br>$f_{ij} = \{0, 1\}$                     |
| $k$ -medians               | $\ X - G \cdot F\ _1$                                     | sans   | $F^T F = I$<br>$f_{ij} = \{0, 1\}$                     |
| pLSI [Hof99]               | $KL(X, G \cdot F)$  | $\mathbb{1}^T \cdot G \cdot \mathbb{1} = 1$<br>$g_{ij} \geq 0$ | $\mathbb{1}^T \cdot F = \mathbb{1}$<br>$f_{ij} \geq 0$ |
| NMF [LS01]                 | $\ X - G \cdot F\ _{\mathcal{F}}^2$ ou $KL(X, G \cdot F)$ | $g_{ij} \geq 0$  | $f_{ij} \geq 0$  |
| MMV [Tro06]                | $\ X - G \cdot F\ _{\mathcal{F}}^2$                       | sans   | parcimonie structurée                                  |
| CX [LP10]                  | $\ X - G \cdot F\ _{\mathcal{F}}^2$                       | colonnes de $G$<br>extraites de $X$                            | sans   |
| NMF convexe [DLJ08]        | $\ X - G \cdot F\ _{\mathcal{F}}^2$                       | colonnes de $G$<br>extraites de $X$                            | $f_{ij} \geq 0$  |
| NMF convexe robuste [KS15] | $\ X - G \cdot F\ _1$                                     | colonnes de $G$<br>extraites de $X$                            | $f_{ij} \geq 0$  |

TABLEAU 3.1 – Différents problèmes de factorisation matricielle (partiellement adapté de [BTD11 ; Car]).

## 3.2 Factorisation (pondérée) en matrices non-négatives

### 3.2.1 Position du problème

La NMF est un problème générique de factorisation où la matrice de données  $X$  et les matrices facteurs  $G$  et  $F$  sont à valeurs non-négatives<sup>4</sup>. Bien qu'un formalisme proche ait été proposé initialement par Paatero et Tapper [PT94], la NMF a été popularisée par le travail de Lee et Seung [LS99] et a connu de nombreux développements depuis. D'une manière générale, le problème de NMF peut s'exprimer sous la forme :

$$\min_{G, F \geq 0} \lambda_0 \mathcal{D}(X, G \cdot F) + \sum_{i \geq 1} \lambda_i \mathcal{R}_i(G, F), \quad (3.3)$$

où  $\mathcal{D}(X, G \cdot F)$  est une fonction d'attache aux données, les termes  $\mathcal{R}_i(G, F)$  sont les fonctions de pénalisation – associées aux contraintes et régularisations éventuelles de  $G$  et/ou  $F$  – et les coeffi-

4. La semi-NMF est un problème voisin de la NMF, dans lequel seule une matrice facteur est à valeurs non-négatives [DLJ08]. Compte tenu de leur proximité, je ne détaille par la suite que le problème de NMF.

cients  $\lambda_i$  ( $i \geq 0$ ) permettent de donner plus ou moins d'importance aux fonctions de pénalisation par rapport à la fonction d'attache aux données.

Les fonctions d'attache aux données les plus classiques sont la norme de Frobenius, la divergence de Kullback-Leibler [LS01], d'Itakura-Saito [FBD09] ainsi que les divergences  $\alpha$  [Ama09],  $\beta$  [Cic+09] ou  $\alpha\beta$  [CCA11]. Une variante de cette fonction d'attache consiste à rajouter une pondération aux données. En pratique, on peut considérer une pondération par ligne de  $X$  [GBV01]. Cette pondération – modélisée par une matrice diagonale  $D$  – peut être incluse directement dans le terme d'attache aux données qui s'écrit alors  $\mathcal{D}(D \cdot X, D \cdot G \cdot F)$ . Depuis ces travaux, les mêmes auteurs ont proposé des extensions permettant une pondération de chaque élément de  $X$  indépendamment [GVS03]. En définissant une matrice de pondération  $W \in \mathbb{R}_+^{n \times m}$  dont un élément  $w_{ij}$  correspond au poids associé à  $x_{ij}$ , le terme d'attache aux données noté  $\mathcal{D}_W(\cdot, \cdot)$  s'écrit alors

$$\mathcal{D}_W(X, G \cdot F) \triangleq \mathcal{D}(W \circ X, W \circ (G \cdot F)), \quad (3.4)$$

où  $\circ$  désigne le produit de Hadamard. L'utilisation d'une pondération terme à terme permet également de gérer le cas d'une matrice  $X$  à données manquantes, en associant aux entrées correspondantes un poids nul de façon à ce qu'elles n'influencent pas la factorisation. Si la matrice  $W$  est binaire, alors elle fait office d'opérateur d'échantillonnage de  $X$ . La prise en compte d'une pondération dans le terme d'attache aux données a été étudié de nombreuses fois avec la norme de Frobenius [GBV01 ; GVS03 ; Zha+06 ; Ho08] ou des divergences paramétriques [Del+19]. Par ailleurs, des structures spécifiques de  $G$  et/ou  $F$  peuvent aussi être prises en compte dans l'expression de l'attache aux données, par exemple, des contraintes égalité sur  $F$  qui sont paramétrisées dans l'expression de  $\mathcal{D}(X, G \cdot F)$  [Lim+14a] ou des contraintes de type colonnes « maîtres » et « esclaves » dans  $F$  [Meg+11 ; Meg+14 ; Dev15 ; Dor+16b].

Concernant les termes de pénalisation, un travail conséquent a été réalisé durant ces dernières années, avec par exemple l'ajout de contraintes de lissage sur  $G$  et/ou  $F$  [Pau+04 ; SRJ05]<sup>5</sup>, des contraintes d'évolution lente entre les colonnes adjacentes de  $F$  [Wan+17], des contraintes de volume sur  $G$  ou  $F$  [SPL11], des contraintes de parcimonie sur  $G$  et/ou  $F$  [Hoy02 ; Zha+15] ou des contraintes de parcimonie sur les colonnes de  $G$  vis à vis d'un dictionnaire [Dor+16a ; Coh22]. Cette liste n'est bien sûr pas exhaustive et ne prétend pas l'être.

---

5. Dans le cas où la même contrainte de lissage est appliquée sur les deux matrices facteurs, cette pénalisation est équivalente à une pénalisation de norme nucléaire du produit  $G \cdot F$  [SRJ05].

### 3.2.2 Stratégies de résolution de la NMF et algorithmes classiques

La NMF suppose que  $p < \min(n, m)$  et fait généralement<sup>6</sup> appel à une stratégie itérative alternée où, après avoir été initialisées, les matrices  $G$  et  $F$  sont mises à jour de manière alternée, faisant diminuer à chaque itération  $\mathcal{D}(X, G \cdot F)$ . On parle alors de stratégie BCD pour *Block Coordinate Descent* en anglais. les deux principales stratégies mises en place mettent à jour les deux blocs matriciels (voir figure 3.1) ou  $2p$  vecteurs issus de  $G$  et  $F$  (voir figure 3.2).

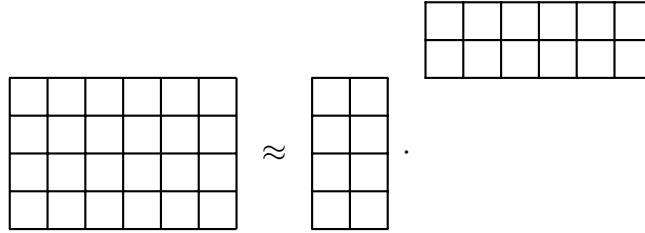


FIGURE 3.1 – Cadre général pour deux blocs matriciels.

La plupart des méthodes de NMF suivent le premier schéma de partitionnement des variables en deux blocs représentant les matrices  $G$  et  $F$  et de nombreux algorithmes consistent à fixer un facteur matriciel pour mettre à jour le second et vice-versa. Chacun des sous-problèmes peut être vu comme un problème de régression par moindres carrés non-négatifs. En notant  $(t-1)$  l'itération en cours,  $G^{(t-1)}$  et  $F^{(t-1)}$  les estimées à l'itération  $(t-1)$  de  $G$  et de  $F$ , respectivement, cette stratégie consiste à estimer  $G^{(t)}$  et  $F^{(t)}$  de sorte que :

$$\mathcal{D}(X, G^{(t)} \cdot F^{(t-1)}) \leq \mathcal{D}(X, G^{(t-1)} \cdot F^{(t-1)}), \quad (3.5)$$

$$\mathcal{D}(X, G^{(t)} \cdot F^{(t)}) \leq \mathcal{D}(X, G^{(t)} \cdot F^{(t-1)}). \quad (3.6)$$

De nombreux solveurs ont été proposés pour cela basés sur les mises à jour multiplicatives [LS99], des descentes de gradients projetés [Lin07; Gua+12], des approches quasi-Newton [KSD07], les moindres carrés alternés [Ber+07] ou encore les moindres carrés non-négatifs alternés [KP08].

Avec la deuxième stratégie représentée dans la figure 3.2, le problème de NMF a pour but d'estimer ces vecteurs, respectivement notés  $G_{(:,l)}$  et  $F_{(l,:)}$  pour le bloc  $l$ , c.-à-d.

$$\hat{G}_{(:,l)} = \arg \min_{g \geq 0} \mathcal{D}(R_l, g \cdot F_{(l,:)}) \quad \text{et} \quad \hat{F}_{(l,:)} = \arg \min_{f \geq 0} \mathcal{D}(R_l, G_{(:,l)} \cdot f), \quad (3.7)$$

6. Dans le cas de la NMF convexe, des algorithmes rapides assurant l'unicité de la solution ont été proposés [Aro+12; Bit+12]. Sauf mention contraire, nous considérons dans ce manuscrit le cas où cette hypothèse n'est pas satisfaite.

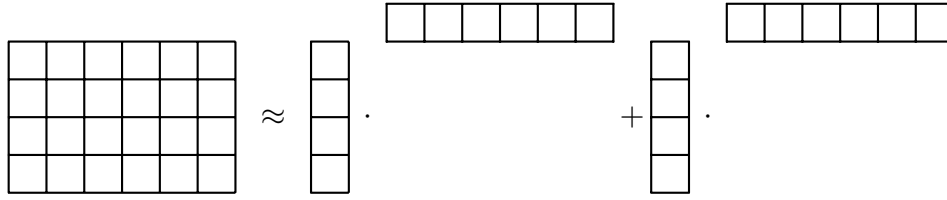


FIGURE 3.2 – Cadre général pour  $2p$  blocs vectoriels.

où  $R_l$  est le résidu exprimé sous la forme

$$R_l \triangleq X - \sum_{i=1, i \neq l}^p G_{(:,i)} \cdot F_{(i,:)} \quad (3.8)$$

En pratique, quand la fonction d'attache aux données est la norme de Frobenius, cette stratégie a une solution analytique pour chaque sous-problème de l'équation (3.7). Les méthodes existantes utilisant cette stratégie s'appellent HALS (pour *Hierarchical Alternating Least Squares* en anglais) [Cic+07] ou RRI (pour *Rank-one Residue Iteration* en anglais) [Ho08].

Il existe aussi une variante BCD où les inconnues sont partitionnées en  $p \cdot (m + n)$  blocs de scalaires. En fait, selon l'arrangement de la méthode BCD mentionnée ci-dessus, on peut obtenir des solutions similaires avec la méthode BCD avec des blocs vectoriels [KHP14].

### 3.2.3 Stratégies de résolution de la NMF pondérée

Par ailleurs, lorsqu'une matrice de pondération  $W$  est associée à la matrice  $X$ , comme présenté dans l'équation (2.1), diverses stratégies<sup>7</sup> ont été proposées pour en tenir compte :

1. La première consiste à intégrer directement la matrice de poids  $W$  dans le calcul des mises à jour. Des mises à jour multiplicatives [Ho08] ou par gradient [Dor+17a] ont ainsi été proposées.
2. Une alternative consiste en une stratégie itérative EM (pour *Expectation Maximization* en anglais) qui estime les matrices  $G$  et  $F$  au sens du maximum de vraisemblance malgré l'absence de données dans  $X$ . Elle suppose que les entrées de  $W$  sont comprises<sup>8</sup> entre 0 et 1. Dans l'étape E, on cherche à estimer la matrice théorique sans pondération notée  $X_{\text{theo}}$ . Pour cela, on maximise l'espérance de la log-vraisemblance des données complètes par rapport

7. Il a été démontré qu'estimer une approximation de faible rang à partir de données pondérées est un problème NP difficile [GG11], même pour un rang égal à 1. Cependant, le problème peut être résolu avec une solution analytique dans un cadre spécifique [GS22].

8. Une telle hypothèse n'est pas réellement un problème puisqu'il est possible de normaliser n'importe quelle matrice non-nulle, de sorte que sa valeur maximale soit égale à 1.

aux données incertaines, en connaissant les données observées  $W \circ X$  et la meilleure estimation de  $X$  à l’itération courante  $(t - 1)$ , c.-à-d. le produit  $G^{(t-1)} \cdot F^{(t-1)}$ . En notant  $\mathbb{1}_{n \times m}$  la matrice de taille  $n \times m$  de 1, l’étape E a finalement pour but de maximiser [Zha+06]

$$\mathbb{E} \left[ \log \mathbb{P}(W \circ X, (\mathbb{1}_{n \times m} - W) \circ X_{\text{theo}} | G \cdot F) | W \circ X, (G \cdot F)^{(t-1)} \right], \quad (3.9)$$

dont la solution – notée  $X^{\text{comp}}$  – se lit :

$$X^{\text{comp}} = W \circ X + (\mathbb{1}_{n \times m} - W) \circ (G \cdot F). \quad (3.10)$$

Ensuite,  $G$  et  $F$  sont mises à jour dans l’étape M – de préférence plusieurs fois – à partir de  $X^{\text{comp}}$ , en utilisant n’importe quelle méthode de NMF, par exemple les mises à jour multiplicatives [Zha+06] ou les moindres carrés alternés [KC09]. De nouvelles estimées  $G^{(t)}$  et  $F^{(t)}$  sont alors obtenues et utilisées dans l’étape E suivante.

3. Enfin, une dernière stratégie suppose que les poids de  $W$  sont binaires et proposent d’utiliser une descente par gradient stochastique sur l’ensemble des indices de  $X$  pour lesquelles des données sont accessibles<sup>9</sup> [KBV09].

### 3.3 Analyse en composantes parcimonieuses

La parcimonie est une hypothèse qui connaît une grande attention de la part de la communauté scientifique depuis une trentaine d’années. Un signal est dit parcimonieux s’il est souvent nul ou négligeable alors que sa variance n’est pas nulle [Pui07]. Généralement, un signal n’est pas parcimonieux dans son domaine original mais dans un domaine transformé. Historiquement, les premières approches considérées en SAS faisaient appel à des transformées temps-fréquence, qui peuvent être des décompositions énergétiques ou atomiques [HB+92]. Les approches de SAS utilisant une décomposition énergétique sont généralement issues des méthodes statistiques d’ordre 2 [BA98; FD04]. Au contraire, celles fondées sur des décompositions atomiques – qui ont pris le nom d’analyse en composantes parcimonieuses ou SCA (pour *Sparse Component Analysis* en anglais) – ont été beaucoup plus étudiées, notamment parce que la décomposition atomique est linéaire [CJ10, Ch. 10].

Les méthodes historiques de SCA font appel à la structure suivante :

1. l’application d’une transformée parcimonieuse conjointe aux données observées ;
2. une étape d’estimation des paramètres de mélange – soit la matrice  $G$  dans le cas de mélanges

---

9. Il est à noter que l’approche proposée dans [KBV09] ne suppose pas la non-négativité des facteurs matriciels. Cependant, l’extension au cas non-négatif est immédiate en projetant les valeurs négatives dans  $\mathbb{R}_+$ .

linéaires instantanés (3.1) ;

3. une étape d'estimation des signaux sources contenus dans la matrice  $F$  sous forme d'un problème inverse à partir de l'équation (3.1).

L'estimation de la matrice  $G$  est possible en supposant que les signaux sources sont localement parcimonieux. Pour cela, plusieurs stratégies ont été proposées, de l'orthogonalité  $W$ -disjointe [YR04] – supposant qu'une seule source est active dans chaque échantillon – à des stratégies moins contraignantes (par exemple : recherche de zones mono-sources [Dev14], hypothèse de rang localement strictement supérieur à 1 et strictement inférieure à  $\min(n, m)$  [Nai+08]). Plus récemment, des approches utilisant la parcimonie comme un critère d'optimisation ont été proposées. Elles se fondent soit sur l'utilisation (d'unions) de dictionnaires où les sources sont connues pour être parcimonieuses [Bob+07] soit sur la recherche d'opérateurs promouvant la parcimonie des signaux extraits [Nam+13]. Enfin, notons que certains auteurs ont aussi revisité les approches de SCA via des méthodes de NMF séparable [Fu+15].

La structure des méthodes historiques de SCA a été reprise pour la localisation de sources sonores [BOV12; Pav+13; SSG11] : grâce à l'hypothèse d'orthogonalité  $W$ -disjointe [SSG11] ou à l'hypothèse de zones mono-sources à trouver [BOV12; Pav+13], elles permettent d'étendre facilement des méthodes de localisation de source sonore unique au cas multi-sources.

### 3.4 Positionnement de mes travaux de recherche

Dans le cadre de mes travaux post-thèse, je m'intéresse aux problèmes de NMF et de SCA, éventuellement pondérés. Plus particulièrement, je me suis intéressé :

1. à l'apport d'information dans les problèmes pondérés de NMF (chapitre 4) ;
2. à l'accélération de méthodes (pondérées) de NMF (chapitre 5) ;
3. à l'apport de la parcimonie pour résoudre des problèmes de SAS ou de localisation de sources (chapitre 6).

# Chapitre 4

## Factorisation informée en matrices (semi-)non-négatives

La NMF est un problème non-convexe pour lequel l'unicité de la solution n'est pas garantie. Aussi, de nombreux auteurs ont proposé d'ajouter des contraintes au problème, dans l'expression de la fonction d'attache aux données ou sous forme de fonctions de pénalisation. Dans ce chapitre, nous introduisons une famille de méthodes informées de NMF qui ont été appliquées respectivement au partitionnement de sources et à l'étalonnage *in situ* de capteurs mobiles. Ces deux applications sont liées à l'observation de la qualité de l'air – l'environnement étant une thématique de recherche prioritaire de l'ULCO [PDR17] – par deux stratégies complémentaires, à savoir (i) via un capteur volumineux, de précision et coûteux et (ii) via un réseau de capteurs miniaturisés, moins précis et bas coût.

### 4.1 Partitionnement de sources

Comme écrit précédemment, les travaux en partitionnement de sources avaient déjà été initiés par G. Delmaire et G. Roussel avant mon arrivée au LISIC. Cependant, j'ai pu participer aux travaux d'A. Limem et de R. Chreiky durant leurs thèses de doctorat. En particulier, je suis deuxième auteur (et premier enseignant-chercheur permanent) de la publication [Lim+14b].

#### 4.1.1 Modèle récepteur

Le partitionnement de sources est un problème de SAS qui consiste à estimer les sources de particules fines (PM pour *Particulate Matter* en anglais) en suspension dans l'air ainsi que leurs concentrations relatives. Une source est caractérisée par un « profil » qui consiste en  $m$  proportions d'espèces chimiques (exprimées en  $\text{ng}/\mu\text{g}$ ) qui le constituent. Généralement, plusieurs échantillons

de PM – disons un nombre  $n$  – sont collectés via un échantillonneur automatisé (voir figure 4.1), puis analysés par des chimistes qui fournissent leurs compositions chimiques. Chacun de ces échantillons peut être écrit comme un mélange de  $p$  profils, avec différentes concentrations (exprimées en  $\text{ng}/\text{m}^3$ ). Mathématiquement, en notant respectivement  $X \in \mathbb{R}_+^{n \times m}$ ,  $G \in \mathbb{R}_+^{n \times p}$  et  $F \in \mathbb{R}_+^{p \times m}$  les matrices non-négatives<sup>1</sup> de données, de contributions et de profils, les données collectées peuvent s'écrire sous la forme d'un problème linéaire instantané de SAS nommé « modèle récepteur » dans la communauté des chimistes [Hop16]. En particulier, il s'écrit sous la forme :

$$X \approx G \cdot F, \quad (4.1)$$

mais si une entrée du produit  $(G \cdot F)_{ij}$  est éloignée de  $x_{ij}$ , elle ne doit pas la sur-estimer, c.-à-d.

$$x_{ij} \geq (G \cdot F)_{ij}, \quad (4.2)$$

Par ailleurs, chaque donnée  $x_{ij}$  est associée à une incertitude de concentration notée  $\sigma_{ij}$ . La factorisation en matrices positives (PMF pour *Positive Matrix Factorization* en anglais) [PT94] est une méthode qui permet de résoudre ce problème puisqu'elle cherche à résoudre

$$\forall i \in \{1, \dots, n\}, \forall j \in \{1, \dots, m\}, \quad \frac{x_{ij}}{\sigma_{ij}} \approx \frac{(G \cdot F)_{ij}}{\sigma_{ij}}. \quad (4.3)$$

C'est d'ailleurs l'approche de référence dans la communauté des chimistes puisqu'elle est reconnue par l'agence américaine de protection de l'environnement qui en a développé sa propre version logicielle [CCG09]. Cependant, comme la PMF met à jour  $G$  et  $F$  conjointement, elle est assez longue à converger vers un minimum local. Elle est de plus sensible à l'initialisation et les poids  $\sigma_{ij}$  doivent être ajustés par essai-erreur. En 2010 [Del+10], il semblait intéressant d'étudier ce problème de partitionnement de sources en intégrant les récents développements autour de la NMF.

### 4.1.2 Modélisation du problème et algorithmes proposés

Le problème de partitionnement de sources est assez complexe à résoudre car il contient de nombreux minima locaux vers lesquels la PMF ou une NMF pondérée peuvent converger. Pour guider la NMF vers une solution ayant un sens d'un point de vue de la chimie, nous avons proposé d'informer la NMF via des connaissances d'experts et des connaissances fournies par un modèle physique.

---

1. Ces matrices sont non-négatives puisqu'on ne peut pas supposer une masse négative dans  $G$  ou une proportion négative d'espèces chimiques dans  $X$  et  $F$ .



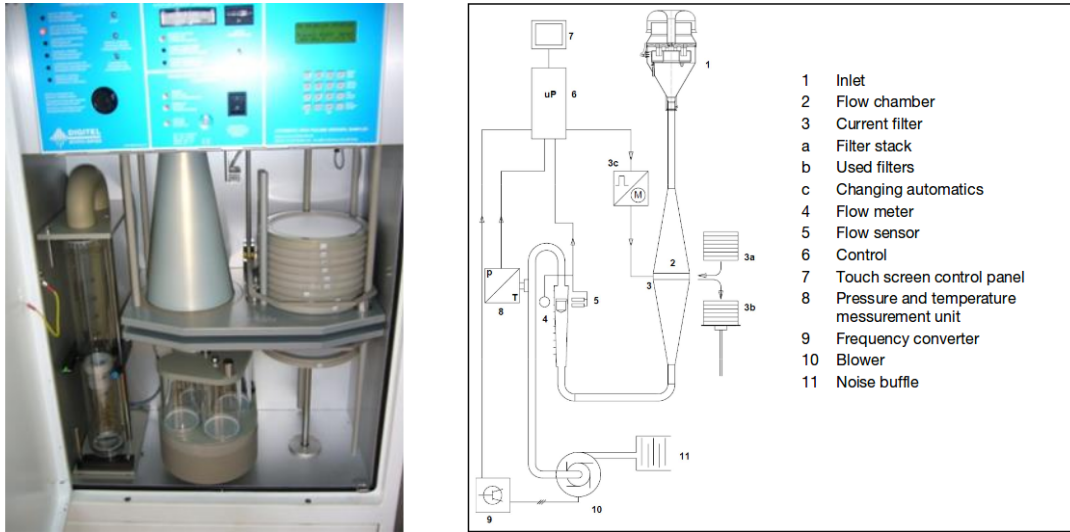


FIGURE 4.1 – échantillonneur Digital DA80 utilisé pour l’acquisition de données (source du tracé de droite : Digitel).

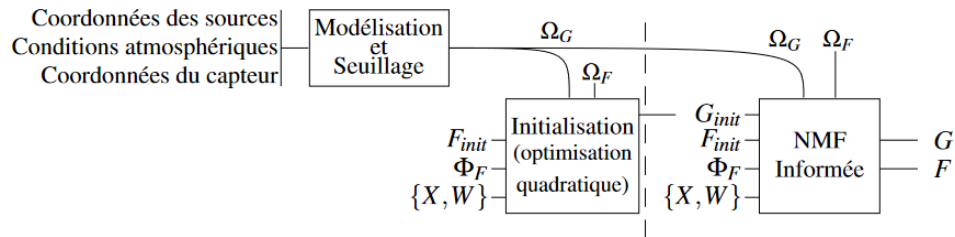


FIGURE 4.2 – Résumé graphique des contributions en partitionnement de sources.

**Informations sur  $F$  :** Une première idée pour informer la NMF consiste à utiliser le savoir *a priori* de l'expert. Plus particulièrement, on lui demande d'indiquer des valeurs connues dans  $F$  (dans la PMF, il n'était alors possible que de forcer des entrées à zéro [CCG09]) ou des intervalles de valeurs admissibles. Le formalisme proposé est extrêmement flexible puisqu'il consiste à figer via deux masques binaires  $\Omega_E$  et  $\Omega_I$  de taille  $p \times m$  les positions de ces valeurs respectivement connues (contraintes d'égalité) ou bornées (contraintes d'inégalité) – ces dernières étant stockées dans des matrices  $\Phi_E$ ,  $\Phi_I^-$  (pour une contrainte de supériorité) et  $\Phi_I^+$  (pour une contrainte d'infériorité) de taille  $p \times m$  – et de ne mettre à jour que la partie libre de  $F$  notée  $\Delta_F$ . Cela conduit à une paramétrisation de la matrice  $F$  qui s'écrit<sup>2</sup> :

$$F \triangleq \Omega_E \circ \Phi_E + (\mathbb{1}_{p \times m} - \Omega_E) \circ \Delta_F \quad \text{s.c.} \quad \begin{cases} \Omega_E \circ \Omega_I = \mathbb{0}_{p \times m}, \\ \Omega_I \leq \mathbb{1}_{p \times m} - \Omega_E, \\ \Omega_I \circ \Phi_I^- \leq \Omega_I \circ \Delta_F \leq \Omega_I \circ \Phi_I^+, \end{cases} \quad (4.4)$$

où  $\mathbb{1}_{p \times m}$  et  $\mathbb{0}_{p \times m}$  sont deux matrices de taille  $p \times m$  dont chaque entrée vaut respectivement 1 et 0.

De plus, l'équation (4.2) nous a conduit à considérer des divergences paramétriques  $\alpha\beta$  (ou  $\alpha\beta$ -divergence) [CCA11] comme fonction d'attache aux données. En effet, ces divergences ne sont pas nécessairement symétriques et peuvent ne pas pénaliser de la même manière des erreurs de sur-estimation et de sous-estimation (qui pourraient par ailleurs être égales en valeur absolue). Sans rentrer dans les détails, l'étude de l'influence des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sur la fonction d'attache aux données et la volonté de garder les sous-problèmes de NMF convexes [CCA11] nous conduisent à privilégier des couples  $(\alpha, \beta)$  tels que  $\alpha + \beta > 1$ ,  $\alpha < 1$  et  $\beta < 1$  [Del+19]. L' $\alpha\beta$ -divergence entre deux scalaires  $p$  et  $q$  s'écrit alors

$$\mathcal{D}^{\alpha, \beta}(p||q) \triangleq -\frac{1}{\alpha\beta} \left( p^\alpha q^\beta - \frac{\alpha}{\alpha + \beta} p^{\alpha + \beta} - \frac{\beta}{\alpha + \beta} q^{\alpha + \beta} \right). \quad (4.5)$$

En définissant la matrice  $W$  selon la relation suivante :

$$\forall i \in \{1, \dots, n\}, \forall j \in \{1, \dots, m\}, \quad w_{ij} \triangleq \frac{1}{\sigma_{ij}^{\alpha + \beta}}, \quad (4.6)$$

on peut proposer une version pondérée de l' $\alpha\beta$ -divergence qui s'écrit, dans le cadre d'un problème

---

2. Pour des raisons de concision, par la suite, nous écrirons simplement que  $F = \Phi_E + \Delta_F$  mais les masques binaires restent implicitement pris en compte.

pondéré de NMF,

$$\mathcal{D}_W^{\alpha,\beta}(X||G \cdot F) \triangleq -\frac{1}{\alpha\beta} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_{ij} \left( x_{ij}^\alpha ((G \cdot F)_{ij})^\beta - \frac{\alpha}{\alpha+\beta} x_{ij}^{\alpha+\beta} - \frac{\beta}{\alpha+\beta} ((G \cdot F)_{ij})^{\alpha+\beta} \right). \quad (4.7)$$

Cependant, lorsqu'on cherche à mettre à jour  $F$  en tenant compte de la paramétrisation (4.4), on peut considérer deux fonctions de coût possible, la première prenant en compte un résidu et la seconde plus classique :

$$\mathcal{D}_W^{\alpha,\beta}((X - G \cdot \Phi_E)_+ || G \cdot \Delta_F) \quad \text{ou} \quad \mathcal{D}_W^{\alpha,\beta}(X || G \cdot \Phi_E + G \cdot \Delta_F), \quad (4.8)$$

où  $(\cdot)_+$  est l'opérateur de projection des valeurs négatives sur  $\mathbb{R}_+$ . Comme la divergence n'est pas symétrique, les deux expressions mènent à des expressions de mises à jour multiplicatives différentes<sup>3</sup>. En particulier, celle obtenue avec la seconde expression peut être vue comme une variante de celle avec le résidu, dans laquelle une matrice de pondération serait mise à jour au cours des itérations [Lim14]. Les contraintes inégalités de l'expression (4.4) sont ensuite vérifiées par simple projection des données sur les bornes de  $\Phi_j^-$  ou  $\Phi_j^+$ , selon que la valeur estimée soit inférieure à la borne minimale ou supérieure à la borne maximale, respectivement.

Enfin, les profils dans  $F$  sont normalisés de sorte que  $F \cdot \mathbb{1}_{m \times m} = \mathbb{1}_{p \times m}$ . En pratique, plusieurs stratégies peuvent être mise en place compte tenu des contraintes sur  $F$ , à savoir :

1. chercher à normaliser toutes les lignes de  $F$ , au risque de ne plus valider les contraintes égalités et inégalités ;
2. ou normaliser seulement les lignes de  $\Delta_F$  pour satisfaire  $\Delta_F \cdot \mathbb{1}_{m \times m} = (\mathbb{1}_{p \times m} - \Phi_E \cdot \mathbb{1}_{m \times m})$ , au risque de ne plus respecter les contraintes inégalités.

**Information sur  $G$  :** On peut aussi apporter des connaissances sur  $G$ . Certaines sources de pollution, comme les tours de cheminée industrielle par exemple, sont en effet ponctuelles et leur position est parfaitement connu. En connaissant la position du capteur et les champs de vent, il pourrait être possible d'estimer a priori la contribution de ces sources de pollution dans les mesures. Cependant, pour que ces estimations soient précises, il est nécessaire de connaître (ou d'estimer) avec précision les débits de ces sources. Nous avons au contraire proposé de détecter les échantillons pour lesquels on sait qu'une de ces sources ponctuelles *ne va pas* contribuer à une mesure, c.-à-d. pour lesquels on peut forcer à zéro les entrées correspondantes dans la matrice  $G$ . A cet effet, nous utilisons un simple modèle plume Gaussien, qui en fonction de la rose des vents, va nous permettre d'indiquer si oui ou non le capteur mesure une activité d'une source ponctuelle connue [Plo+14].

---

3. Ce phénomène est aussi vérifié pour la divergence paramétrique  $\beta$  mais pas avec la norme de Frobenius ni avec la divergence  $\alpha$  [Lim14].

|          | Fe  | Ca <sup>2+</sup> | SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup> | Zn   | Mg <sup>2+</sup> | Al    | Cr   |
|----------|-----|------------------|-------------------------------|------|------------------|-------|------|
| Source 1 | 0.7 | 0.1              | 0.08                          | 0.06 | 0.04             | 0.02  | 0    |
| Source 2 | 0.3 | 0.4              | 0.005                         | 0    | 0.2              | 0.075 | 0.02 |
| Source 3 | 0.4 | 0.2              | 0.08                          | 0    | 0.12             | 0.2   | 0    |

TABLEAU 4.1 – Profils utilisés pour réaliser les simulations de partitionnement de sources.

**Algorithmes proposés :** Nous avons étendu deux types de solveurs de NMF au cadre informé, à savoir les mises à jour multiplicatives de Lee et Seung [LS99] et le *split gradient* de Lantéri *et al.* [Lan+10], ce dernier introduisant une normalisation dans l’expression des mises à jour.

Les mises à jour multiplicatives ont été proposées dans la thèse d’A. Limem [Lim14]. En pratique, nous avons proposé de nombreuses variantes, selon qu’elles fassent appel à une fonction de coût utilisant le résidu ou pas (cf l’équation (4.8)), selon le type de normalisation choisie, selon le fait que les contraintes inégalités sont appliquées avant ou après normalisation, et selon qu’elles fassent appel à un modèle physique ou non pour contraindre  $G$ .

Les approches basées sur le *split gradient* ont été développées dans la cadre de la thèse de R. Chreiky [Chr17]. Elles permettent d’obtenir des mises à jour de  $\Delta_F$  qui soient déjà normalisées. Bien que non testée, l’extension faisant appel à un modèle physique pour contraindre  $G$  est immédiate.

### 4.1.3 Expériences

De nombreuses expériences ont été réalisées, tant sur des données synthétiques que réelles. Pour des raisons de concision, nous n’en présentons qu’une partie.

**Simulations :** Pour illustrer les performances des approches développées sur des données synthétiques et sans chercher l’exhaustivité, nous présentons par la suite des expériences réalisées dans le cadre de la thèse de R. Chreiky [Chr17, Ch. 6]. Nous considérons un jeu de données regroupées dans une matrice  $X$  qui compte  $n = 50$  échantillons et  $m = 7$  espèces chimiques : fer (Fe), calcium (Ca<sup>2+</sup>), dioxyde de soufre (SO<sub>4</sub><sup>2-</sup>), zinc (Zn), magnesium (Mg<sup>2+</sup>), aluminium (Al) et chrome (Cr). Chaque entrée de  $X$  est associée à une incertitude  $\sigma_{ij}$  fournie par des chimistes. Les échantillons collectés sont possiblement corrompus par des valeurs aberrantes placées de manière aléatoires dans  $X$  et dont l’impact sur les données est géré via un coefficient de gain toujours supérieur à 1, pour simuler une contamination polluante. Par la suite, un bruit uniforme tiré sur l’intervalle  $[-\min(\lambda \cdot \sigma_{ij}, x_{ij}); \lambda \sigma_{ij}]$  est ajouté aux données, de sorte que les données restent positives ou nulles. En conséquence, le paramètre  $\lambda$  est lié à un rapport signal-à-bruit d’entrée (calculé sans valeur aberrante). Les données  $X$  ont été générées à partir de  $p = 3$  profils de pollution fournis dans le tableau 4.1 et pour lesquels nous considérons 6 contraintes égalités seulement. Les positions et

|          | Fe  | Ca <sup>2+</sup> | SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup> | Zn | Mg <sup>2+</sup> | Al    | Cr |
|----------|-----|------------------|-------------------------------|----|------------------|-------|----|
| Source 1 | 0.7 |                  |                               |    | 0.04             |       |    |
| Source 2 | 0.3 |                  |                               |    |                  | 0.075 |    |
| Source 3 |     | 0.2              |                               |    | 0.12             |       |    |

TABEAU 4.2 – Contraintes égalités appliquées aux simulations de partitionnement de sources.

les valeurs forcées de ces dernières sont fournies dans le tableau 4.2. Aucune contrainte inégalité n'est appliquée dans ces simulations.

Nous présentons sur la figure 4.3 les performances atteintes par plusieurs méthodes de NMF sur ce jeu de simulations, dans le cas sans valeur aberrante (à gauche) et avec cinq valeurs aberrantes (à droite). Plus précisément, comme les profils sont corrélés, le rapport signal-à-interférence (SIR pour *Signal-to-Interference Ratio* en anglais) classiquement utilisé en SAS n'est pas pertinent ici et nous choisissons le MER (*Mixing Error Ratio* en anglais) [VAB09] – qui se calcule comme un SIR mais sur les colonnes de  $G$  au lieu des lignes de  $F$  – comme mesure de performance. Plus précisément, le MER se calcule sur chaque colonne de  $G$  de la manière suivante : la  $j$ -ème colonne estimée de  $G$  – notée  $\hat{g}_j$  – est décomposée sous la forme d'une partie collinéaire et d'une partie orthogonale à sa version théorique<sup>4</sup>  $\underline{g}_j$ , respectivement notées  $\hat{g}_j^{\text{coll}}$  et  $\hat{g}_j^{\text{orth}}$ . Le MER exprimé en dB et associé à la  $j$ -ème colonne de  $G$  s'écrit alors

$$\text{MER}_j = 10 \log_{10} \frac{\|\hat{g}_j^{\text{coll}}\|_2^2}{\|\hat{g}_j^{\text{orth}}\|_2^2}, \quad (4.9)$$

et un MER global est obtenu sous la forme de la moyenne de ces  $\text{MER}_j$ . Ces mesures de performance sont calculées sur les sorties fournies par les méthodes suivantes :

1. la méthode non-pondérée de NMF faisant appel à une  $\beta$ -divergence ( $\beta$ -NMF) [FI11];
2. une version pondérée de la méthode *split-gradient* (SG-WNMF) [Lan+10];
3. une extension pondérée de [FI11] faisant appel à une  $\beta$ -divergence ( $\beta$ -WNMF);
4. une NMF non-pondérée robuste aux valeurs aberrantes (rNMF) [FD15];
5. une NMF informée faisant appel à une  $\beta$ -divergence dans laquelle on utilise le résidu<sup>5</sup> ( $\beta$ -CWNMF-R) et utilisant des mises à jour multiplicatives;
6. une NMF *split-gradient* informée faisant appel à une  $\alpha\beta$ -divergence sans résidu ( $\alpha\beta$ -SGCWNMF)
7. les performances obtenues avec une méthode pondérée de NMF faisant appel à une  $\alpha\beta$ -divergence dans laquelle la matrice  $F$  est forcée à sa valeur théorique et seule la matrice  $G$

4. On rappelle qu'une factorisation matricielle classique se fait à une ambiguïté d'échelle et de permutation prés. En pratique, les connaissances d'experts qui sont injectés dans  $F$  permettent souvent de fixer l'indétermination de permutation. Ainsi  $\hat{g}_j$  et  $\underline{g}_j$  ont les mêmes indices.

5. La version sans résidu a aussi été testée et a fourni dans ces tests des performances similaires.

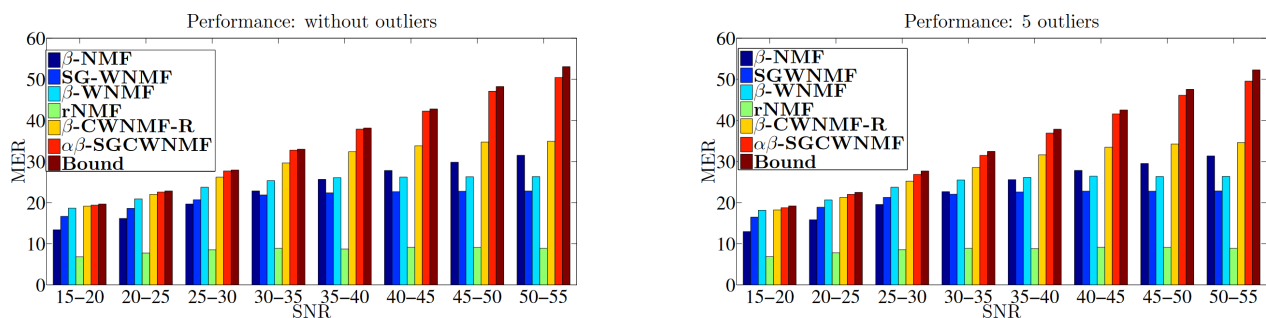


FIGURE 4.3 – Performances obtenues par des méthodes de NMF pondérées classiques ou informées. A gauche : simulations sans valeur aberrante. A droite : simulations avec 5 valeurs aberrantes.

est estimée (Bound).

Le paramètre  $\beta$  est fixé à 0.8 pour toutes les approches faisant appel à la  $\beta$ -divergence tandis que le couple  $(\alpha, \beta)$  est fixé à  $(0.6, 0.6)$  pour la méthode faisant appel à la divergence  $\alpha\beta$ . La figure 4.3 résume plus de 400 tests qui montrent que les approches informées fournissent de meilleures performances que les approches non-informées, même en présence de valeurs aberrantes. En particulier, les approches proposées sont beaucoup plus performantes que les approches pondérées non-informées (SG-WNMF,  $\beta$ -WNMF) mais aussi que les approches non-pondérées robustes aux valeurs aberrantes ( $\beta$ -NMF, rNMF). Dans ces tests, l'approche informée faisant appel au *split-gradient* surpasse les autres approches et fournit des MER moyens très proches des valeurs obtenues lorsque la matrice  $F$  est parfaitement connue.

**Données réelles :** Les expériences sur données réelles ont été réalisées par l'équipe de D. Courcot et F. Ledoux du laboratoire UCEIV de l'ULCO. Plusieurs campagnes ont eu lieu au cours des différents projets dans lesquels nous avons été impliqués et je présente ci-dessous les résultats de la campagne réalisée durant l'hiver 2010 et le printemps 2011, dans le cadre d'un contrat avec la société ArcelorMittal et dans le cadre de la thèse d'A. Limem [Lim14].

Les données consistent en  $n = 164$  échantillons représentant les concentrations de  $m = 28$  espèces chimiques. Nous supposons que ces données sont dues aux activités de  $p = 11$  sources, c.-à-d. 5 sources naturelles et 6 sources anthropiques :

- deux de l'unité d'agglomération d'ArcelorMittal,
- une de la société Ascométal,
- deux issues du trafic routier (une pour les gaz d'échappement, une pour la poussière générée par les freinages)
- et une pour la combustion de bio-masse (chauffage urbain).

La période d'échantillonnage de l'échantillonneur Digitel DA80 (voir figure 4.1) est de 12 h alors que celle de la mesure de vent – utilisée par le modèle physique pour informer  $G$  – est de 1 h. Dans

ces tests, nous avons fixé 81 contraintes égalités et 42 contraintes inégalités. Les approches testées sont :

- une méthode de NMF qui tient compte des connaissances d’experts en termes d’espèces chimiques majeures [Kfo13] (Kfoury) ;
- une méthode non-informée mais pondérée de NMF faisant appel à une  $\alpha\beta$ -divergence ( $\alpha\beta$ -WNMF)
- Plusieurs NMF informées faisant appel à une  $\alpha\beta$ -divergence et la deuxième normalisation présentée précédemment (présence de « N2 » dans les acronymes) avec ou sans contraintes de bornitudes (présence ou absence de « B » dans les acronymes), avec ou sans modèle physique pour informer  $G$  (présence ou absence de « M » dans les acronymes).

Les valeurs du couple  $(\alpha, \beta)$  sont fixées à  $(0.8, 0.4)$  pour toutes les méthodes faisant appel à la divergence  $\alpha\beta$ .

La figure 4.4 présente la source marine estimée par chacune des méthodes testées. L’axe des abscisses présente les différentes espèces chimiques observées, classées par ordre décroissant d’importance pour cette source, tandis que l’axe des ordonnées présente leurs concentrations exprimées en  $\text{ng}/\mu\text{g}$ . Pour cette source, les experts nous disent que le rapport des contributions du chlore sur le sodium est d’environ 2. De plus, cette source ne doit pas contenir de carbone total (TC). Seules les deux méthodes informées avec contraintes inégalités (celle avec le modèle et celle sans le modèle physique) s’approchent de l’expertise chimique.

La figure 4.5 présente la source anthropique « Ascométal » estimée par chacune des méthodes. Les experts nous indiquent que le zinc est majoritaire. Ici, la méthode informée de Kfoury sur-estime cette quantité. Par ailleurs, la méthode non-informée et les méthodes sans contrainte inégalité ont tendance à sur-estimer des espèces mineures. Une fois de plus, seules les méthodes informées avec contraintes inégalités permettent de coller à la théorie. De plus, parmi les deux méthodes, l’approche faisant appel au modèle fournit des proportions très correctes jusque la 8e espèce chimique.

## 4.2 Etalonnage *in situ* de capteurs mobiles

Lorsqu’on s’intéresse à l’observation de la qualité de l’air, l’approche réglementaire fait appel à un nombre réduit de capteurs de précision, très volumineux et coûteux, disséminés sur un territoire. L’inconvénient majeur d’un tel réseau est qu’il ne permet pas de mesurer certains effets locaux (par exemple les effets de canyon) qui sont difficiles à modéliser sans moyens de calculs très importants. Depuis une dizaine d’année, dans la mouvance de l’internet des objets, un nombre croissant de projets propose d’introduire des foules de capteurs mobiles bas-coût qui vont permettre de compléter

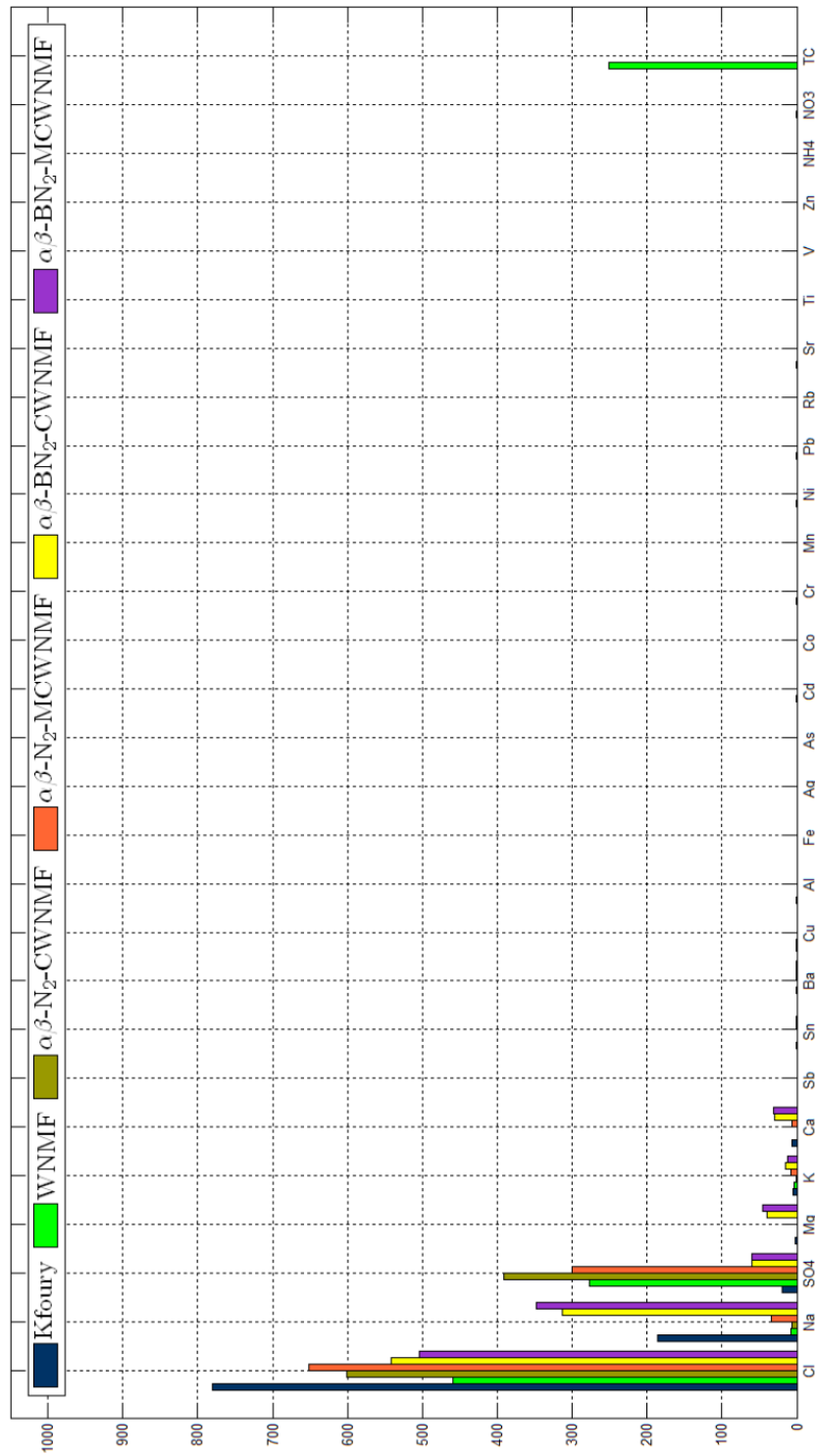


FIGURE 4.4 – Profil de la source marine estimée.



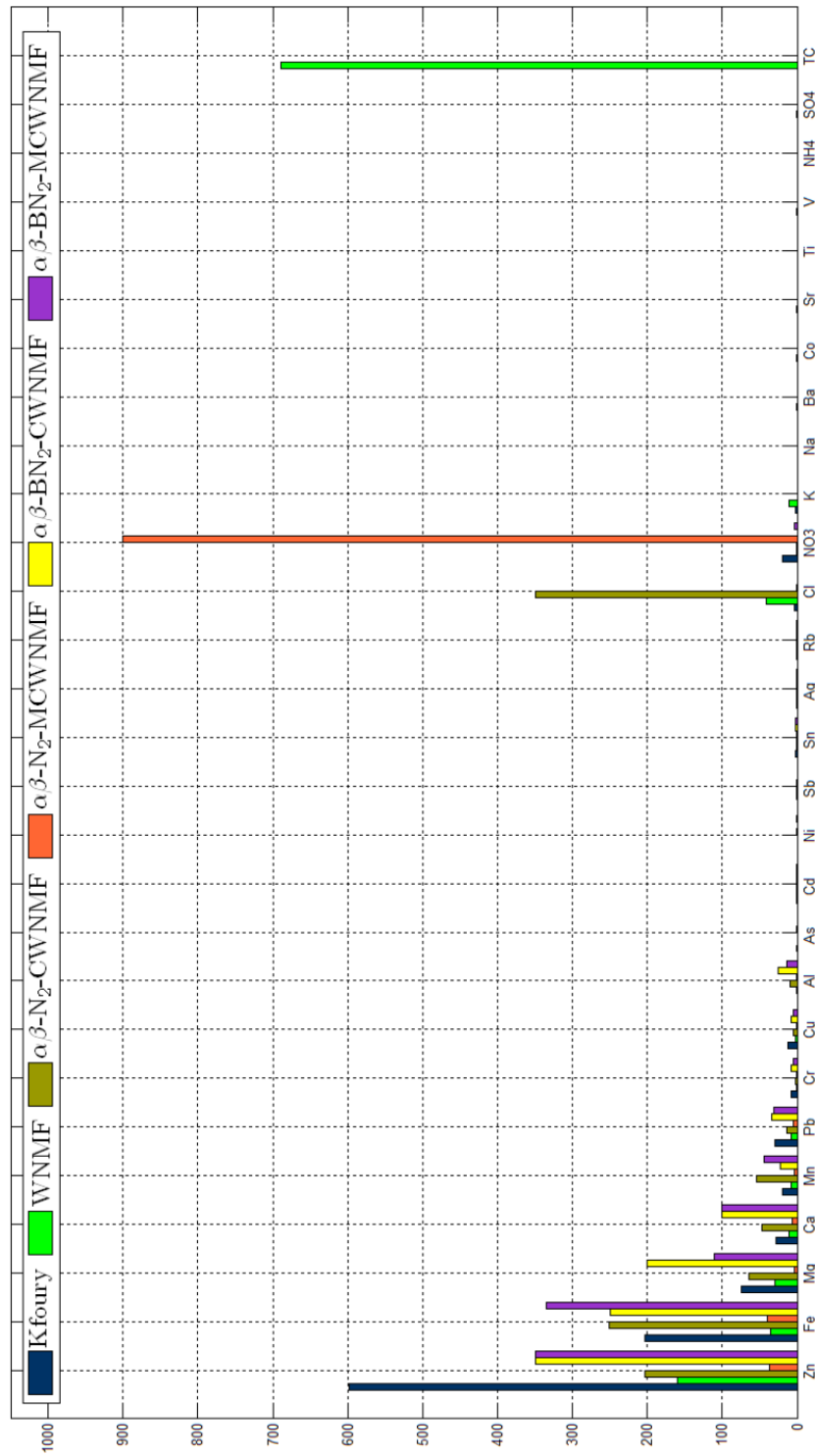


FIGURE 4.5 – Profil de la source « Ascometal » estimée.

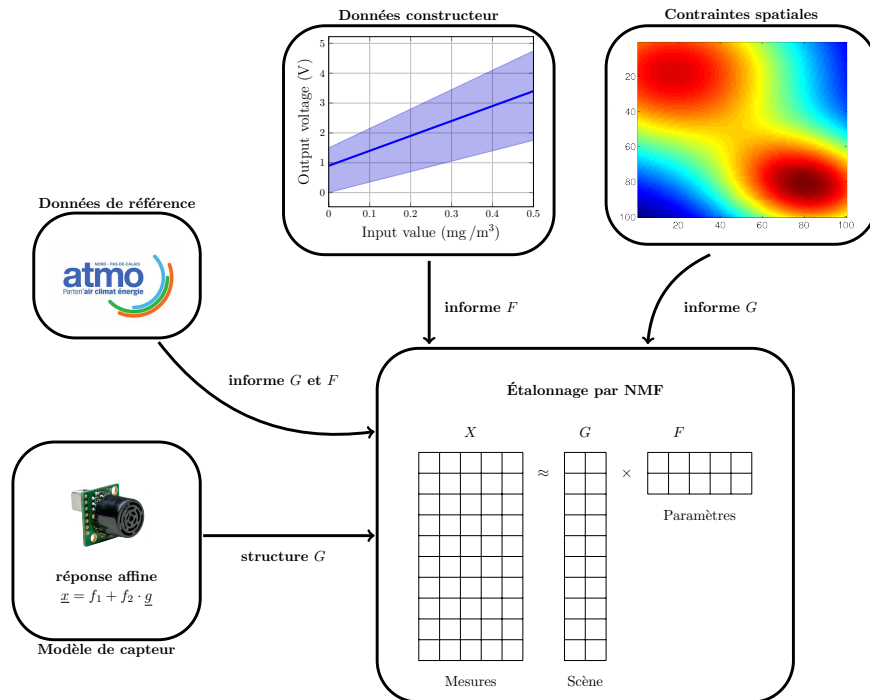


FIGURE 4.6 – Résumé graphique des contributions en étalonnage de capteurs (source [Dor17]).

la mesure des capteurs réglementaires. Lorsque ces capteurs sont connectés à des smartphones de volontaires, on parle alors de *mobile crowdsensing* [Cap+19]. De nombreuses problématiques ont émergé avec de telles mesures comme la cartographie de la qualité de l'air avec un grand volume de données de qualité hétérogène. Cependant, la problématique qui nous a semblé prioritaire lors du début de ce travail en 2013-2014 concernait la confiance dans la qualité des données. En effet, les capteurs bas-coût ont tendance à voir leur réponse dériver au cours du temps assez rapidement, nécessitant un ré-étalonnage régulier en laboratoire. Hélas, ce dernier n'est pas réalisable pour des raisons de coût et d'indisponibilité des capteurs portés par des volontaires. Aussi, des méthodes d'étalonnage *in situ* de données – c.-à-d. des méthodes numériques de correction de la dérive des capteurs à partir des mesures – ont été proposées [MZT18; DLR19]. C'est cette problématique que nous avons revisité comme un problème informé de (semi-)NMF (voir figure 4.6) et qui est présenté ci-dessous.

### 4.2.1 Modélisation du problème

On suppose que  $m - 1$  capteurs mobiles fournissent des données géo-localisées et horodatées. Ces mesures complètent des mesures réglementaires issues de capteurs fixes, que l'on peut considérer comme issues d'un  $m$ -ème capteur mobile. Nous définissons alors les concepts suivants :

**Définition 1** ([Sau+14]). *Un rendez-vous est un voisinage spatio-temporel entre des mesures de*

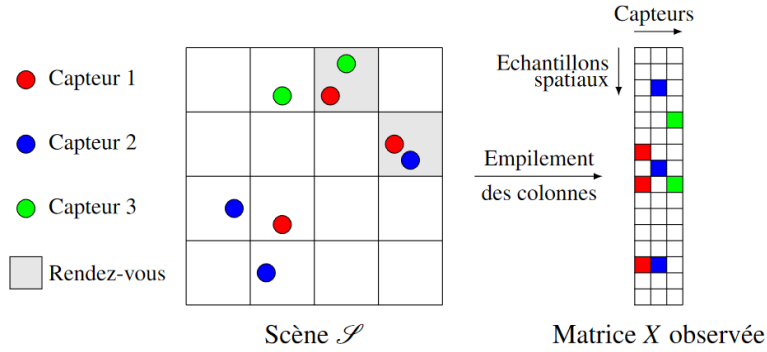


FIGURE 4.7 – Exemple d’une scène de taille  $4 \times 4$  ( $n = 16$ ) contenant 3 capteurs mobiles.

*capteurs différents.*

La notion de voisinage est définie par deux grandeurs  $\Delta_t$  et  $\Delta_d$  qui correspondent respectivement à une durée et une distance. Selon le phénomène physique mesurée, les valeurs de  $\Delta_t$  et  $\Delta_d$  peuvent significativement varier [Sau+14].

**Définition 2.** Une scène  $\mathcal{S}$  est un espace délimité et discrétisé observé pendant un intervalle de temps  $[t, t + \Delta_t)$ . La discrétisation spatiale est telle que pour tout couple de points localisé dans une même cellule, la distance séparant ces deux points est inférieure à  $\Delta_d$ .

Une scène est donc une grille de cellules dans lesquelles les capteurs peuvent se mouvoir et acquérir une mesure du phénomène physique. Quand deux capteurs partagent une même position dans la scène, ils sont en rendez-vous. Ces données peuvent être réorganisées sous la forme d’une matrice  $X$  où un indice de ligne correspond à une position dans la scène alors qu’un indice de colonne correspond à un numéro de capteur (voir figure 4.7).

En supposant que les capteurs mobiles suivent un modèle de réponse affine, on peut alors lier la mesure brute du capteur  $j$  dans la cellule  $i$  – notée  $x_{ij}$  à la grandeur mesurée notée  $g_i$  selon la relation

$$x_{ij} \approx f_{0,j} + f_{1,j} \cdot g_i, \quad (4.10)$$

où  $f_{0,j}$  et  $f_{1,j}$  sont respectivement l’offset et le gain associés au capteur  $j$ . Si chaque capteur réalise une mesure sur chaque cellule de la scène et si on a une mesure réglementaire sur chacune de ces cellules, on peut alors stocker les données dans une matrice  $X$  de taille  $n \times m$  liée au phénomène

physique par une relation matricielle de la forme (3.2) où<sup>6</sup>

$$G \triangleq \begin{bmatrix} 1 & g_1 \\ 1 & g_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & g_n \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad F \triangleq \begin{bmatrix} f_{0,1} & f_{0,2} & \dots & f_{0,m-1} & 0 \\ f_{1,1} & f_{1,2} & \dots & f_{1,m-1} & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Notons que les sorties de capteurs sont généralement des tensions, ce qui fait de  $X$  une matrice non-négative. De même,  $G$  est non-négative puisque les phénomènes observés sont des concentrations de polluants. Enfin,  $F$  est à valeurs de signe quelconque sauf pour certains capteurs [Sha06] pour lesquels elle est aussi non-négative.

En pratique cependant, la matrice  $X$  n'est pas entièrement observée et on peut modéliser ce phénomène en intégrant une matrice de pondération  $W$ , nous amenant à considérer le problème (2.1).  $W$  peut être une matrice binaire ( $w_{ij}$  valant 1 si une mesure est disponible, 0 sinon) ou non-binaire (par exemple, les valeurs non-nulles de  $w_{ij}$  pourraient être égales à l'inverse de l'incertitude  $\sigma_j$  liée au capteur  $j$ ). De plus, l'estimation de  $F$  n'est possible que si le réseau de capteurs est assez dense (« suffisamment » de rendez-vous entre les capteurs) et s'il y a « suffisamment » de diversité dans ces mesures en rendez-vous.

Le problème d'étalonnage de capteurs mobiles consiste à mettre à jour les paramètres libres de  $G$  et  $F$  – stockés dans des matrices notées  $\Delta_G$  et  $\Delta_F$  – en utilisant la même paramétrisation que celle utilisée dans le problème de partitionnement de sources, mis à part que nous ne considérons pas de contrainte inégalité. Plutôt qu'une divergence paramétrique  $\alpha\beta$ , nous avons choisi la norme de Frobenius comme fonction d'attache aux données. Nous avons ensuite étendu ce problème aux réponses non-linéaires de capteurs [Dor+16b], au cas multi-capteurs [Vu +21] et au cas multi-scènes [Yah21].

1. Dans le premier cas, on modélise la réponse des capteurs par une fonction polynomiale. Le problème d'étalonnage se modélise de manière similaire à celle des capteurs à réponse affine, sauf que la matrice  $G$  possède une structure de Vandermonde et que la matrice  $F$  est à valeurs de signe quelconque [Dor+16b], c.-à-d. qu'il peut se résoudre sous la forme d'un problème informé de semi-NMF.
2. Dans le deuxième cas, on suppose que  $p \geq 2$  capteurs – mesurant des grandeurs différentes – sont positionnés dans le même boîtier de mesure et que les données issues de chaque capteur sont corrélées aux différentes grandeurs mesurées par le boîtier. Cette hypothèse est classiquement faite en mesure de la qualité de l'air. Par exemple, de nombreux capteurs ont

---

6. La dernière colonne de  $F$  permet d'intégrer les mesures réglementaires dans la matrice  $X$ . Comme nous ne connaissons pas ni leurs modèles d'étalonnage ni leurs paramètres, nous intégrons directement leur sorties, supposées égales au phénomène mesuré.

leur réponse qui dépend de la température et humidité ambiante mais aussi des concentrations d'autres gaz [Maa+16]. Comme les paramètres de temps et de distance définissant un rendez-vous sont propres à chaque capteur d'un boîtier, on peut choisir des paramètres  $\Delta_t$  et  $\Delta_d$  de sorte que l'échantillonnage spatio-temporel de la scène soit le même pour chaque capteur [Vu+21]. On peut alors organiser l'ensemble des grandeurs mesurées dans une matrice  $G$  qui se lit

$$G \triangleq \begin{bmatrix} 1 & g_{11} & \cdots & g_{1p} \\ 1 & g_{21} & \cdots & g_{2p} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & g_{n1} & \cdots & g_{np} \end{bmatrix}, \quad (4.12)$$

où  $g_{ik}$  est la valeur de la  $k$ -ème grandeur physique mesurée dans la  $i$ -ème cellule de la scène. Le  $k$ -ème capteur situé dans le  $j$ -ème boîtier de mesure fournit alors la donnée  $x_{ij}^{(k)}$  dans la  $i$ -ème cellule de la scène, selon la relation

$$x_{ij}^{(k)} \approx f_{0,j}^{(k)} + \sum_{l=1}^K f_{l,j}^{(k)} \cdot g_{li}, \quad (4.13)$$

où les coefficients  $f_{l,j}^{(k)}$  sont ses paramètres d'étalonnage à estimer. En suivant le principe précédent pour l'étalonnage de capteurs à réponse affine, on peut obtenir une relation du type

$$W^{(k)} \circ X^{(k)} \approx W^{(k)} \circ (G \cdot F^{(k)}), \quad (4.14)$$

où  $F^{(k)}$  contient les paramètres d'étalonnage du  $k$ -èmes capteur de chacun des boîtiers de mesure. Comme chacun de ces capteurs est supposé suivre un modèle similaire<sup>7</sup>, l'ensemble de ces problèmes peut être modélisé sous la forme (2.1) en concaténant les matrices  $W^{(k)}$ ,  $X^{(k)}$  et  $G^{(k)}$  ainsi :

$$W \triangleq \left[ W^{(1)} \ W^{(2)} \ \dots \ W^{(K)} \right], \quad (4.15)$$

$$X \triangleq \left[ X^{(1)} \ X^{(2)} \ \dots \ X^{(K)} \right], \quad (4.16)$$

$$F \triangleq \left[ F^{(1)} \ F^{(2)} \ \dots \ F^{(K)} \right]. \quad (4.17)$$

3. Dans le dernier cas, on considère l'évolution temporelle d'une scène qu'on peut modéliser comme une série temporelle de  $N + 1$  matrices – notées  $X(t)$  – associées à une série temporelle de  $N + 1$  matrices de poids  $W(t)$  et une série temporelle de variations du ou des

---

7. Par exemple, le modèle de réponse affine de capteur peut être écrit sous la forme (4.14) en forçant certaines lignes de  $F$  à zéro.

phénomènes physiques observés au cours du temps, stockée sous la forme de  $N + 1$  matrices  $G(t)$ . Il est à noter qu'en observation de la qualité de l'air, les grandeurs observées fluctuent beaucoup plus rapidement que les paramètres d'étalonnage des capteurs. Par exemple, les auteurs de [Sau+14] fixent à 10 min la durée d'une scène pour un capteur d'humidité alors que les auteurs de [AMM15] ont montré que les mêmes capteurs conservaient des paramètres d'étalonnage stables à l'échelle de la semaine ou du mois<sup>8</sup>. En considérant des séries temporelles suffisamment courtes, les paramètres d'étalonnage ne fluctuent donc pas et peuvent être stockés dans une matrice notée  $F$  qui ne dépend pas du temps<sup>9</sup>. Pour chaque indice temporel de la série, on obtient alors une relation de la forme :

$$W(t) \circ X(t) \approx W(t) \circ (G(t) \cdot F). \quad (4.18)$$

L'ensemble de ces problèmes peut être modélisé sous la forme (2.1) en concaténant les matrices  $W(t)$ ,  $X(t)$  et  $G(t)$ , c.-à-d.

$$W \triangleq \begin{bmatrix} W(t_0) \\ W(t_1) \\ \vdots \\ W(t_N) \end{bmatrix}, \quad X \triangleq \begin{bmatrix} X(t_0) \\ X(t_1) \\ \vdots \\ X(t_N) \end{bmatrix}, \quad G \triangleq \begin{bmatrix} G(t_0) \\ G(t_1) \\ \vdots \\ G(t_N) \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

Ainsi, un problème d'étalonnage multi-scène et/ou multi-capteurs peut être résolu de la même manière qu'un étalonnage de capteur à réponse affine, mis à part que les matrices en jeu sont de bien plus grande dimension.

Nous avons ensuite cherché à régulariser le problème. En particulier, dans le cadre où nous cherchons à étalonner un unique type de capteur à réponse affine, nous avons proposé deux contraintes supplémentaires qui peuvent être utilisées séparément ou conjointement. Tout d'abord, nous avons supposé que le phénomène physique observé est parcimonieux par rapport à un dictionnaire préalablement appris (par exemple, à partir de nombreuses simulations de modèles réalistes de la qualité de l'air). Nous pouvons ainsi réaliser une approximation parcimonieuse<sup>10</sup> de la deuxième colonne de  $G$ . Le dictionnaire permet de compléter  $G$  même si nous n'avons pas des mesures très denses et ainsi de fournir une cartographie complète du phénomène observé. Par ailleurs, ce même dictionnaire permet aussi de relâcher la contrainte spatiale du rendez-vous puisque deux capteurs sont en rendez-vous s'ils partagent les mêmes supports atomiques du dictionnaire [Dor+18].

---

8. Au delà de un mois, des modèles d'étalonnage plus complexes prenant en compte la dérive des réponses des capteurs au cours du temps sont plus performants [AMM15].

9. Le cas où ces paramètres peuvent évoluer sera discuté dans les perspectives de ces travaux.

10. Dans sa thèse, C. Dorffer a aussi proposé d'utiliser des modèles polynomiaux ou de krigeage comme alternative au dictionnaire [Dor17].

Enfin, certains fabricants de capteurs fournissent la réponse moyenne attendue de leurs capteurs, c.-à-d. qu'ils fournissent les paramètres moyens de chaque ligne de  $F$ . On pourrait forcer les valeurs de  $F$  à fournir des moyennes *strictement* égales à ces paramètres, comme cela a pu être proposé pour une autre approche d'étalonnage dans un contexte d'acquisition comprimée [Bil+14]. Nous avons proposé au contraire de pénaliser le problème de (semi-)NMF informé de sorte que la valeur moyenne de chaque ligne de  $F$  soit proche de la valeur fournie par le fabricant du capteur [Dor+18].

L'ensemble de ces connaissances, qui peuvent être appliquées conjointement ou séparément au problème, a donné lieu à autant de variantes algorithmiques qui s'appellent :

- IN-Cal pour *Informed Nmf Calibration method* : l'approche informée sans approximation parcimonieuse de  $G$  ni contrainte de valeur moyenne dans  $F$  ;
- SpIN-Cal pour *Sparse IN-Cal* : l'extension d'IN-Cal qui fait appel au dictionnaire et à la décomposition parcimonieuse de la deuxième colonne de  $G$  ;
- ACIN-Cal pour *Average-Constrained IN-Cal* : l'extension d'IN-Cal pénalisée par les valeurs moyennes sur les lignes de  $F$  ;
- SpAIN-Cal pour *Sparse and Average-constrained IN-Cal* : l'extension d'IN-Cal avec approximation parcimonieuse de la deuxième colonne de  $G$  et pénalisation sur les valeurs moyennes des lignes de  $F$ .

**Algorithmes proposés :** Dans un premier temps, nous avons proposé des mises à jour multiplicatives de NMF pour les problèmes d'étalonnage de capteurs à réponses affine [Dor+15 ; Dor+16a ; Dor+18]. Nous avons aussi proposé un algorithme de semi-NMF faisant appel au gradient projeté pour les problèmes non-linéaires d'étalonnage [Dor+16b]. Pour ce dernier, seul un vecteur colonne de  $G$  est à estimer puisque les autres colonnes sont automatiquement déduites de celui-ci.

Plus récemment, nous avons étendu à un cas informé un algorithme rapide de NMF pondérée faisant appel à un gradient de Nesterov [Dor+17a] pour traiter les problèmes d'étalonnage de capteurs co-localisés dans un boîtier de mesure [Vu +21] ou pour traiter le cas multi-scène [Yah21]. Enfin, nous avons accéléré ces algorithmes en les combinant aux projections aléatoires. Ce dernier point fait l'objet du prochain chapitre.

## 4.2.2 Expériences

Nous présentons dans cette section les résultats de simulations de mesures de la qualité de l'air par une foule de capteurs non-étalonnés. Nous cherchons ici à illustrer l'intérêt des méthodes développées par rapport à d'autres stratégies de la littérature. Nous considérons une simple scène discrétisée de taille  $10 \times 10$  (signifiant que la matrice de données  $X$  a  $n = 100$  lignes) et observée par  $m - 1 = 25$  capteurs mobiles mesurant le taux de particules fines [Sha06] (voir figure 4.8). Nous

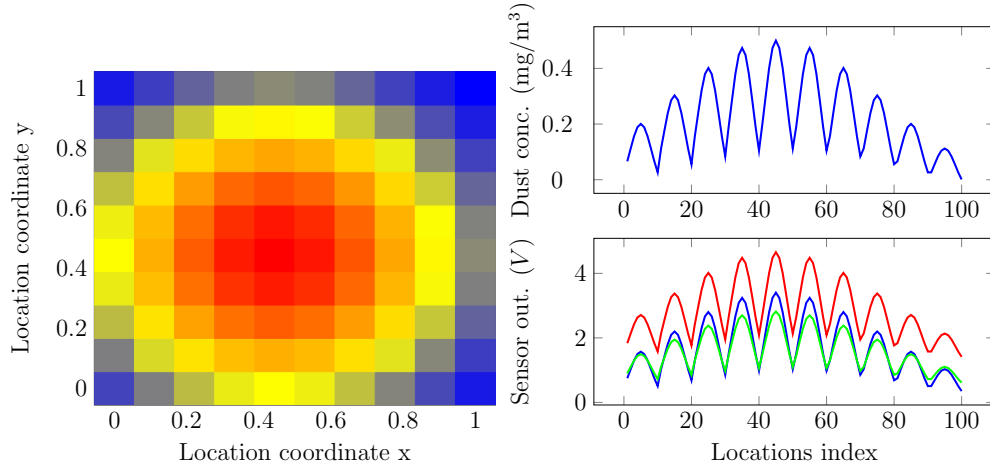


FIGURE 4.8 – A gauche : scène simulée. A droite : grandeur physique vectorisée (en haut) et valeurs mesurées par 3 capteurs différents (en bas).

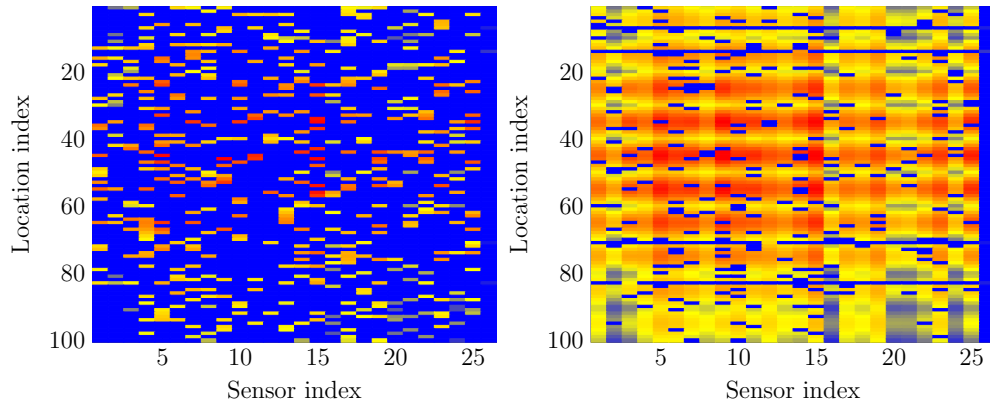


FIGURE 4.9 – Exemples de matrice  $X$  avec 25 capteurs mobiles et 4 mesures de référence (sur la dernière colonne). A gauche :  $\rho_{MV} = 0.8$  et  $\rho_{RV} = 0.9$ . A droite :  $\rho_{MV} = 0.1$  et  $\rho_{RV} = 0.1$ .

avons par ailleurs un dictionnaire contenant 62 atomes dont 2 permettent de reconstruire sans erreur la scène. La réponse des mobiles capteurs suit un modèle affine. En pratique, le gain et l'offset associé à chaque capteur est tiré aléatoirement selon une distribution gaussienne respectivement centrée en 0.9 V et 5 V/(mg/m<sup>3</sup>) et projetés sur leur intervalle admissible, c.-à-d. pour tout  $j = 1, \dots, m - 1$ ,  $0 < f_{1,j} < 1.5$  et  $3.5 < f_{2,j} < 6.5$ . Enfin, on considère 4 mesures de références dans la  $m$ -ème colonne de  $X$ , qui est échantillonnée de sorte que chaque capteur mobile a au plus un rendez-vous avec un capteur de référence. Cette configuration est déjà suffisamment complexe pour que les approches d'étalonnage multi-saut de la littérature [SHT15; Maa+16; AMM15] ne puissent être appliquées.

Nous considérons deux paramètres que nous faisons varier :

- la proportion  $\rho_{MV}$  de valeurs manquantes dans les  $m - 1$  première colonnes de  $X$ ,



— la proportion  $\rho_{RV}$  de rendez-vous entre un capteur mobile et un capteur de référence.

La figure 4.9 montre deux exemples de matrices de données observées pour des valeurs de paramètres  $\rho_{MV}$  et  $\rho_{RV}$  différentes. A partir de ces matrices, nous pouvons rajouter du bruit pour faire varier le rapport signal-à-bruit. Dans ces simulations, les poids de  $W$  sont binaires.

Nous considérons dans les tests présentés ci-dessous les approches IN-Cal, ACIN-Cal et SpIN-Cal. Nous comparons leurs performances avec une approche « naturelle » qui se présente ainsi : lorsque la matrice  $X$  est complète, la dernière colonne de  $X$  est égale à la dernière colonne de  $G$  et  $F$  peut alors être estimée par moindres carrés non-négatifs. En pratique, comme  $X$  n'est pas entièrement observée, nous la complétons avec une méthode de complétion de faible rang fondée sur une approche itérative de décomposition en valeurs singulières tronquée [BCG11].

Nous faisons respectivement varier les proportions  $\rho_{MV}$  et  $\rho_{RV}$  de 0% à 95% et de 0% à 90%. Pour chaque couple  $(\rho_{MV}, \rho_{RV})$ , nous réalisons 40 simulations pour lesquelles  $5 \cdot 10^5$  itérations de chaque méthode de NMF sont réalisées à partir de la même initialisation. Nous mesurons alors la racine de l'erreur quadratique moyenne (RMSE pour *Root Mean-Square Error* en anglais) sur la première ligne de  $F$  estimée<sup>11</sup> et nous considérons comme un « succès » les cas où cette erreur est en dessous de  $10^{-7}$ . La figure 4.10 présente ces graphiques dans le cas où il n'y a pas de bruit additif dans les données. On constate que l'approche « naturelle » échoue à estimer correctement les paramètres d'étalonnage dans un grand nombre de cas, principalement lorsqu'il y a beaucoup de valeurs manquantes ou lorsque la proportion de rendez-vous avec des capteurs étalonnés est faible. Cela est probablement dû au fait que l'étape de complétion de  $X$  génère des erreurs d'estimation à la fois dans  $X$  et dans  $G$  qui se propagent dans l'estimation de  $F$ . Au contraire, les approches informées permettent de réaliser un étalonnage de qualité dans une bien plus grande plage de valeurs. Il est notable qu'ACIN-Cal fournisse de très bonnes performances, même en l'absence de rendez-vous avec des capteurs de référence. Dans ce cas, le taux de succès dépend directement de la distance entre les paramètres moyens fournis par le fabricant de capteurs et la valeur moyenne réelle des lignes de  $F$  [Dor+18]. Comme expliqué précédemment, le dictionnaire régularise le problème en complétant  $G$ , permettant de se passer de rendez-vous au sens de la définition 1. Dans ce cas, les rendez-vous se font indirectement grâce aux supports atomiques communs des capteurs. Cependant, la qualité de l'étalonnage est alors directement lié à la qualité du dictionnaire et de l'approximation parcimonieuse [Dor17].

Dans un deuxième temps, nous comparons les performances de IN-Cal avec celles obtenues par une méthode multi-saut de la littérature [SHT15]. Ces approches multi-sauts consistent à estimer dans un premier temps les paramètres d'étalonnage d'un capteur mobile non-étalonné en le comparant aux mesures d'un capteur de référence lors de rendez-vous, puis d'utiliser ce capteur nouvellement étalonné pour estimer les paramètres d'étalonnage d'un autre capteur mobile, et ainsi

---

11. Des résultats similaires sont obtenus sur la deuxième.

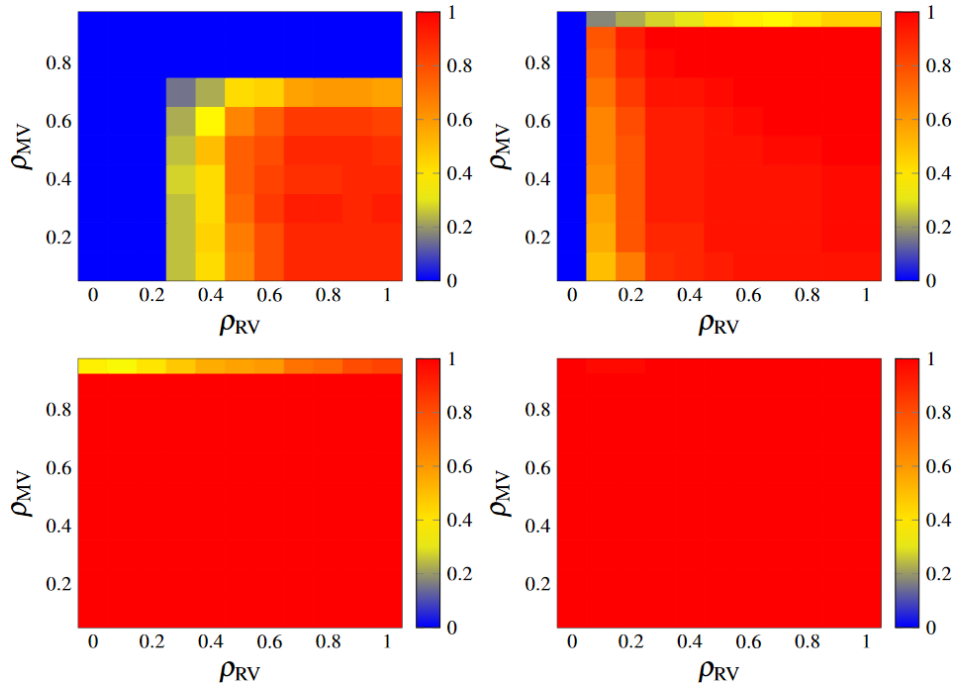


FIGURE 4.10 – Proportion de « succès » des méthodes d’étalonnage. En haut, de gauche à droite : l’approche « naturelle » et IN-Cal. En bas, de gauche à droite : ACIN-Cal et SpIN-Cal.

de suite. Ce type de méthode ne peut donc pas traiter les données simulées précédemment puisque nous avons considéré la situation où chaque capteur mobile avait au plus un rendez-vous avec un capteur de référence. Nous relâchons ici ces contraintes en considérant une matrice  $X$  complète dont on supprime aléatoirement une proportion  $\rho_{MV}$  de valeurs. La figure 4.11 présente les résultats obtenus, dans un cas non-bruité à gauche et bruité à droite (dans ce cas, le rapport signal-à-bruit vaut 30 dB). On constate que les deux approches fournissent des performances similaires lorsque le taux de valeurs manquantes est faible mais qu’IN-Cal fournit de meilleures performances lorsque  $\rho_{RV}$  devient supérieur à 80%. Cela démontre l’intérêt de l’approche proposée.

### 4.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté nos travaux en NMF informée pour deux applications distinctes : le partitionnement de sources et l’étalonnage *in situ* de capteurs mobiles. Le point commun entre ces approches réside dans la paramétrisation d’une ou des deux matrices facteurs pour gérer des valeurs connues. Les approches testées sont cependant fondées sur des techniques d’optimisation relativement lentes. Une stratégie d’accélération est présentée dans le prochain chapitre.

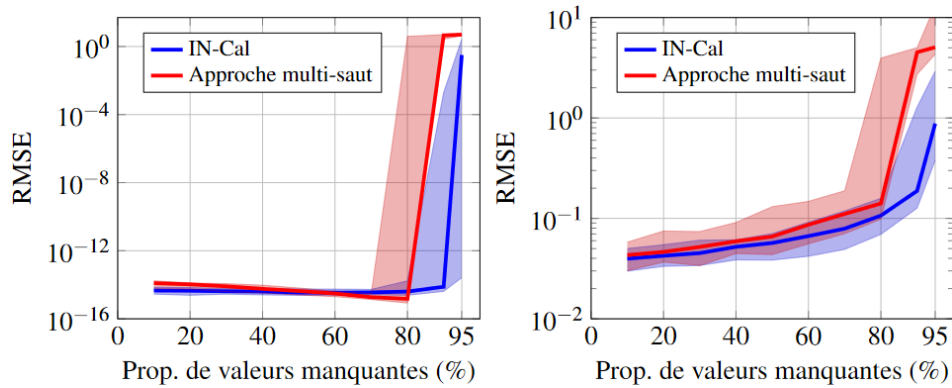


FIGURE 4.11 – Comparaison des performances d’IN-cal avec une approche multi-saut [SHT15] par rapport à la proportion de données manquantes. A gauche : cas sans bruit. A droite : signaux bruités.

## 4.4 Quelques publications personnelles en lien avec ce chapitre

- [INMF-1] A. Limem, G. Delmaire, M. Puigt, G. Roussel, D. Courcot, *Non-negative matrix factorization under equality constraints—a study of industrial source identification*, Applied Numerical Mathematics (APNUM), Volume 85, pp. 1-15, November 2014.
- [INMF-2] M. Plouvin, A. Limem, M. Puigt, G. Delmaire, G. Roussel, D. Courcot, *Enhanced NMF initialization using a physical model for pollution source apportionment*, Proceedings of the 22nd European Symposium on Artificial Neural Networks, Computational Intelligence and Machine Learning (ESANN 2014), pp. 261–266, Bruges, Belgium, April 23–25, 2014.
- [INMF-3] R. Chreiky, G. Delmaire, M. Puigt, G. Roussel, D. Courcot, A. Abche, *Split gradient method for informed non-negative matrix factorization*, Proceedings of the 12th International Conference on Latent Variable Analysis and Signal Separation (LVA/ICA 2015), Springer International Publishing Switzerland, vol. LNCS 9237, pp. 376–383, Liberec, Czech Republic, August 25–28, 2015.
- [INMF-4] R. Chreiky, G. Delmaire, M. Puigt, G. Roussel, A. Abche, *Informed split gradient non-negative matrix factorization using Huber cost function for source apportionment*, Proceedings of the 16th IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT 2016), Limassol, Cyprus, December 12-14, 2016.
- [INMF-5] R. Chreiky, G. Delmaire, C. Dorffer, M. Puigt, G. Roussel, A. Abche, *Robust informed split gradient NMF using Alpha Beta-divergence for source apportionment*, Proceedings of the 26th IEEE International Workshop on Machine Learning for Signal Processing (MLSP 2016), Vietri Sul Mare, Salerno, Italy, September 13–16, 2016.
- [INMF-6] G. Delmaire, M. Omidvar, M. Puigt, F. Ledoux, A. Limem, G. Roussel, D. Courcot, *Informed Weighted Non-negative Matrix Factorization Using  $\alpha\beta$ -Divergence Applied to Source*

*Apportionment*, Entropy, Volume 21, Issue 3, Article number 253, special issue on “Information Theory Applications in Signal Processing”, March 2019.

- [INMF-7] C. Dorffer, M. Puigt, G. Delmaire, G. Roussel, *Informed nonnegative matrix factorization methods for mobile sensor network calibration*, IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks, vol. 4, no. 4, pp. 667–682, December 2018.
- [INMF-8] C. Dorffer, M. Puigt, G. Delmaire, G. Roussel, *Nonlinear mobile sensor calibration using informed semi-nonnegative matrix factorization with a Vandermonde factor*, Proceedings of the 9th IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM 2016), Rio de Janeiro, Brazil, July 10–13, 2016.
- [INMF-9] O. Vu thanh, M. Puigt, F. Yahaya, G. Delmaire, G. Roussel, *In situ calibration of cross-sensitive sensors in mobile sensor arrays using fast informed non-negative matrix factorization*, Proc. 46th IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP’21), Toronto, Canada / Virtual, pp. 3515–3519, June 6-11, 2021.

# Chapitre 5

## Factorisation comprimée en matrices (semi)-non-négatives

### 5.1 Introduction

La NMF a connu un vif intérêt de la part de la communauté scientifique et de nombreux auteurs se sont intéressés à son accélération. Les principales techniques proposées reposent sur l'utilisation de solveurs rapides [Gua+12; AG19] ou stochastiques [Kas18; SER16], la distribution des calculs [Liu+10] et la compression des données [TS16; Eri+18]. Cette dernière stratégie consiste à réduire la taille des données tout en maintenant la qualité de l'information qu'elles contiennent. Elle est donc particulièrement intéressante dans le cadre d'approches itératives (comme la NMF mais aussi d'autres méthodes d'apprentissage statistique) dans lesquelles de nombreux passages en mémoire de la matrice de données sont effectués. Par ailleurs, elle est complémentaire des autres stratégies précédemment citées et des calculateurs dédiés à cette compression ont récemment vu le jour [Saa+16].

Ces stratégies de compression trouvent leur origine dans les travaux en algèbre linéaire randomisée [HMT11; Mah11; DM16] qui sont issus des travaux pionniers de Johnson et Lindenstrauss [JL84]. Ces derniers ont donné leur nom à un lemme célèbre.

**Lemme 1** (Johnson-Lindenstrauss [JL84]). *Soit un seuil  $\varepsilon \in ]0, 1[$  et un jeu de  $n$  points  $\{y_1 \cdots y_n\}$  dans un espace euclidien  $\mathbb{R}^m$ . Il existe un plongement linéaire  $\xi : \mathbb{R}^m \mapsto \mathbb{R}^s$  avec  $s > 8(\log(n)/\varepsilon^2)$ , tel que  $\forall 1 \leq i \leq j \leq n$ ,*

$$(1 - \varepsilon) \|y_i - y_j\|^2 \leq \|\xi(y_i) - \xi(y_j)\|^2 \leq (1 + \varepsilon) \|y_i - y_j\|^2. \quad (5.1)$$

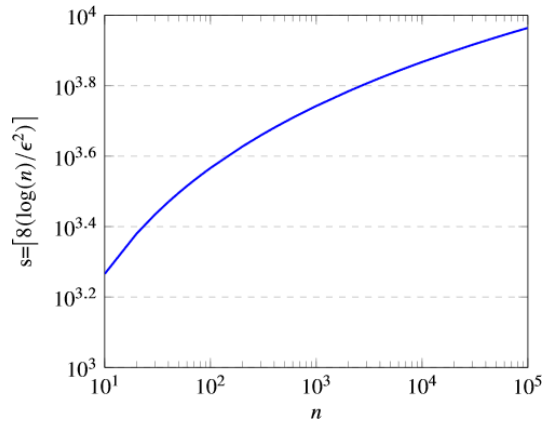


FIGURE 5.1 – Valeur minimale de  $s$  – respectant le lemme 1 – en fonction de  $n$ , pour  $\varepsilon = 0.1$ .

L'intérêt premier de ce lemme réside dans sa démonstration. En effet, Johnson et Lindenstrauss construisent l'opérateur  $\xi$  comme une simple matrice aléatoire Gaussienne normalisée. Dit autrement, un tirage aléatoire gaussien est un outil de compression universel qui maintient les distances entre n'importe quelle paire de points, à un seuil  $\varepsilon$  prêt. Le deuxième aspect intéressant réside dans le fait que la dimension  $s$  de l'espace projeté ne dépend que du nombre de points  $n$  et du seuil  $\varepsilon$ , et pas du tout de l'espace  $\mathbb{R}^m$  de départ. Le dernier point intéressant est que la valeur de  $s$  tend à être plus petite que  $n$  lorsque  $n$  augmente. En guise d'illustration, la figure 5.1 montre la valeur minimale de  $s$  à respecter en fonction de  $n$ , pour une valeur de  $\varepsilon$  fixée.

Avec le déluge de données (ou *Big Data*) que l'on connaît, ces résultats mathématiques ont motivé le développement de nombreuses stratégies randomisées pour traiter plus rapidement de grands volumes de données structurées (c.-à-d. organisées sous formes de matrices ou tenseurs). Par ailleurs, il a été démontré que toute matrice de grande taille tend à être de faible rang [UT19], ce qui implique que ces projections aléatoires peuvent être utilisées pour accélérer les techniques de factorisation matricielle<sup>1</sup>. Par analogie avec l'acquisition comprimée où la matrice de mesure – qui doit être la « plus incohérente possible » du dictionnaire dans lequel le signal d'intérêt est parcimonieux – est souvent une réalisation d'un tirage aléatoire Gaussien, on parle parfois d'*apprentissage comprimé* pour nommer ces méthodes [Gri+21]. En particulier, plusieurs techniques comprimées de NMF ont été proposées<sup>2</sup>.

A notre connaissance, les premiers travaux autour des projections aléatoires pour la NMF ont été proposés dans [ZCX12] : les auteurs y proposent d'appliquer une SVD randomisée à la matrice de données – pour réduire le nombre de valeurs à traiter – et des mises à jour dédiées. Cependant,

1. En particulier,  $s$  doit être strictement supérieur au rang  $p$  de la matrice de données  $X$ . Plus précisément, on doit vérifier  $s \geq p + 2$  pour garantir des résultats théoriques de l'algèbre linéaire randomisée [HMT11].

2. Il est à noter que des stratégies similaires ont été proposées pour l'analyse en sous-espaces indépendants [SL09], le clustering [Gri+21], la décomposition en modes dynamiques [Eri+19] ou encore les réseaux de neurones profonds [WK19].

la grande majorité des auteurs se sont focalisés sur des projections bilatérales [ZT12]. Plus particulièrement, cette stratégie consiste à compresser à gauche et à droite la matrice de données  $X$ , via des matrices notées  $L$  et  $R$ . En supposant que  $X$  s'écrit sous la forme d'un produit  $G \cdot F$ , on obtient :

$$L \cdot X \approx (L \cdot G) \cdot F, \quad (5.2)$$

$$X \cdot R \approx G \cdot (F \cdot R). \quad (5.3)$$

En définissant  $X_L \triangleq L \cdot X$ ,  $X_R \triangleq X \cdot R$ ,  $G_L \triangleq L \cdot G$  et  $F_R \triangleq F \cdot R$ , les équations (5.2) et (5.3) s'écrivent comme de simples factorisations matricielles. Lorsqu'on s'intéresse à des problèmes de NMF, comme les matrices  $L$  et  $R$  ne sont pas non-négatives, les problèmes comprimés correspondants se résolvent comme des problèmes de semi-NMF. En pratique, on trouve généralement dans la littérature des approches faisant appel à des projections agnostiques des données ou à des projections structurées (c.-à-d. qui font appel aux données).

1. Suivant les résultats du Lemme 1, les auteurs de [WL10] ont proposé d'utiliser des tirages aléatoires Gaussiens pour construire  $L$  et  $R$  et d'appliquer des mises à jour multiplicatives de semi-NMF [DLJ10]. Dans [KPW16], notant que les produits matriciels par des matrices denses – par exemple des matrices gaussiennes – étaient coûteux, Krapalov *et al.* proposent de combiner deux stratégies de projections aléatoires : la méthode CountSketch qui génère une matrice de projection creuse [CW17] et une matrice Gaussienne. Leur approche, nommée CountGauss, est plus rapide que les projections Gaussiennes tout en apportant la même performance de NMF séparable.
2. Au contraire et indépendamment, les auteurs de [TS16] et [Eri+18] ont proposé d'utiliser des projections aléatoires *structurées*. Ces projections consistent à utiliser la matrice de données pour générer les opérateurs. Les algorithmes les plus classiques sont les puissances itérées randomisées (RPI pour *Randomized Power Iteration* en anglais) et les sous-espaces itérés randomisés (RSI pour *Randomized Subspace Iteration*) [HMT11]. En théorie, les deux stratégies sont similaires mais la seconde est moins sensible aux phénomènes d'arrondis des calculateurs numériques. Appliqués à  $L$ , les RPI s'écrivent :

$$L \triangleq \text{QR} \left( (XX^T)^q \cdot X \cdot \Omega_L \right)^T, \quad (5.4)$$

où  $q$  est un entier fourni par l'utilisateur (généralement,  $q = 2, 3$  ou  $4$ ),  $\Omega_L \in \mathbb{R}^{m \times (p+v)}$  est une matrice aléatoire Gaussienne où  $v$  est un coefficient de sur-échantillonnage (typiquement,  $v = 10$ ). L'équation (5.4) peut s'interpréter ainsi : le produit  $X \cdot \Omega_L$  fournit une esquisse de la matrice  $X$ . De son côté, le terme  $(XX^T)^q$  permet d'accentuer la structure de faible rang de  $X$  (en faisant accroître le rapport entre les premières valeurs singulières et les dernières).

La décomposition QR permet quant à elle de fournir une matrice orthonormée de l'espace ligne de  $X$ . La matrice  $R$  peut être obtenue de manière similaire par transposition de  $X$ . Bien que plus coûteuses à calculer que des projections agnostiques aux données, ces projections structurées permettent d'améliorer très sensiblement les performances de NMF. Les travaux dans [TS16; Eri+18] diffèrent dans le choix des algorithmes : même si les deux articles ont proposé des algorithmes comprimés pour la NMF séparable, dans le cas d'une NMF plus classique, Tepper et Sapiro [TS16] ont utilisé Active Set [KP08] et les mises à jour de semi-NMF de [DLJ10] tandis que Erichson *et al.* [Eri+18] ont fait appel à HALS [CZA07]. Dans le cadre de la thèse de F. Yahaya, nous avons combiné des mises à jour de Nesterov avec les techniques de RSI [Yah+18].

3. Plus récemment, les auteurs dans [Sha+19] ont supposé n'observer qu'une matrice comprimée – par exemple  $X_L$  – et cherchent à estimer  $G_L$  et  $F$ . Dans un deuxième temps, en supposant les colonnes de  $G$  parcimonieuses par rapport à un dictionnaire,  $G$  est déduite de  $G_L$  sous la forme d'un problème d'acquisition comprimée.

A notre connaissance, avant nos travaux dans le cadre de la thèse de F. Yahaya, il n'existait pas de méthode combinant compression et incertitudes associées aux données. Nos activités sont présentées dans la section suivante. Toutefois, les auteurs de [Sap+22] ont très récemment proposé un algorithme comprimé pour le partitionnement de sources. Leur approche peut être vue comme une extension pondérée de [ZCX12] : dans un premier temps, ils cherchent à approcher  $W \circ X$  sous la forme d'un produit matriciel, noté  $A \cdot S$ . Pour cela, une stratégie de projections bilatérales structurées est appliquée à la matrice  $W \circ X$  et les facteurs matriciels  $A$  et  $S$  sont obtenus par HALS. Dans un deuxième temps, ils estiment  $G$  et  $F$  à partir de la relation

$$A \cdot S = W \circ (G \cdot F), \tag{5.5}$$

via une stratégie itérative de moindres carrés alternés.

## 5.2 Méthodes de compression pour la NMF pondérée

### 5.2.1 Principe général et méthodes proposées

Nous cherchons dans cette section à appliquer des projections aléatoires dans un cadre de NMF pondérée défini dans l'équation (2.1). Compte tenu de la difficulté d'estimer directement  $G$  et  $F$  à partir de versions compressées de  $X$  avec le produit de Hadamard et la matrice  $W$ , nous proposons un formalisme EM. Pour rappel, dans la stratégie EM de résolution de la NMF pondérée, une version complétée de  $X$  – notée  $X^{\text{comp}}$  est estimée dans l'étape E, selon l'équation (3.10). Dans



l'étape M, n'importe quelle méthode de NMF peut être appliquée à  $X^{\text{comp}}$  pour mettre à jour  $G$  et  $F$ . Notre stratégie est donc la suivante : à la fin de l'étape E, il est possible de compresser  $X^{\text{comp}}$  pour accélérer les calculs de l'étape M. Nous faisons donc appel à des projections bilatérales par des matrices structurées  $L$  et  $R$ .

Il est cependant à noter que, contrairement à la NMF non-pondérée, le calcul de  $L$  et de  $R$  ne se fait pas une seule fois mais à chaque étape E, qui génère une augmentation significative du temps de calcul. Il faut donc que ce temps perdu soit compensé par l'accélération des mises à jour dans l'étape M. En pratique, cela est possible si le nombre d'itérations dans l'étape M est suffisamment élevé (et nécessaire). Cependant, il paraît plus judicieux de chercher à accélérer les calculs de l'étape E. Nous avons proposé pour cela une alternative [Yah21]. Supposons qu'une matrice – disons  $L$  – ait été calculée. La matrice  $R$  est obtenue par RPI selon la relation

$$R \triangleq \text{QR} \left\{ \left( \Omega_R \cdot X^{\text{comp}} \cdot ((X^{\text{comp}})^T X^{\text{comp}})^q \right)^T \right\}. \quad (5.6)$$

Or, comme  $L$  est une base orthonormée, on peut remarquer que

$$(X_L^{\text{comp}})^T \cdot X_L^{\text{comp}} = (X^{\text{comp}})^T \cdot L^T \cdot L \cdot X^{\text{comp}} \quad (5.7)$$

$$\approx (X^{\text{comp}})^T \cdot X^{\text{comp}}. \quad (5.8)$$

En effet, si  $X^{\text{comp}}$  est approximativement de rang  $p$ , on obtient [HMT11, Théorème 1.1]

$$\mathbb{E} \| X^{\text{comp}} - L^T \cdot L \cdot X^{\text{comp}} \| \leq \left( 1 + \frac{4\sqrt{p+v}}{v-1} \cdot \sqrt{\min(n,m)} \right) \lambda_{p+1}, \quad (5.9)$$

où  $\lambda_{p+1}$  est la  $p+1$ -ème valeur singulière de  $X^{\text{comp}}$ .

Cependant, le produit  $(X^{\text{comp}})^T \cdot X^{\text{comp}}$  requiert  $n \cdot m^2$  multiplications et autant d'additions alors que  $(X_L^{\text{comp}})^T \cdot X_L^{\text{comp}}$  n'en nécessite que  $(k+v)m^2$ . Ainsi, comme  $n$  est beaucoup plus grand que  $k+v$ , le calcul de  $R$  est significativement accéléré par cette astuce. Lorsqu'elle est appliquée à la méthode RPI ou RSI, nous obtenons respectivement une variante nommée ARPI (pour *Accelerated RPI* en anglais) ou ARSI (pour *Accelerated RSI* en anglais).

## 5.2.2 Expériences

**Tests sur un exemple jouet :** Pour montrer l'intérêt des approches proposées, nous proposons un ensemble de simulations où on cherche à estimer une matrice  $X^{\text{theo}} \in \mathbb{R}_+^{n \times m}$  à partir d'une version échantillonnée  $X$  associée à un poids binaire  $W$ . Plus particulièrement, la matrice  $X^{\text{theo}}$  est générée comme le produit de deux matrices  $G^{\text{theo}} \in \mathbb{R}_+^{n \times p}$  et  $F^{\text{theo}} \in \mathbb{R}_+^{p \times m}$  avec  $n = m = 10000$  et  $p = 5$ . Cette matrice est ensuite échantillonnée en éliminant 10 à 90% des données, avec un pas de 20%.

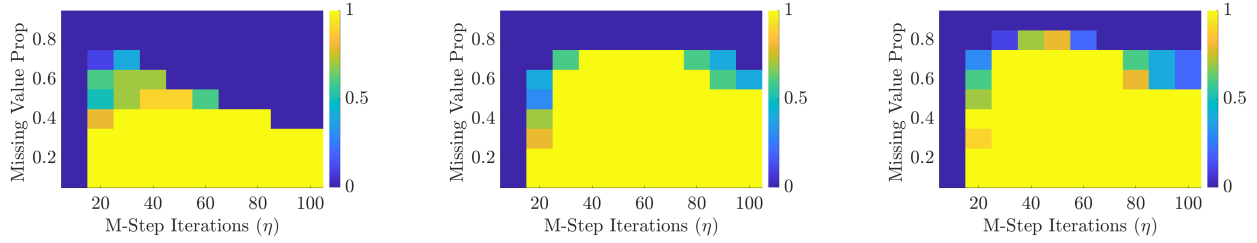


FIGURE 5.2 – Taux de succès des méthodes de NMF pondérée lorsqu’elles tournent 120 s. De gauche à droite : EM-W-NMF, REM-W-NeNMF-RPI et REM-W-NeNMF-ARPI.

On compare trois méthodes :

1. l’approche EM de NMF pondérée faisant appel à un gradient de Nesterov (EM-W-NeNMF) [Dor+17a] ;
2. son extension randomisée faisant appel aux RPI (REM-W-NeNMF-RPI) ;
3. son extension randomisée faisant appel aux ARPI (REM-W-NeNMF-ARPI).

Pour chaque méthode et pour chaque proportion de données manquantes, on lance plusieurs calculs où on fait varier le nombre  $\eta$  d’itérations dans l’étape M de ces méthodes. Les tests sont réalisés sur Matlab R2018a installé un PC portable équipé d’un CPU 4 cœurs Intel Core i7-4800MQ Quad Core avec 32 GB de mémoire RAM. Pour chacune des méthodes, le critère d’arrêt est une durée de CPU fixé à 120 s. Pour chaque test, le critère de performances est l’erreur relative de reconstruction (RRE pour *Relative Reconstruction Error* en anglais) définie comme

$$\text{RRE} \triangleq \frac{\|X^{\text{theo}} - G \cdot F\|_{\mathcal{F}}^2}{\|X^{\text{theo}}\|_{\mathcal{F}}^2} \quad (5.10)$$

Chacune des expériences est réalisée 15 fois et on définit un « succès » quand le RRE est en dessous de  $10^{-5}$ .

On constate que les approches comprimées permettent généralement d’obtenir plus souvent un RRE en dessous de  $10^{-5}$  que la version non-comprimée dont elles dérivent. En particulier, lorsque la valeur de  $\eta$  et la proportion de données manquantes sont élevées, les approches comprimées sont bien plus performantes que la méthode non-comprimée qu’elles étendent, très probablement car elles sont dans la situation où elles finissent l’étape M bien plus vite et peuvent donc réaliser plus d’étapes E. Ceci est confirmé par les temps CPU médians fournis dans le tableau 5.1. On remarque que l’étape E dure respectivement environ 1 s et 2 s de plus pour les approches comprimées avec ARPI et RPI que pour l’approche non-comprimée. Cependant, une itération dans l’étape M dure 4 à 5 fois moins longtemps pour les approches comprimées que pour l’approche non-comprimée.

TABLEAU 5.1 – Temps CPU moyen atteint par les méthodes testées.

| Méthode          | Temps CPU d'une étape E | Temps CPU d'une itération dans l'étape M |
|------------------|-------------------------|--|
| EM-W-NeNMF       | 2.642 s                 | 0.161 s                                  |
| REM-W-NeNMF-RPI  | 4.606 s                 | 0.038 s                                  |
| REM-W-NeNMF-ARPI | 3.750 s                 | 0.034 s                                  |

**Simulation d'étalonnage de capteurs :** Nous présentons ci-dessous les tests réalisés sur des simulations d'étalonnage d'un réseau de capteurs mobile. Plus précisément, nous considérons ici  $m - 1 = 100$  boîtiers de mesure contenant chacun  $p = 2$  capteurs dans un cas mono-scène de taille  $20 \times 20$  (soit  $n = 400$  cellules). Les simulations sont similaires à celles du chapitre précédent, mis à part que chaque mesure de capteur est corrélée aux deux grandeurs mesurées. En particulier, on peut considérer la contribution de la grandeur physique non-mesurée dans un capteur comme un rapport signal-à-interférence d'entrée [DP07]. Celui-ci est fixé à 15 dB. On considère 10 mesures de référence par grandeur observée. Enfin, on fixe les proportions de données manquantes et de capteurs ayant un rendez-vous avec une référence à respectivement  $\rho_{MV} = 0.5$ ,  $\rho_{RV} = 0.3$ . Nous générons ainsi 20 jeux de données pour comparer plusieurs méthodes de NMF informée :

- l'approche IN-Cal testée dans le chapitre précédent et faisant appel à des mises à jour multiplicatives ;
- l'extension informée de l'approche EM-W-NeNMF proposée dans [Vu +21] ;
- les deux extensions comprimées de F-IN-Cal faisant appel aux RPI et ARPI.

Chaque méthode tourne 60 s sur Matlab R2018a installé un PC portable équipé d'un CPU 4 cœurs Intel Core i7-4800MQ Quad Core avec 32 GB de mémoire RAM. La figure 5.3 montre les enveloppes et les temps médians obtenus pour chacune des méthodes. Contrairement aux tests du chapitre précédent où elle pouvait fournir des RMSE très faibles, on constate ici que l'approche IN-Cal n'est plus en capacité de converger rapidement : son RMSE médian reste au dessus de  $10^{-3}$  au bout d'une minute de calculs. Au contraire, les approches basées sur le gradient de Nesterov et surtout leurs extensions comprimées sont bien plus rapides. Cela souligne l'intérêt des méthodes proposées.

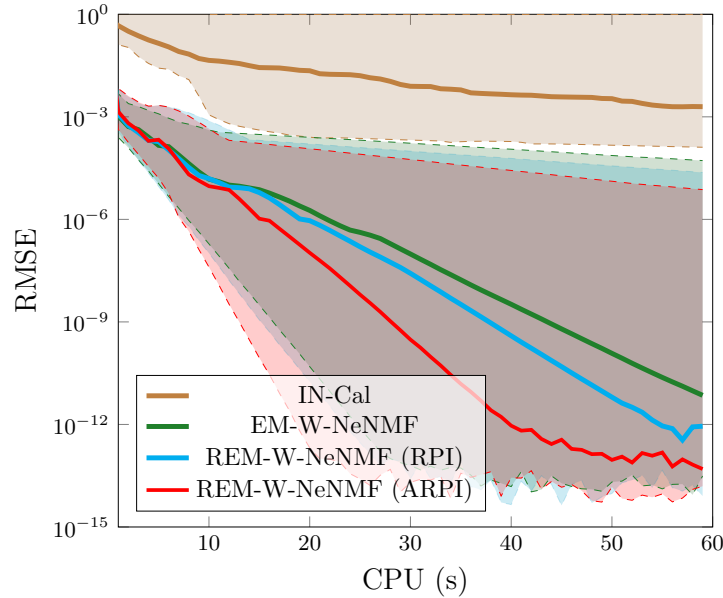


FIGURE 5.3 – Performances d'étalonnage au cours du temps.

## 5.3 Méthodes de compression en flux

### 5.3.1 Principe général

Les approches présentées précédemment fournissent des performances intéressantes. Néanmoins, les calculs pour générer  $L$  et  $R$  dans l'étape E constituent une forme de goulot d'étranglement. On pourrait objecter qu'il serait possible de remplacer un calculateur CPU par un autre type de calculateur plus performant, par exemple des calculateurs optiques dédiés aux projections aléatoires [Saa+16; Hes+21]. C'est partiellement vrai car contrairement aux approches de compression agnostiques aux données qui peuvent pleinement tirer parti de ces calculateurs, les méthodes RPI et ARPI nécessitent toujours plusieurs passages de la matrice  $X$  (ou  $X^{\text{comp}}$ ) en mémoire. Nous avons donc cherché à développer de nouvelles méthodes de projections aléatoires agnostiques aux données qui apporteraient des performances similaires aux projections structurées (du type RPI/RSI) en terme de décroissance de la fonction de coût de la NMF (pondérée).

Le point de départ de notre approche réside dans le Lemme 1 de Johnson-Lindenstrauss. Celui-ci indique que la distorsion  $\varepsilon$  due à la compression et la dimension de l'espace projeté  $s$  (ou  $k + v$  dans le cas de la NMF) jouent des rôles inverses. En cherchant à diminuer  $\varepsilon$  pour obtenir une meilleure qualité de projection, nous sommes contraints à moins compresser la matrice de données. Si  $\varepsilon$  est très petit, il est même possible que la matrice  $L$  ou  $R$  ne puisse plus passer en mémoire. Cela nous conduit à proposer de les traiter en flux.

Dans le cas de la NMF, nous supposons que le paramètre  $v$  de sur-échantillonnage utilisé pour

généraliser  $L$  et  $R$  est infini. Durant une itération de NMF, nous n’observons alors que deux sous-matrices de  $L$  et  $R$ , respectivement notées  $L^{(i)} \in \mathbb{R}^{(p+v_i) \times n}$  and  $R^{(i)} \in \mathbb{R}^{m \times (p+v_i)}$ . En conséquence, les mises à jour de  $G$  et de  $F$  sont respectivement réalisées avec différentes matrices comprimées notées  $X_R^{(i)}$  et  $X_L^{(i)}$ . D’un point de vue algorithmique, nous considérons des mini-batches de  $\omega^{(i)}$  itérations, c.-à-d. que  $G$  et  $F$  sont mises à jour avec les mêmes matrices comprimées  $\omega^{(i)}$  fois. Cette configuration extrêmement simple permet d’appliquer n’importe quelle méthode de compression indépendante des données, par exemple des matrices aléatoires Gaussiennes, l’approche CountSketch [CW17], CountGauss [KPW16], ou les projections aléatoires (très) parcimonieuses [Ach01 ; LHC06]. Bien entendu, si on utilise ces approches sur des calculateurs CPU ou GPU et si le nombre d’itérations pour converger est élevé, on peut s’attendre à ce qu’une approche de NMF avec une projection structurée de type RPI ou ARPI soit plus rapide. Par contre, ces approches en flux peuvent pleinement profiter des calculateurs dédiés.

Lorsqu’on s’intéresse à la NMF pondérée, l’approche proposée diffère un peu. En effet, dans ce cas, nous proposons de mettre à jour  $L^{(i)}$  and  $R^{(i)}$  chaque fois que  $\omega^{(i)}$  étapes E sont réalisées. Ici par contre, comme les projections structurées sont calculées à chaque étape E dans l’approche présentée dans la section précédente, on peut s’attendre à ce que les projections non-structurées en flux soient plus rapides à calculer, même sur CPU.

### 5.3.2 Expériences

Pour démontrer l’intérêt de l’approche proposée, nous n’avons considéré que des tests jouets où des données sont simulées. Dans tous ces tests, nous conservons les mêmes valeurs  $v_i$  et  $\omega^{(i)}$  au cours des itérations. Pour des raisons de concision, nous les notons  $v$  et  $\omega$  par la suite. Par ailleurs, nous considérons deux solveurs différents de NMF, à savoir Active Set (AS-NMF) [KP08] et le gradient de Nesterov (NeNMF) [Gua+12].

**Tests sur NMF :** Dans un premier temps, nous étudions les performances des projections en flux quand elles sont combinées à la NMF non-pondérée. Nous considérons pour cela 15 simulations. Pour chacune d’entre elles, nous générons deux matrices aléatoires non-négatives  $G^{\text{theo}}$  et  $F^{\text{theo}}$  telles que  $n = m = 10000$  et  $p = 5$ . Ainsi leur produit noté  $X^{\text{theo}} \in \mathbb{R}_+^{10000 \times 10000}$  est une matrice de rang 5. Le critère de performance choisi est le RRE défini dans l’équation (5.10). Pour chaque simulation, les approches de NMF testées sont initialisées de la même manière. Toutes les expériences sont réalisées sur Matlab R2018b installé sur un PC équipé d’un CPU 2.5 GHz Intel Xeon E5-2620.

La figure 5.4 montre les performances médianes atteintes avec les méthodes AS-NMF et NeNMF lorsqu’elles sont combinées aux approches de compression Gaussienne en flux (GCS pour *Gaussian Compression Stream* en anglais), pour différents par valeurs de  $v$  et  $\omega$ , c.-à-d.  $v = 10, 50, 100$

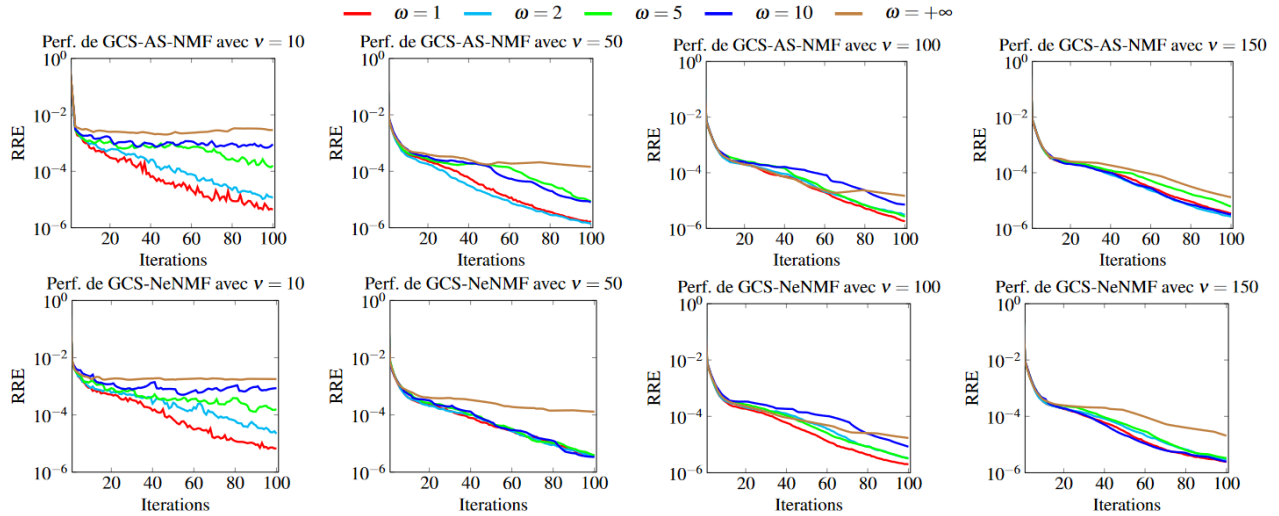


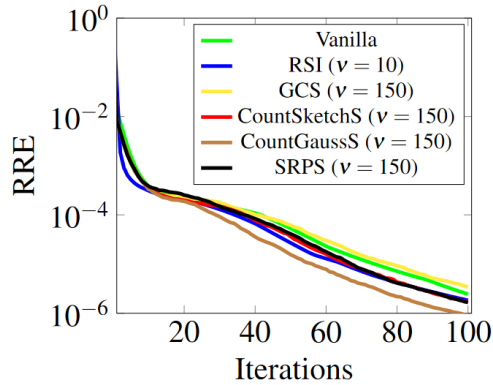
FIGURE 5.4 – Performance de méthodes de NMF pour les différents paramètres de la compression aléatoire Gaussienne en flux.

ou 150 et  $\omega = 1, 2, 5, 10$  ou  $+\infty$  (dans ce dernier cas, la compression en flux devient une simple compression par matrice Gaussienne). Ces tracés montrent plusieurs résultats intéressants. Tout d’abord, la projection Gaussienne n’est pas toujours stable puisque les fonctions de coût des approches de NMF ne sont pas toujours décroissantes au cours des itérations. C’est particulièrement visible quand  $\nu = 10$  à 100. Les RRE obtenues avec GCS diminuent lorsque  $\nu$  augmente. Cela est en accord avec le lemme 1 sur lequel est fondée la stratégie en flux. Quand  $\nu = 10$ , les RRE ne sont pas toujours décroissantes au cours des itérations, ce qui montre que les méthodes ne sont pas très stables. Cependant, cet effet est réduit voire annulé en augmentant  $\nu$ . Enfin, on peut remarquer que pour toutes les valeurs de  $\nu$ , fixer  $\omega$  à 1 apparaît être un bon compromis. Enfin, il est à noter que le même comportement est obtenu avec d’autres méthodes de projections aléatoires en flux.

La figure 5.5 montre l’évolution des RRE moyens lorsqu’on applique aux approches pas de compression (Vanilla), des projections structurées (RSI), des projections en flux faisant appel à la compression Gaussienne (GCS), CountSketch (CountSketchS), CountGauss (CountGaussS), les projections aléatoires parcimonieuses (SRPS) quand  $\omega = 1$  et  $\nu = 150$ . Les projections en flux apportent des performances de NMF similaires voire supérieures aux autres stratégies, ce qui montre l’intérêt de la stratégie proposée. Rappelons que dans ces tests, d’un point de vue temps de calcul CPU, les approches en flux nécessitent à cette étape plus de temps de calcul que les projections structurées RSI. Il faudrait pouvoir tester ces approches sur des calculateurs dédiés pour quantifier l’apport de nos approches en terme de temps de calcul.

**Tests sur NMF pondérée :** On étudie maintenant les performances fournies par l’approche GCS avec la NMF pondérée. Nous considérons 15 simulations de matrices  $X^{\text{theo}}$  aléatoires de rang 5

Perf. d'AS-NMF vs la stratégie de compression



Perf. de NeNMF vs la stratégie de compression

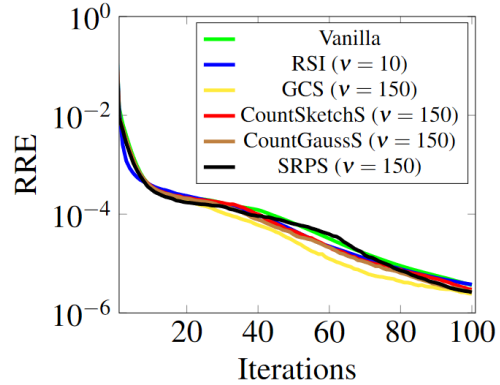
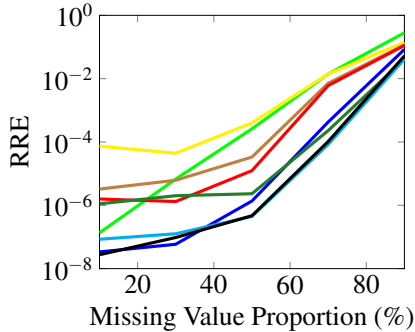


FIGURE 5.5 – Performance des méthodes de NMF par rapport à la méthode de compression.

Perf. d'EM-AS-NMF vs taux de données manquantes



Perf. d'EM-NeNMF vs taux de données manquantes

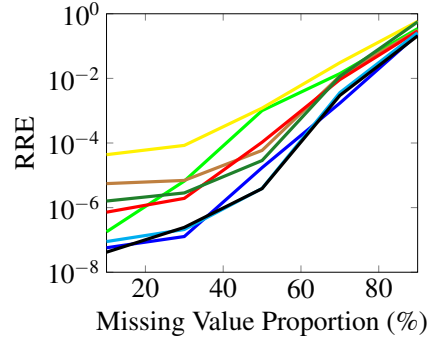


FIGURE 5.6 – Performances d'approches de NMF pondérée par rapport à la proportion de données manquantes.

et de dimension  $10000 \times 10000$  que nous échantillons de manière aléatoire avec un taux d'échantillonnage variant de 10 à 90% avec un pas de 20%. Comme expliqué précédemment, deux solveurs ont été utilisés – c.-à-d. AS-NMF et NeNMF – que nous combinons en pratique avec les projections structurées RSI, les projections Gaussiennes et leurs variantes en flux. Ces techniques sont comparées à l'approche sans compression qu'elles étendent. Ici, nous souhaitons mesurer l'apport de performances en termes de temps de calcul CPU. Nous faisons tourner Matlab R2018a pendant 60 s sur un PC équipé d'un CPU 2.5 GHz Intel Xeon E5-2620 et nous calculons le RRE final après avoir atteint cette limite. Nous fixons le nombre d'itérations de NMF dans l'étape M à 50. Nous réglons le nombre  $\omega$  d'étapes E à réaliser avant de mettre à jour les matrices de compression à  $\omega = 1$ . Enfin, nous avons remarqué dans des tests préliminaires qu'une faible valeur de  $v$  n'apportait pas de bonnes performances. Pour des raisons de lisibilité, nous ne montrons que les RRE pour  $v = 50, 100$  et  $150$ .

La figure 5.6 montrent les RRE obtenus dans ces différentes conditions. Tout d'abord et comme

pour les techniques de NMF non-pondérées, augmenter  $\nu$  permet d’obtenir de meilleures performances avec les projections Gaussiennes classiques (GC) ou en flux (GCS). Par ailleurs, GCS surpasse toujours GC. Cependant, le comportement montré ici diffère des résultats précédents. Quand la proportion de données manquantes dans  $X$  est élevée, nous trouvons que la valeur de  $\nu$  dans ces expériences a une influence limitée sur la performance de NMF pondérée. Cependant, quand cette proportion est faible, une plus grande valeur de  $\nu$  permet d’obtenir de meilleures performances. En particulier, quand  $\nu = 100$  ou  $150$ , la performance obtenue avec GCS est assez similaire à celle obtenue avec RSI (et même légèrement mieux quand la proportion de valeurs manquantes est comprise entre 40 et 70%). Ces résultats montrent une fois de plus l’intérêt de l’approche proposée.

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche comprimée de NMF pondérée, basée sur une stratégie EM. Les projections structurées étant re-calculées à chaque étape E de la méthode, elles constituent un goulot d’étranglement – même pour leur version accélérée ARPI / ARSI – mais le temps perdu peut être compensé par l’accélération des itérations dans l’étape M.

Nous avons ensuite présenté une approche de flux de projections aléatoires agnostiques aux données. Cette stratégie fournit des performances intéressantes lorsqu’elle est combinée à la NMF (pondérée). Il serait malgré tout nécessaire de valider expérimentalement son apport dans un cadre plus général que celui testé ici. Ce point est discuté dans le chapitre 7.

## 5.5 Quelques publications personnelles en lien avec ce chapitre

- [CNMF-1] F. Yahaya, M. Puigt, G. Delmaire, G. Roussel, *Random projection streams for (weighted) nonnegative matrix factorization*, Proc. 46th IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP’21), pp. 3280-3284, Toronto, Canada / Virtual, June 6–11, 2021.
- [CNMF-2] F. Yahaya, M. Puigt, G. Delmaire, G. Roussel, *Gaussian compression stream : principle and preliminary results*, Proceedings of iTWIST : international Traveling Workshop on Interactions between low-complexity data models and Sensing Techniques, Nantes, France, December 2–4, 2020.
- [CNMF-3] F. Yahaya, M. Puigt, G. Delmaire, G. Roussel, *How to apply random projections to nonnegative matrix factorization with missing entries ?*, Proceedings of the 27th European Signal Processing Conference (EUSIPCO), A Coruña, Spain, September 2–6, 2019.
- [CNMF-4] F. Yahaya, M. Puigt, G. Delmaire, G. Roussel, *Accélération de la factorisation pondérée*



*en matrices non-négatives par projections aléatoires*, Actes du GRETSI, p. 265–268, Lille, France, 22-27 août 2019.

[CNMF-5] F. Yahaya, M. Puigt, G. Delmaire, G. Roussel, *Faster-than-fast NMF using random projections and Nesterov iterations*, Proceedings of iTWIST : international Traveling Workshop on Interactions between low-complexity data models and Sensing Techniques, Marseille, France, November 21-23, 2018.

# Chapitre 6

## Analyse en composantes parcimonieuses

### 6.1 Introduction

La parcimonie est une propriété clé en traitement du signal et des images, qui intéresse fortement la communauté scientifique depuis plus de 30 ans. Pour rappel, un signal est parcimonieux dans un espace donné s'il est souvent nul alors que sa variance n'est pas nulle [Pui07]. Historiquement appliquée à la séparation de sources audiophoniques, cette hypothèse a permis de proposer de nombreuses méthodes d'analyse en composantes parcimonieuses (images, démixage hyperspectral), mais aussi de localisation de sources multiples. Leur intérêt réside dans leur versatilité, qui leur permet de gérer des problèmes sous-déterminés (où le nombre de sources est supérieur au nombre d'observations), de sources corrélées, etc.

Les approches historiques de SCA fonctionnent en trois étapes principales :

1. une étape optionnelle de transformation parcimonieuse des signaux (par exemple transformée temps-fréquence [AD05] ou en ondelettes [Dev+06]);
2. une étape d'identification des paramètres de mélange (disons la matrice  $G$  avec le formalisme utilisé dans ce mémoire);
3. une étape d'estimation des sources (la matrice  $F$ ).

Ces étapes peuvent être réalisées conjointement sous des contraintes fortes nommée WDO (pour *Windowed-Disjoint Orthogonality* en anglais) [YR04].

**Hypothèse 1 (WDO).** *Dans chaque point observé, une seule source est active.*

Dans ce cas, en considérant un nuage de points à partir des signaux observés, le problème de séparation de sources devient un problème de classification non-supervisée où chaque source est représentée par une droite. En guise d'illustration, le tracé à gauche de la figure 6.1 présente trois sources WDO dans le domaine temporel, stockées dans une matrice  $F$  de taille  $3 \times 10000$ .

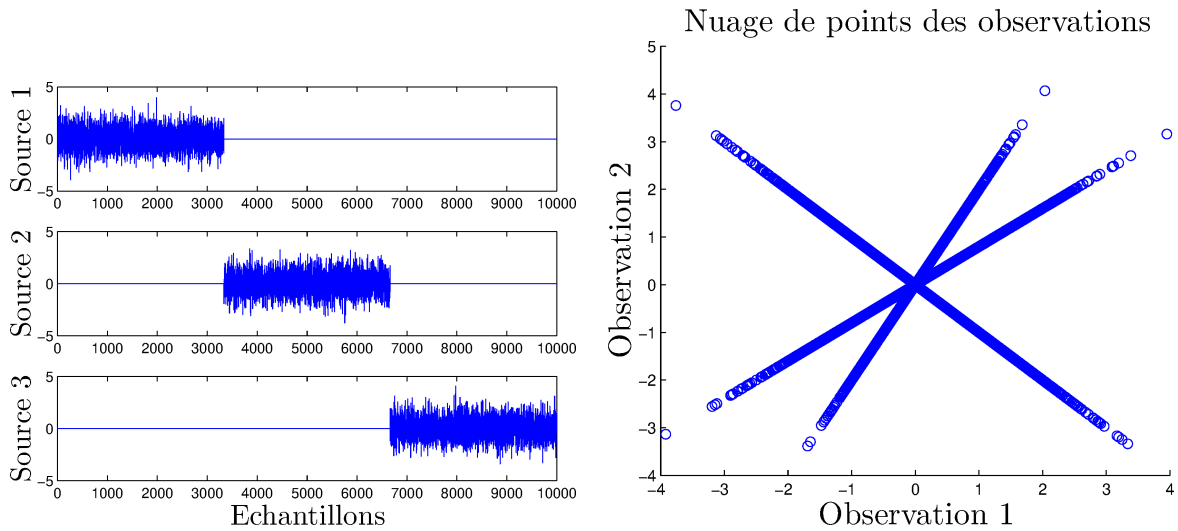


FIGURE 6.1 – Exemple de sources WDO (à gauche) et nuage de points des observations (à droite).

Ces sources sont ensuite mélangées par une matrice  $G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.5 \\ 0.8 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ . Les signaux observés représentés sous forme de nuage de points sur le tracé à droite de la figure 6.1 montrent ainsi trois droites dont les pentes – appelées « directions des sources » – sont directement liées aux valeurs de  $G$  associées à chacune des sources. En ne conservant que les points appartenant à chaque droite dans une observation, on peut alors estimer les sources et réaliser la séparation. L’hypothèse de WDO a été fort utilisée en traitement du signal audio car elle permet de séparer des sources parcimonieuses même lorsque le modèle de mélange réel ne correspond pas à celui modélisé dans la méthode de séparation [YR04]. De plus, l’hypothèse de WDO est approximativement satisfaite dans le plan temps-fréquence pour des signaux de parole en environnement relativement peu réverbéré [RY02; SH08].

Cette hypothèse a par la suite été étendue au cas où au plus  $k$  sources (avec  $1 \leq k < n$ ) sont actives dans chaque échantillon des observations, dans le cas où on a  $n > 2$  observations [Nai+08; TGC06; BDB17]. On dit alors que les signaux sources sont «  $k$ -parcimonieux » [TGC06]. Alors le nuage de points des observations forme une union d’hyperplans dont les intersections fournissent les directions des sources. Une fois la matrice de mélange  $G$  estimée, on peut ensuite chercher à estimer les sources dans  $F$ , par exemple par inversion de la sous-matrice de  $G$  associée à un hyperplan.

Par ailleurs, plusieurs auteurs se sont intéressés à relâcher l’hypothèse de WDO dans le cas où  $n \geq 2$  observations sont présentes [Dev14]. Ces approches reposent sur le fait que les paramètres de mélanges peuvent être identifiés dans des « zones d’analyse » à trouver où une seule source est active.

**Définition 3.** Une zone d’analyse est un sous-ensemble de points du domaine où sont analysés les

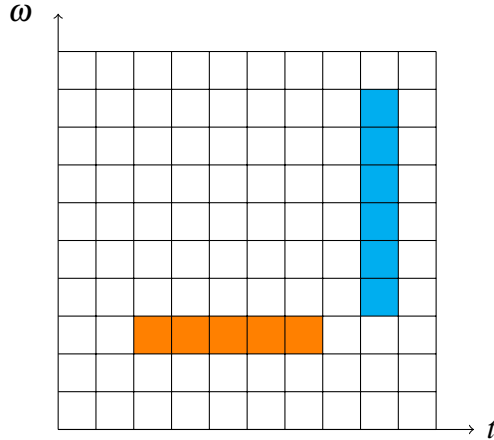


FIGURE 6.2 – Exemples de zones d’analyse temps-fréquence. En orange : une zone d’analyse « à fréquence constante » [AD05 ; DP07]. En cyan : une zone d’analyse « à temps constant » [PD06b ; PD07].

*signaux observés.*

Typiquement, une zone d’analyse est un intervalle dans le domaine temporel ou, dans le cas où une transformée de Fourier à court terme est appliquée aux observations, un ensemble de points temps-fréquence adjacents (voir figure 6.2).

**Définition 4.** *Une zone d’analyse est dite « mono-source » si seule une source est active dans cette zone.*

**Définition 5.** *Une source est « accessible » s’il existe au moins une zone d’analyse mono-source associée à cette source.*

**Hypothèse 2** (Accessibilité des sources). *Chaque source est accessible.*

Cette hypothèse est beaucoup moins forte que l’hypothèse de WDO. Pour illustrer ce principe, la figure 6.3 reprend le principe de la figure 6.1, mis à part que les sources ne sont pas WDO mais accessibles (les zones accessibles sont représentées en couleur sur les tracés à gauche de la figure). On peut constater sur le nuage de points des observations que la géométrie globale des données est maintenant très différente, mis à part si on réduit le nuage aux points associés aux zones mono-sources (droites représentées en couleur sur le tracé à droite dans la figure 6.3). C’est la raison pour laquelle ces méthodes sont nommées « approches quasi-non-parcimonieuses » dans [Pui07]. Par ailleurs, il est possible de relâcher l’hypothèse 2 en rendant accessibles des sources initialement cachées, dans une stratégie d’annulation de sources [AD05 ; DP07]. On peut donc constater qu’une zone mono-source est liée à un sous-espace de rang-1 de l’espace des données. Pour pouvoir détecter les zones mono-sources, il est nécessaire que la dimension du sous-espace

des données dans une zone multi-source soit strictement supérieure à 1. Cela implique par exemple une hypothèse de la forme suivante :

**Hypothèse 3.** *Quand plusieurs sources sont actives dans une zone d'analyse, elles varient de sorte que le rang de la matrice d'observations dans cette zone est strictement supérieur à un.*

Ainsi, de nombreux auteurs ont proposé des stratégies pour détecter les zones mono-sources et estimer les paramètres de mélange [Pui07, Ch. 1]. L'étape d'identification des mélanges consiste donc à estimer dans chaque zone mono-source une partie des paramètres de mélanges, par exemple une colonne de  $G$ . Comme plusieurs zones peuvent être associées à la même source, elles peuvent conduire aux mêmes paramètres estimés. En conséquence, ces méthodes font souvent appel à une approche de classification non-supervisée – par exemple [PD05 ; PD09 ; AGB10] – pour déduire les estimations finales de  $G$ . Enfin, une fois  $G$  estimée, les sources dans la matrice  $F$  peuvent être estimées par inversion de  $G$  si le problème est déterminé [AD05], par masquage temps-fréquence en supposant les sources approximativement WDO [AGB10], par reconstruction parcimonieuse [Vin07] ou par projection en sous-espaces [Ais+07]. Elles peuvent aussi être partiellement annulées [AD05].

De manière indépendante, des hypothèses similaires ont été considérées en télédétection [Bio+12 ; Gil14], mis à part que les hypothèses de parcimonie des sources en SCA sont effectuées sur les paramètres de mélange en imagerie hyperspectrale. En effet, l'hypothèse de « pixel pur » est assez similaire à l'hypothèse de « sources accessibles » en SCA. De même, les hypothèses derrière les contraintes de volume en NMF sont similaires à l'hypothèse de sources  $k$ -parcimonieuses [Bio+12]. Certains auteurs ont d'ailleurs revisité le problème de SCA pour des sources audiophoniques en faisant appel au formalisme du démixage hyperspectral [Fu+15] alors que d'autres ont proposé des approches de SCA pour le démixage hyperspectral [Ber+09 ; BDB17 ; Kar+12].

Dans la suite de ce chapitre, nous présentons des extensions des approches ci-dessus pour gérer des non-linéarités (section 6.2), étendre au cas multi-sources des approches de localisation mono-source (section 6.3) et gérer des données manquantes dans un problème de restauration et démixage conjoints d'images multi-spectrales (section 6.4).

## **6.2 Identification des mélanges (post-)non-linéaires en SCA**

### **6.2.1 Principe des méthodes proposées**

Bien que la SCA ait connu de nombreux développements au cours de ces dernières années, les efforts se sont principalement concentrés sur des problèmes linéaires de séparation de sources. Les mélanges post-non-linéaires ont été beaucoup moins explorés et supposent généralement l'hy-

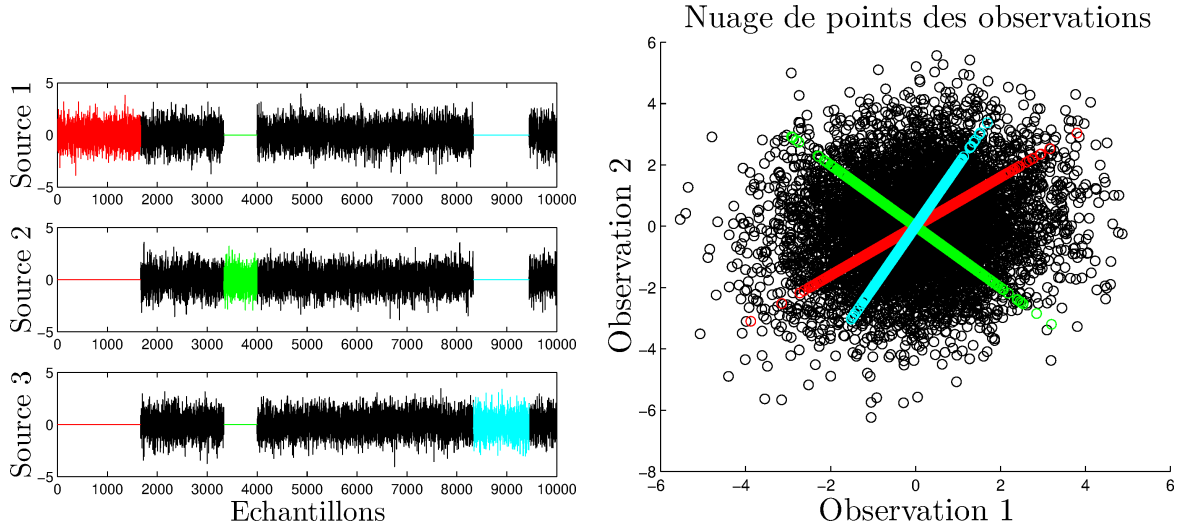


FIGURE 6.3 – Exemple de sources non-WDO (à gauche) mais pour lesquelles il existe des zones mono-sources (en couleur) et nuage de points des observations (à droite).

pothèse de WDO [vS06] ou de  $k$ -parcimonie<sup>1</sup> [TA04] tandis que des méthodes linéaires quadratiques font appel à l’hypothèse de sources accessibles [DH07]. Dans le cadre de mon contrat de post-doctorat à FORTH-ICS, j’ai développé des approches de SCA fondées sur l’accessibilité des sources pour des modèles post-non-linéaires [PGM11 ; PGM12b] et non-linéaires [PGM12a] de séparation de sources. Ces approches travaillent dans le domaine temporel car lorsqu’on considère un problème (post-)non-linéaire de séparation de sources, appliquer une transformée de Fourier à court terme ne rend pas le signal plus parcimonieux<sup>2</sup>.

Nous considérons ici le modèle post-non-linéaire que nous introduisons en reprenant les notations de la section 3.1. Nous supposons observer  $n$  signaux  $x_i(t)$  qui dépendent de  $p$  sources inconnues  $f_j(t)$  selon la relation

$$x_i(t) = h_i \left( \sum_{j=1}^p g_{ij} \cdot f_j(t) \right), \quad (6.1)$$

où  $g_{ij}$  représente la contribution de la  $j$ -ème source dans le  $i$ -ème mélange linéaire et  $h_i(\cdot)$  est une fonction non-linéaire, supposée inversible, telle que  $h_i(0) = 0$  et qui peut modéliser les effets de saturation dans le  $i$ -ème capteur.

Supposons qu’il existe un intervalle temporel  $\mathcal{T}$  tel que seule une source – disons  $f_k(t)$  – soit

1. Notons cependant que seule l’approche pour  $n = 2$  – c.-à-d. pour des sources WDO – est complètement décrite dans [TA04].

2. Cela se comprend aisément si on écrit les fonctions non-linéaires à estimer sous la forme de polynômes qui dépendent des sources. Une simple transformée de Fourier va ainsi générer de nombreux produits de convolutions... Cependant, la parcimonie des signaux dans un domaine transformé peut être utilisée comme fonction de coût pour linéariser un problème non-linéaire de séparation de sources [Dua+12].

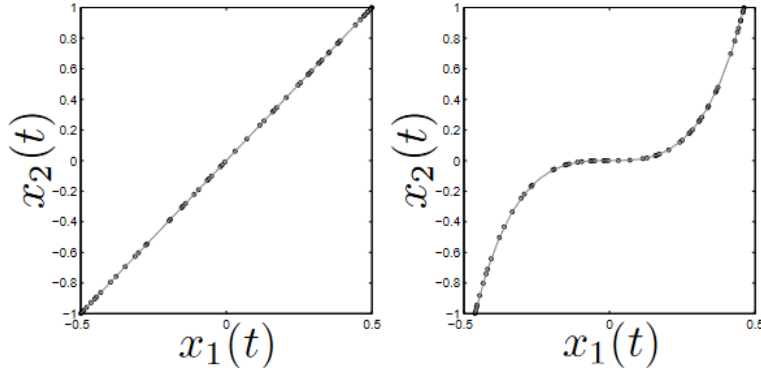


FIGURE 6.4 – Exemples de nuages de points dans une zone mono-source. A gauche : dans le cas d’un mélange linéaire instantané. A droite : dans le cas d’un mélange post-non-linéaire.

active. Alors l’équation (6.1) se simplifie :

$$\forall t \in \mathcal{T}, \quad x_i(t) = h_i(g_{ik} \cdot f_k(t)), \quad (6.2)$$

et, en supposant que  $g_{1k}$  soit non-nul et comme  $h_1(\cdot)$  est inversible, on obtient une relation non-linéaire entre  $x_i(t)$  et  $x_1(t)$  sur cette zone :

$$\forall t \in \mathcal{T}, \quad x_i(t) = h_i\left(\frac{g_{ik}}{g_{1k}} \cdot h_1^{-1}(x_1(t))\right) \triangleq \phi_{ik}(x_1(t)). \quad (6.3)$$

Il est à noter que dans le cas où les fonctions  $h_i(\cdot)$  et  $h_1(\cdot)$  sont les fonctions linéaires, la fonction  $\phi_{ik}(\cdot)$  s’écrit sous la forme d’une relation linéaire classique en SCA. La figure 6.4 montre deux nuages de points d’observations dans une zone mono-source, pour un mélange linéaire et post-non-linéaire respectivement. Alors que l’estimation du paramètre de mélange lié à la fonction linéaire dans la figure 6.4 peut être réalisée avec un nombre réduit de point, l’estimation de la fonction  $\phi_{ik}(\cdot)$  dans la partie droite de cette figure n’est possible que si les échantillons observés dans l’équation (6.3) couvrent une large gamme de ses valeurs. Bien que cette dernière hypothèse puisse ne pas être vérifiée pour une seule zone d’analyse mono-source, sa probabilité augmente en regroupant toutes les zones mono-sources associées à cette source.

Les méthodes proposées suivent toutes la structure suivante.

1. Une première étape consiste d’abord à détecter les zones mono-sources. Pour cela, nous avons proposé des extensions non-linéaires de stratégies proposées pour les approches linéaires et nous ne conservons que les « meilleures » zones au sens des mesures de confiance d’activité mono-source présentées ci-dessous.

- (a) Dans [PGM11], nous avons proposé d’utiliser l’information mutuelle normalisée [DMM04] comme une mesure de corrélation non-linéaire entre les observations [PGM11]. Cette

mesure s'écrit sous la forme

$$\mathcal{J}_{\text{norm}}(\underline{x}) \triangleq \sqrt{1 - \exp(-2\mathcal{J}(\underline{x}))}, \quad (6.4)$$

où

$$\mathcal{J}(\underline{x}) = -\mathbb{E} \left\{ \log \frac{\prod_{i=1}^n \mathbb{P}_{x_i}(x_i)}{\mathbb{P}_{\underline{x}}(\underline{x})} \right\}, \quad (6.5)$$

$\mathbb{E}\{\}$  est l'espérance mathématique et  $\mathbb{P}_{\underline{x}}$  et  $\mathbb{P}_{x_i}$  sont respectivement les fonctions de densité de probabilité conjointe et marginale des observations. Estimée sur les zones d'analyse,  $\mathcal{J}_{\text{norm}}(\underline{x})$  vaut 1 dans les zones mono-sources et est significativement moins élevée sinon [PGM11 ; DJ08]. Cette stratégie nécessite cependant que les signaux sources soient statistiquement indépendants, ce qui est vérifié en pratique pour des signaux de parole si la durée temporelle des zones d'analyse est suffisamment longue [PVD09].

- (b) Dans [PGM12b ; PGM12a], nous avons proposé de combiner une stratégie d'approximation localement linéaire de variété [vPv09] et les mesures de confiance d'activité mono-source proposées pour des modèles linéaires de SCA [DP07 ; AGB10 ; FD04]. En pratique, pour chaque point  $t_i$  du nuage dans la zone d'analyse  $\mathcal{T}$  considérée, nous cherchons ses  $K$  plus proches voisins et nous mesurons la qualité de régression de ce nuage de points par une relation de droite linéaire. Par exemple, on peut calculer le coefficient de corrélation [DP07] entre la première et la  $j$ -ème observation

$$R_{x_1, x_j}(t_i) = \frac{\mathbb{E} \{x_1(t_i)x_j(t_i)\}}{\sqrt{\mathbb{E} \{x_1(t_i)x_1(t_i)\} \mathbb{E} \{x_j(t_i)x_j(t_i)\}}}, \quad (6.6)$$

dont nous déduisons une valeur moyenne sur les observations :

$$R(t_i) = \frac{1}{n-2} \sum_{j=2}^n R_{x_1, x_j}(t_i), \quad (6.7)$$

ou le rapport entre la première valeur propre  $\lambda_1$  et la somme de toutes les valeurs propres  $\lambda_j$  (afin de garder une analogie avec la corrélation) [AGB10 ; FD04] :

$$C(t_i) = \frac{\lambda_1}{\sum_{j \geq 1} \lambda_j}. \quad (6.8)$$

Si les  $K$  points considérés sont alignés, alors ces mesures valent 1 mais elles sont significativement plus faibles sinon. Ces mesures de confiance d'activité mono-source sont localement calculées pour chaque point  $t_i$  et nous déduisons une mesure globale en



calculant la moyenne géométrique de ces dernières, c.-à-d.

$$R(\mathcal{T}) \triangleq \left( \prod_{t_i \in \mathcal{T}} R(t_i) \right)^{\frac{1}{|\mathcal{T}|}}, \quad (6.9)$$

$$C(\mathcal{T}) \triangleq \left( \prod_{t_i \in \mathcal{T}} C(t_i) \right)^{\frac{1}{|\mathcal{T}|}}, \quad (6.10)$$

où  $|\mathcal{T}|$  est le nombre de points dans la zone d'analyse. Contrairement à  $\mathcal{I}_{\text{norm}}(\underline{x})$  et à  $C(\mathcal{T})$ , la mesure  $R(\mathcal{T})$  peut détecter des zones mono-sources même lorsque les signaux sources sont statistiquement dépendants (mais linéairement indépendants), car la mesure locale  $R_{x_1, x_j}(t_i)$  le permet [DP07; Pui07].

2. Dans un deuxième temps, on cherche à classer l'ensemble des zones mono-sources pour regrouper ensemble les nuages de points liés à la même fonction  $\phi_{ik}(\cdot)$ , ce qui est un problème de classification classiquement rencontré en analyse de données fonctionnelles [RS05].

- (a) Nous avons d'abord appliqué une méthode de la littérature dédiée aux données fonctionnelles [Abr+03]. Celle-ci consiste à approcher les relations fonctionnelles dans les zones mono-sources par des B-splines puis à classifier les coefficients de splines (moins nombreux que le nombre de points dans chaque zone d'analyse et permettant donc de se prémunir du fléau de la dimension), avec la méthode des  $K$  moyennes [Abr+03] ou  $K$  médianes [PD09]. Cependant, cette approche nécessite un positionnement optimal des noeuds qui soit commun à chaque zone mono-source et qui puisse vérifier les conditions de Schoenberg-Whitney [SW53]. Celles-ci fournissent les relations à satisfaire concernant le degré des B-splines, les positions des noeuds et le nombre de points entre deux noeuds. Pour le problème considéré, ces conditions sont difficiles à vérifier [PGM11; PGM12b] et nous avons donc proposé une approche alternative.

- (b) En remarquant que les fonctions  $\phi_{ik}(\cdot)$  sont toutes linéaires au voisinage de zéro – avec des pentes différentes pour chaque source – nous pouvons classer les nuages de points en comparant leurs pentes dans ce voisinage [PGM12a; PGM12b]. Cette stratégie permet de se passer des contraintes de l'interpolation B-spline tout en limitant le nombre de paramètres sur lesquels on réalise la classification. Par ailleurs, les signaux de parole passent très régulièrement par zéro, permettant de garantir un nombre élevé de points au voisinage de zéro sur une zone d'analyse. L'approche proposée consiste donc à classer de manière non-supervisée ces pentes, comme on peut le faire en SCA linéaire avec les paramètres de mélange. Ici, une approche de  $K$  plus proches voisins est appliquée au voisinage de zéro, la pente est estimée via une approche linéaire de SCA [DP07; AGB10] et une approche des  $K$  médianes est appliquée pour classer les zones.

3. Les dernières étapes de la méthode ont été proposées dans la littérature [TA04; vS06] : elles consistent à (i) estimer des fonctions non-linéaires – par exemple par apprentissage d’un réseau de neurones – qui doivent être appliquées aux observations  $x_i(t)$  pour linéariser conjointement les relations  $\phi_{ik}(\cdot)$ , puis (ii) à appliquer une méthode linéaire de SCA pour estimer les paramètres de mélange linéaire dans les observations linéarisées et enfin (iii) à estimer les sources à partir des observations linéarisées par une approche discutée précédemment (par exemple : inversion de la matrice ou approximation parcimonieuse).

Nous nous sommes surtout intéressés aux premières étapes de la méthode car la dernière étape a déjà été proposée dans la littérature et la performance de séparation est directement liée à la qualité d’estimation des fonctions non-linéaires  $\phi_{ik}$ .

## 6.2.2 Expériences

Nous présentons dans la suite une illustration<sup>3</sup> du principe de ces méthodes. Nous considérons trois signaux de parole échantillonnés à 20 kHz et durant chacun 5 s. Nous les mélangeons via la matrice

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.9 \\ -0.9 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.11)$$

et nous obtenons ainsi deux observations auxquelles nous appliquons les fonctions non-linéaires

$$\begin{cases} h_1(t) = \tanh(t) + t \\ h_2(t) = \tanh(10t) \end{cases} \quad (6.12)$$

pour générer les observations  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  respectivement. Le mélange est fortement non-linéaire puisque la deuxième observation est clippée, comme on peut le voir sur la figure 6.5. Les zones d’analyse sont des intervalles de 100 échantillons sur lesquels nous estimons l’information mutuelle avec l’approche proposée dans [DV99]. On constate sur la figure 6.5 que l’information mutuelle normalisée (qui vaut 1 dans les zones mono-sources et est beaucoup plus petite ailleurs) arrive à détecter des intervalles où une source est isolée. Cela est aussi visible sur les tracés à gauche de la figure 6.6 où nous traçons le nuage de points des observations au complet (en haut) et celui dans les

---

3. Des expériences plus exhaustives peuvent être trouvées dans [PGM12b] et peuvent être résumées ainsi :

- L’information mutuelle normalisée [DMM04] ou l’utilisation du coefficient de corrélation dans les approximations localement linéaires de variété [PGM12a] fournissent les meilleures performances pour détecter les zones mono-sources.
- Il faut privilégier les approches basées sur la pente des courbes au voisinage de zéro pour classifier les nuages de points. L’approche basée sur les B-splines peut être très performante – comme montré ci-dessous – mais nous n’avons pas trouvé un jeu de paramètres qui lui permette d’être performante sur tous les jeux de données considérés dans [PGM12b].

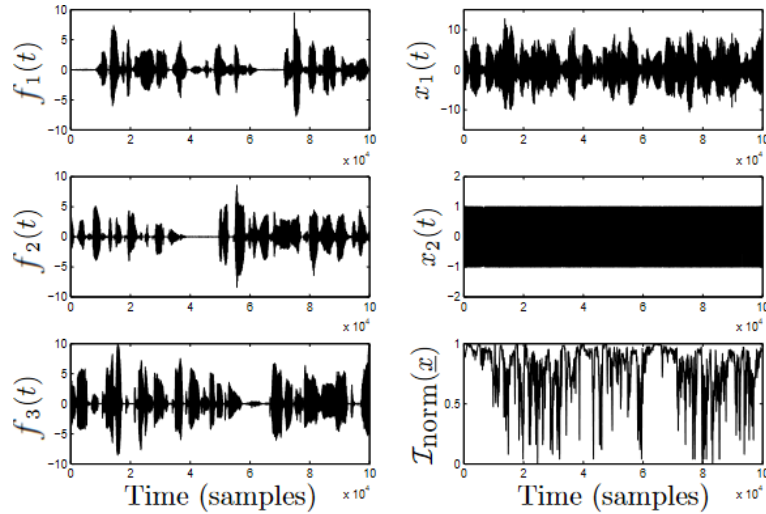


FIGURE 6.5 – Mesures d’information mutuelle normalisée (tracées en bas à droite de la figure) entre des mélanges post-non-linéaires (tracés en haut à droite de la figure) de trois sources de parole (tracées à gauche de la figure).

zones où l’information mutuelle normalisée est supérieure ou égale à 0.99 (en bas). Nous reconnaissons dans ce dernier tracé trois fonctions que nous arrivons à estimer avec la méthode proposée dans [Abr+03], comme on peut le voir sur les tracés à droite de la figure. Par ailleurs, la qualité d’estimation de ces fonctions est très bonne puisque la comparaison entre leur régression B-spline (20 noeuds, ordre 4) et les fonctions théoriques sur un ensemble de points finement échantillonnés fournit respectivement des erreurs au sens des moindres-carrés de  $2.5 \cdot 10^{-4}$ ,  $5.3 \cdot 10^{-5}$  et  $2.1 \cdot 10^{-5}$ .

## 6.3 Localisation de sources multiples

### 6.3.1 Principe de la méthode proposée

Une autre application possible pour les approches de SCA ne concerne pas la séparation de sources mais la localisation de sources sonores. En particulier, les hypothèses de parcimonie qu’elles utilisent permettent d’étendre très facilement des approches de localisation mono-source au cas multi-sources. Je présente par la suite ce type d’extension, réalisé dans le cadre du stage de Master 2 de D. Pavlidi, sous la supervision d’A. Mouchtaris, A. Griffin et moi-même, qui a donné lieu à plusieurs publications [Pav+12b; Pav+12a; Pav+13; Gri+12].

De nombreuses approches de localisation de sources sont fondées sur l’estimation du décalage temporel d’arrivée (TDOA pour *Time-Difference of Arrival* en anglais) d’une source sonore dans les différents capteurs [KV96]. A partir d’un ensemble de TDOA estimés et en connaissant la géométrie du réseau de capteurs, on peut alors remonter à la localisation des sources. Les ré-

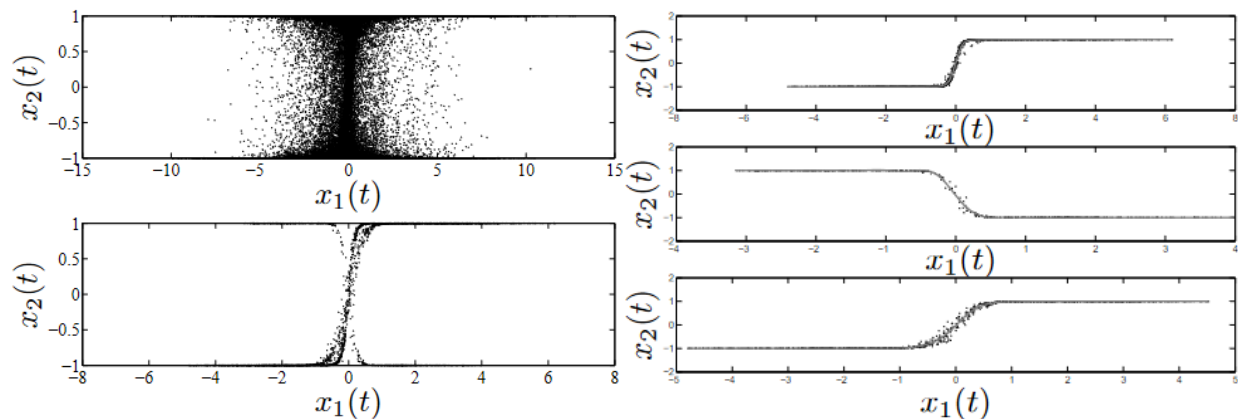


FIGURE 6.6 – Nuages de points des observations. En haut à gauche : toutes les zones d’analyse. En bas à gauche : seulement les zones mono-sources. A droite : nuages de points obtenus après classification (en noir) et fonctions non-linéaires estimées (en gris).

seaux linéaires de microphones uniformément répartis ont longtemps été les plus utilisés. Cependant, ils apportent une ambiguïté puisque deux positions sont possibles pour un même TDOA. En conséquence, d’autres géométries ont été explorées et en particulier les réseaux circulaires de microphones uniformément répartis [KS07].

A l’époque de nos travaux, la majorité des approches de localisation utilisant les TDOA était limitée à la localisation d’une seule source. Nous avons proposé d’étendre ce type d’approche au cas multi-sources en faisant appel à l’hypothèse d’accessibilité des sources utilisée en SCA<sup>4</sup>. Plus particulièrement, nous cherchons des zones d’analyse temps-fréquence à temps constant (voir figure 6.2) dans lesquelles une seule source sonore est active. En effet, le déphasage des signaux observés dans ces zones permet de déduire un TDOA, via une des très nombreuses méthodes proposées dans la littérature. Si chaque source est accessible, il devient alors possible de localiser plusieurs sources.

Nous avons ainsi étendu au cas multi-sources l’approche proposée dans [KS07] pour un réseau circulaire de microphones uniformément répartis (voir figure 6.7). Nous supposons ainsi avoir  $n$  microphones synchronisés disposés sur un cercle de rayon  $q$  de sorte que l’angle entre deux microphones adjacents vaut  $\alpha^\circ$ . En supposant un modèle anéchoïque avec des sources en champ lointain, nous obtenons la relation suivante entre le  $i$ -ème signal observé (pour  $i = 1, \dots, n$ ) et les  $p$  sources sonores :

$$x_i(t) \approx \sum_{j=1}^p g_{ij} s_j(t - t_i(\theta_j)), \quad (6.13)$$

4. De manière indépendante de nos travaux, Blandin *et al.* [BOV12] ont étendu l’approche de TDOA [KC76] et plusieurs de ses variantes au cas multi-source en utilisant des hypothèses de parcimonie similaires aux nôtres. Cependant, l’approche dans [BOV12] est limitée à deux microphones, ne fonctionne pas en temps réel et ne compte pas le nombre de sources sonores actives.

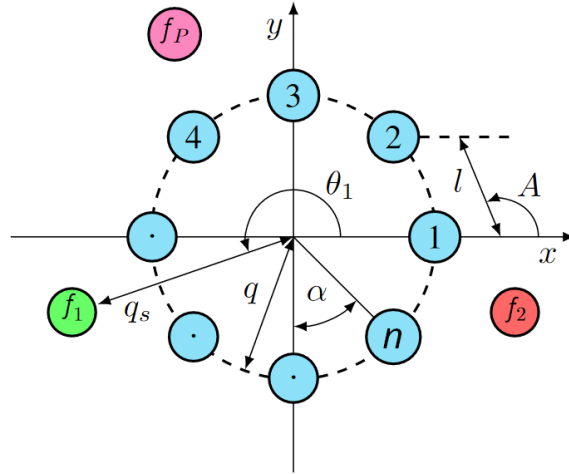


FIGURE 6.7 – Configuration du réseau circulaire de microphones. Les microphones sont numérotés de 1 à  $n$  et les sources sonores sont notées  $f_1$  à  $f_p$ .

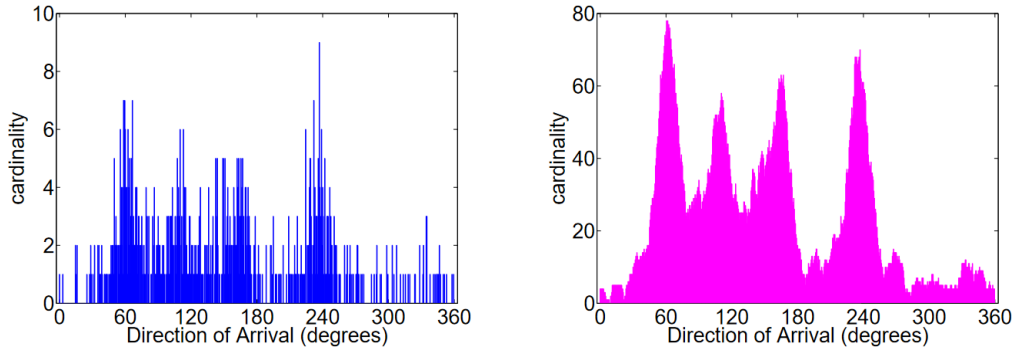


FIGURE 6.8 – Histogramme des directions des sources, obtenu avec 4 sources de parole, dans une simulation dont le rapport signal à bruit est de 20 dB. A gauche : histogramme brut. A droite : histogramme lissé.

où  $\theta_j$  est l'angle d'arrivée (DOA pour *Direction of Arrival* en anglais) par rapport à l'axe des abscisses (voir figure 6.7) exprimé en radians,  $g_{ij}$  et  $t_i(\theta_j)$  sont respectivement l'atténuation et le décalage tempore dûs à la propagation de l'onde sonore de la  $j$ -ème source sonore jusqu'à l' $i$ -ème microphone. En considérant une paire de deux microphones adjacents notée  $\{m_i, m_{i+1}\}$  (la dernière paire de microphones adjacents étant  $\{m_n, m_1\}$ ), on peut exprimer le décalage tempore relatif entre les signaux observés comme :

$$\tau_{\{m_i, m_{i+1}\}}(\theta_j) = t_i(\theta_j) - t_{i+1}(\theta_j), \quad (6.14)$$

$$= \frac{l}{c} \sin \left( A + \frac{\pi}{2} - \theta_j + (i-1)\alpha \right), \quad (6.15)$$

où  $l$  est la distance entre deux microphones adjacents,  $A$  est l'angle obtus (en radians) formé par la corde  $\{m_1, m_2\}$  et l'axe des abscisses et  $c$  est la vitesse du son.

Nous avons proposé une approche adaptative par bloc qui compte et localise en temps réel plusieurs sources sonores. Celle-ci suit la structure générale des méthodes de SCA et plus particulièrement l'approche proposée dans [PD07], mis à part que l'étape d'estimation des paramètres de mélange de cette dernière est remplacée par l'étape de localisation proposée dans [KS07] et que nous avons proposé plusieurs approches de classification non-supervisée pour compter le nombre de sources actives et estimer leur DOA.

1. Dans un premier temps, on considère un court intervalle temporel (typiquement d'1 s) que nous découpons en trames possiblement recouvrantes (typiquement de 2048 points) sur lesquelles on calcule une transformée de Fourier rapide. On obtient donc une transformée temps-fréquence de chaque signal observé, notée  $X_i(t, \omega)$ .
2. Pour chaque trame, on considère des zones d'analyse temps-fréquence « à temps constant » (voir figure 6.2) que nous notons  $(t, \Omega)$  et on cherche à détecter quelles zones sont mono-sources en utilisant la mesure de confiance d'activité mono-source proposée dans [PD07]. Pour toute paire de signaux  $(x_i, x_j)$ , nous définissons respectivement les inter-corrélations de leur transformée de Fourier et de leur module – ce dernier étant calculé sur la zone d'analyse  $(t, \Omega)$  – comme

$$R_{i,j}(t, \omega) \triangleq X_i(t, \omega) \cdot X_j(t, \omega)^*, \quad (6.16)$$

$$R'_{i,j}(t, \Omega) \triangleq \sum_{\omega \in \Omega} |X_i(t, \omega)| \cdot |X_j(t, \omega)|, \quad (6.17)$$

où l'exposant  $*$  est le conjugué complexe. Pour chaque zone d'analyse, on calcule les coefficients de corrélation des modules des observations entre deux microphones adjacents, c.-à-d.

$$r'_{\{m_i, m_{i+1}\}}(t, \Omega) = \frac{R'_{i,i+1}(t, \Omega)}{\sqrt{R'_{i,i}(t, \Omega) \cdot R'_{i+1,i+1}(t, \Omega)}}. \quad (6.18)$$

On déduit un coefficient de corrélation global en calculant la moyenne arithmétique des corrélations ci-dessus, notée  $r'(t, \Omega)$  et on considère que cette zone est mono-source si et seulement si [PD07]

$$r'(t, \Omega) \geq 1 - \varepsilon, \quad (6.19)$$

où  $\varepsilon$  est un seuil fixé par l'utilisateur.

3. Dans les zones mono-sources précédemment détectées, on estime la direction de la source active en appliquant la méthode de TDOA proposée par [KS07]. Celle-ci consiste à calculer

le CICS (pour *Circular Integrated Cross Spectrum* en anglais) défini selon :

$$\text{CICS}^{(t,\omega)}(\phi) \triangleq \sum_{i=1}^n G_{m_i \rightarrow m_1}^{(t,\omega)}(\phi) G_{m_i, m_{i+1}}(t, \omega), \quad (6.20)$$

où

$$G_{m_i, m_{i+1}}(t, \omega) \triangleq \frac{R_{i, i+1}(t, \omega)}{|R_{i, i+1}(t, \omega)|}, \quad (6.21)$$

$$G_{m_i \rightarrow m_1}^{(t,\omega)}(\phi) \triangleq \exp(-j\omega(\tau_{\{m_1, m_2\}}(\phi) - \tau_{\{m_i, m_{i+1}\}}(\phi))), \quad (6.22)$$

et  $\tau_{\{m_i, m_{i+1}\}}(\phi)$  défini selon l'équation (6.15). Pour chaque pulsation  $\omega$  de la zone d'analyse  $(t, \Omega)$ , on peut déduire une estimation du DOA associé à la source présente dans la zone, disons  $f_k$  :

$$\theta_k = \arg \max_{0 \leq \phi < 2\pi} |\text{CICS}^{(t,\omega)}(\phi)|. \quad (6.23)$$

En pratique, l'estimation (6.23) peut être réalisée pour chaque pulsation  $\omega$  de la zone mono-source considérée. En pratique, il vaut mieux chercher les pulsations où l'énergie du signal est importante – et donc le rapport signal-à-bruit favorable. Pour cela, on peut choisir la pulsation qui maximise  $|R_{i, i+1}(t, \omega)|$  [Pav+12b] ou un nombre donné de pulsations associées aux valeurs les plus élevées de  $|R_{i, i+1}(t, \omega)|$  [Pav+13].

4. A cette étape, nous avons à notre disposition un ensemble de DOA à regrouper. Nous construisons pour cela leur histogramme que nous lisons par filtrage (voir figure 6.8) et nous comptons et localisons ses pics :

- (a) Une approche simple consiste à choisir les pics « suffisamment hauts » et « suffisamment distants » [Pav+12b] (voir tracé du haut de la figure 6.9).
- (b) Une alternative consiste à faire appel au codage prédictif linéaire [Pav+12a] qui filtre le bruit et met en avant les pics (voir tracé du centre de la figure 6.9).
- (c) Une dernière technique mise en place est basée sur une approche de type matching pursuit circulaire et multi-résolution [Gri+12; Pav+13]. L'approche consiste en une variante de l'algorithme glouton Matching Pursuit dans lequel on considère un dictionnaire d'atomes de type fenêtre de Blackman, centrés sur les différentes directions d'arrivée possibles. L'algorithme glouton permet de compter le nombre de sources alors que la position centrale des atomes nous fournit le DOA associé.

Dans [Pav+12a], nous fixons la largeur de ces atomes mais nous constatons que, si elle était fine, elle ne permettait de bonnes estimations que dans des environnements peu bruités ou peu réverbérants. Sinon, l'approche avait tendance à sur-estimer le nombre de sources. Dans ce cas, en augmentant la largeur des atomes, on comptait à nouveau

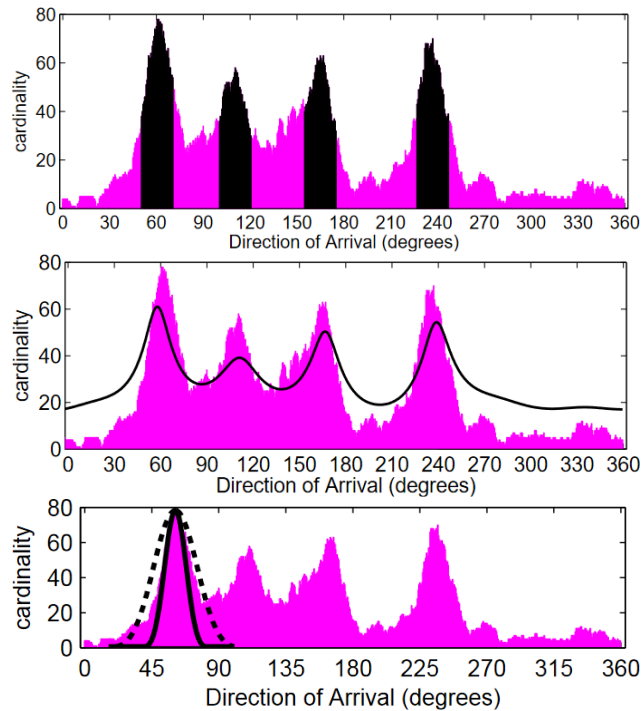


FIGURE 6.9 – Exemples des principes des méthodes de comptage et localisation de sources à partir de l’histogramme des DOA. En haut : recherche de pics. Au centre : codage prédictif linéaire. En bas : matching pursuit.

correctement le nombre de sources mais on les localisait relativement mal. Optimiser la largeur de telles fenêtres n’étant pas compatible avec un calcul temps-réel, le compromis que nous avons proposé consiste à analyser deux dictionnaires dont les atomes – centrés sur les mêmes positions – sont « fins » dans le premier dictionnaire et « larges » dans le second. Nous proposons alors de sélectionner la meilleure position atomique avec les « atomes fins » alors que nous supprimons la contribution de l’« atome large » dans l’histogramme pour éviter une sur-estimation du nombre de sources (voir tracé du bas de la figure 6.9).

### 6.3.2 Expériences

Nous avons réalisé un grand nombre de simulations sur Matlab et d’expériences avec des données réelles. En particulier, l’approche fonctionne en temps-réel (et plus précisément, elle n’utilise que 55% du temps de calcul disponible entre deux blocs temporels). Une démonstration vidéo est disponible sur : [https://youtu.be/u\\_i4p\\_LxwYA](https://youtu.be/u_i4p_LxwYA).

**Simulations :** Dans un premier temps, nous présentons les résultats obtenus sur des simulations. Nous modélisons la réponse impulsionnelle d’une pièce de dimension 4 m par 6 m par 3 m se-



lon l’approche proposée dans [LJ09]. Le réseau circulaire de microphone contient  $n = 8$  microphones positionnés à  $Q = 0.05$  m du centre du réseau. Il est placé au centre de la pièce, à une hauteur de 1 m. Le temps de réverbération de la pièce est fixée à  $T_{60} = 0.25$  s. Les signaux de parole continue des locuteurs sont échantillonnés à 44,1 kHz. La durée de l’intervalle temporel sur lequel on effectue les calculs est de 1 s. Cet intervalle est découpé en trames de 2048 points, avec 50% de recouvrement par rapport aux trames voisines. La taille d’une zone d’analyse  $(t, \Omega)$  est fixée à 344 Hz et deux zones d’analyse fréquentiellement adjacentes ont 50% de recouvrement. Pour éviter des phénomènes de repliement spatial, la fréquence maximale considérée dans ces signaux est 4000 Hz. Le seuil  $\varepsilon$  pour détecter des zones mono-sources dans l’équation (6.19) est fixé à 0,2. La résolution de l’histogramme est de  $0,5^\circ$  et le lissage est effectué via un filtre de largeur  $5^\circ$ . Les atomes fins et larges utilisés dans Matching Pursuit couvrent respectivement des intervalles de DOA de  $40^\circ$  et  $80^\circ$ .

Nous considérons 6 locuteurs à localiser, positionnés à 1,5 m du centre du réseau de microphones, aux positions  $0^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $250^\circ$  et  $315^\circ$ . Cette expérience a été ensuite répliquée plusieurs fois en décalant les 6 locuteurs d’un angle de  $10^\circ$ , jusqu’à ce qu’ils reviennent à leur position initiale.

Nous comparons les performances de plusieurs méthodes, à savoir :

- l’approche proposée avec Matching Pursuit pour compter et localiser les sources ;
- La variante WDO de l’approche proposée (on fournit un DOA dans chaque point temps-fréquence) ;
- Une méthode de localisation de sources MUSIC large-bande [AD07] ;
- Une approche de localisation basée sur une méthode d’ICA convolutive (ICA–GSCT) [NSO10] ;

Parmi les méthodes testées, l’approche proposée est celle qui nécessite le moins de calculs (2,6 millions d’opérations sur la simulation) suivie par MUSIC large-bande (3,9 millions). Ces deux approches sont les seules à pouvoir fonctionner en temps réel. L’approche WDO nécessite plus de 10,2 millions d’opérations quand l’approche d’ICA en réalise 35,3 millions.

La figure 6.10 montre l’erreur absolue moyenne d’estimation de DOA (MAEE pour *Mean Absolute Estimation Error*, exprimée en degré) par rapport au rapport signal à bruit, pour chacune de ces méthodes. On constate que mis à part pour les rapports signal-à-bruit les plus élevés (où toutes les méthodes sauf l’approche d’ICA amènent des performances comparables), l’approche proposée fournit de plus faibles MAEE que les autres méthodes testées.

**Données réelles :** Nous présentons maintenant des expériences sur données réelles. Les paramètres de la méthode sont les mêmes que pour les simulations. Le réseau de microphone est positionné au centre d’un bureau, de dimension similaire aux simulations, et équipé de l’air conditionné.

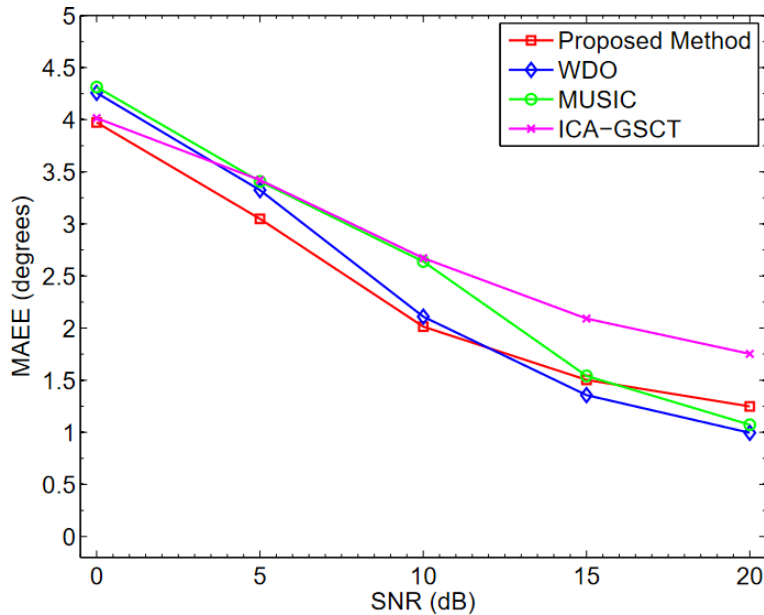


FIGURE 6.10 – Erreur d’estimation du DOA par rapport au rapport signal à bruit, pour 6 locuteurs statiques dans un environnement réverbérant simulé.

Le rapport signal à bruit est estimé à 15 dB. Le réseau circulaire est équipé de 8 microphones omnidirectionnels Shure SM93, d’une carte son USB 8-canaux TASCAM US2000 branchée sur un PC de bureau équipé d’une carte CPU Intel 3.00 GHz Core 2 CPU, avec 4 Go de RAM. Le logiciel de localisation est implémenté en C++ tandis que l’interface utilisateur est réalisée en C#.

La figure 6.11 montre deux expériences réalisées en conditions réelles. Sur la figure de gauche, on considère 6 personnes statiques – il s’agit de haut-parleurs – générant de la parole continue. On remarque que la méthode proposée estime avec beaucoup de précision les DOA de chaque locuteur, sauf pour le locuteur 2 où l’estimation dévie parfois de la valeur théorique. Cela pourrait être dû au fait que cette source avait parfois une puissance acoustique plus faible que les autres.

Le tracé de droite de la figure 6.11 montre le suivi de deux locuteurs qui tournent autour de la table sur laquelle est positionnée le réseau de capteurs. On constate que mis à part quand les locuteurs se croisent, on arrive à repérer les trajectoires des locuteurs. Dans ces travaux, nous n’avons pas implémenté de filtre de Kalman qui pourrait permettre de suivre plus précisément ces sources, notamment quand elles se croisent.

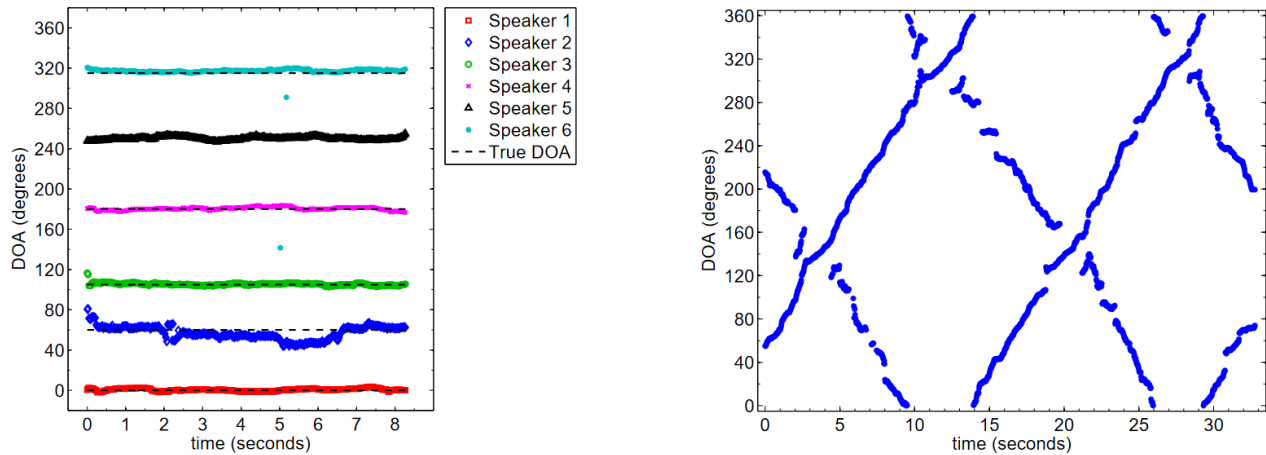


FIGURE 6.11 – Expériences réalisées en conditions réelles. A gauche : localisation de 6 sources statiques. A droite : localisation de 2 sources tournant autour du réseau.

## 6.4 Démélange et dématricage à partir d’images multispectrales « snapshot »

### 6.4.1 Problématique

Dans le cadre de la création de l’antenne du LISIC à Longuenesse, nous avons débuté de nouvelles activités autour de l’imagerie multi- et hyper-spectrale. Plus particulièrement, dans le cadre de la thèse de K. Abbas débutée en juin 2021, nous nous intéressons à l’imagerie « snapshot » qui permet d’acquérir une image multi-spectrale en une seule acquisition. Ce type de caméra permet aussi de réaliser des acquisitions vidéos. Plus particulièrement, nous avons à notre disposition une caméra miniaturisée faisant appel à des filtres de Fabry-Perot [GTL14; Gee+15]. Ceux-ci sont organisés en mosaïques et plus particulièrement sous la forme de « patches » qui se répètent sur toute la surface du capteur. Chaque patch est organisé en pixels qui sont chacun associés à une longueur d’onde théorique. Cette structure ressemble donc à celle d’une caméra RVB (Rouge Vert Bleu) mis à part que le nombre de canaux est bien plus important (typiquement 9, 16 ou 25 selon les modèles de caméra – voir figure 6.12). Une image brute d’un tel capteur est donc une projection 2D du cube de données 3D originel. Restaurer ce cube à partir de l’image brute s’appelle le « dématricage » et de nombreuses méthodes pour réaliser cette tâche ont été proposées ces dernières années [BWZ21; BA06; Dij+18; HRS19; Mia+06; Mih+17; Miz+14; Pan+20; Tsa+19]. Une fois ce cube restauré, il serait ainsi possible d’appliquer une méthode de post-traitement avancée, par exemple une approche de classification ou de démélange. En pratique cependant, les erreurs d’estimation dans l’étape de dématricage peuvent se propager dans le post-traitement. Cet effet a d’ailleurs été remarqué par les auteurs de [Tsa+19]. Aussi, nous cherchons à développer des approches de démélange

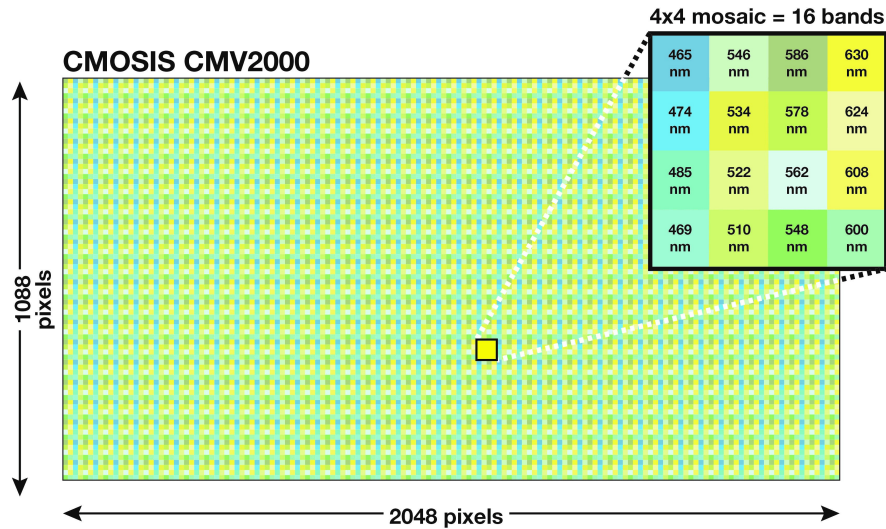


FIGURE 6.12 – Exemple de mosaïque de 16 pixels (Source : IMEC).

qui ne nécessiteraient pas l'étape de dématricage, c.-à-d. qui pourraient utiliser les données brutes du capteur. Par ailleurs, en estimant à la fois les *endmembers* et les abondances associés au problème, nous pouvons aussi réaliser le dématricage de l'image.

### 6.4.2 Principes des méthodes proposées

Nous avons développé deux stratégies pour réaliser le démelange à partir d'une image brute de capteur, appelée SSI par la suite pour *Snapshot Spectral Image* en anglais :

1. une stratégie fondée sur la complétion de matrice de faible rang et plus précisément sur une factorisation matricielle informée [Abb+22b ; Abb+23] ;
2. une approche fondée sur la déconvolution [Abb+22a].

Ces deux approches font appel aux mêmes hypothèses de parcimonie des abondances, que nous présentons ci-dessous.

**Hypothèse 4** (patch pur). *Pour chaque endmember, il existe au moins un patch dans lesquels seul cet endmember est présent.*

Cette hypothèse étend l'hypothèse de « pixel pur » [Bio+12] rencontrée en démelange hyperspectral au niveau du patch – nous verrons par la suite pourquoi – et est finalement semblable à l'hypothèse d'accessibilité des sources en SCA [Dev14]. Nous formulons par la suite deux hypothèses différentes pour les patches qui ne sont pas purs.

**Hypothèse 5.** *Dans les patches où plusieurs endmembers sont présents, leurs abondances varient significativement sur le patch.*

Cette hypothèse est similaire à l’hypothèse 3 utilisée en SCA pour discriminer les zones mono-sources des zones qui seraient multi-sources. Nous sommes ici en capacité d’en proposer une version moins stricte.

**Hypothèse 6.** *Dans les patchs où plusieurs endmembers sont présents, leurs abondances peuvent varier significativement ou pas sur le patch.*

Cette hypothèse est beaucoup moins forte que l’hypothèse 5. En pratique, cela implique des approches différentes, que nous allons introduire ci-dessous.

#### 6.4.2.1 Approches fondées sur la complétion de matrice de faible-rang

La première stratégie proposée fait appel à un cadre de complétion de matrice de faible rang proposée initialement dans [Tsa+19]. Nous supposons que nous observons un cube de données multispectrales théorique de taille  $n_1 \times n_2 \times m$  où  $n_1$  et  $n_2$  sont respectivement le nombre de lignes et de colonnes spatiales de l’image et  $m$  le nombre de longueurs d’ondes du cube. En utilisant la stratégie de dépliement classique en démélange hyperspectral, on obtient une matrice  $X$  de taille  $n \times m$  où  $n = n_1 \cdot n_2$  (voir figure 6.13).

De son côté, la SSI acquise est une image de taille  $n_1 \times n_2$ . Cependant, en supposant des filtres de Fabry-Perot *idéaux*, il est possible de générer une matrice incomplète  $Y$  de même dimension que  $X$  et partiellement observée. Plus particulièrement, en notant  $W$  la matrice binaire de poids dont les entrées non-nulles permettent de sélectionner quelle longueur d’onde est observée par la caméra, on obtient la relation

$$W \circ X = W \circ Y. \quad (6.24)$$

Ainsi et comme proposé dans [Tsa+19], réaliser le dématricage de la SSI consiste à réaliser la complétion de faible rang de  $Y$ . En supposant un modèle linéaire de mélange, on peut écrire chaque spectre dans  $Y$  comme une combinaison linéaire d’endmembers présents dans la scène observée. En notant respectivement  $G$  et  $F$  les matrices d’abondances et d’endmembers de dimensions respectives  $n \times p$  et  $p \times m$ , on obtient les relations suivantes :

$$Y \approx G \cdot F \quad (6.25)$$

et

$$W \circ X \approx W \circ (G \cdot F). \quad (6.26)$$

Cette expression est en fait un modèle de démélange et dématricage conjoints. En effet, si on estime complètement  $G$  et  $F$ , on peut restaurer  $Y$ , par exemple en posant

$$\hat{Y} = W \circ X + (\mathbb{1}_{n \times m} - W) \circ (G \cdot F). \quad (6.27)$$

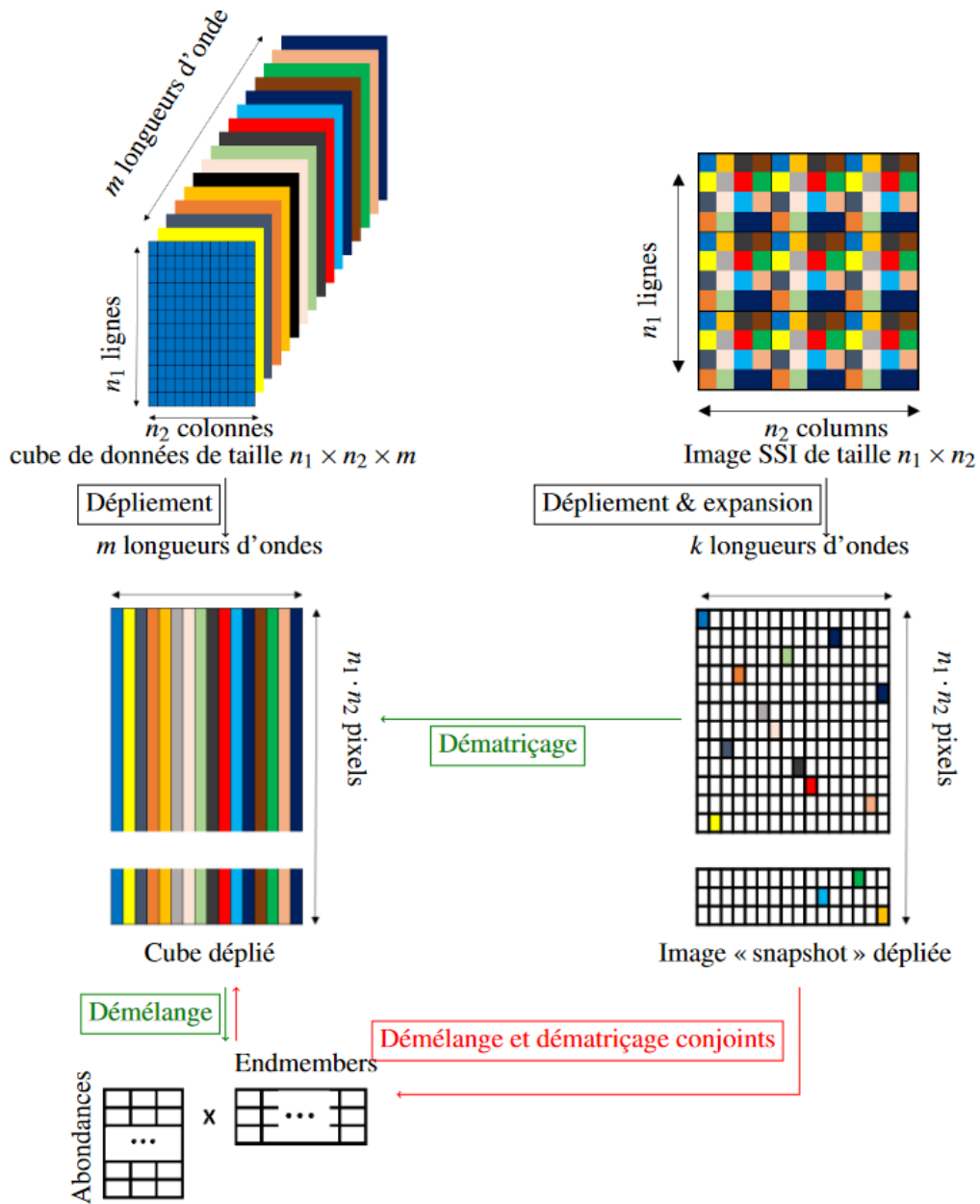


FIGURE 6.13 – Principes du démélange post-dématriçage (en vert) et du dématriçage et démélange conjoints (en rouge).

En pratique, ce problème peut être résolu par une approche pondérée de NMF comme celles présentées dans les chapitres précédents. Cependant, nous avons constaté que cette stratégie ne fournissait pas de très bonnes performances en pratique.

Nous supposons donc que les hypothèses 4 et 5 sont validées et nous proposons une méthode de SCA dédiée. Notons que contrairement aux approches de SCA de la littérature, celle-ci est capable de traiter des données manquantes.

Nous notons  $X_i$ ,  $Y_i$  et  $W_i$  les sous-matrices de taille  $m \times m$  extraites de  $X$ ,  $Y$  et  $W$  correspondant au patch  $i$ , respectivement. Nous estimons alors l'approximation de rang 1 de  $Y_i$  à partir de  $X_i$  par une approche EM de NMF pondérée basée sur le gradient de Nesterov [Dor+17a], c.-à-d.

$$W_i \circ X_i \approx W_i \circ (\underline{g}_i \cdot \mathbf{f}_i), \quad (6.28)$$

où  $\underline{g}_i$  est un vecteur colonne et  $\mathbf{f}_i$  un vecteur ligne. Si  $Y_i$  est approximativement de rang 1, alors

$$\|W_i \circ X_i - W_i \circ (\underline{g}_i \cdot \mathbf{f}_i)\|_F^2 \approx 0, \quad (6.29)$$

tandis que, dans le cas contraire, la validité de l'hypothèse 5 amène à

$$\|W_i \circ X_i - W_i \circ (\underline{g}_i \cdot \mathbf{f}_i)\|_F^2 \gg 0. \quad (6.30)$$

Une telle erreur peut donc être utilisée comme mesure de confiance d'activité mono-source similaire à celles utilisées par les approches de SCA. Nous pouvons alors déduire de chaque patch une estimation plus ou moins proche d'un « vrai » endmember ainsi qu'une mesure de confiance d'activité mono-source. En ne conservant que les estimées liées aux erreurs les plus faibles, nous obtenons un nuage de spectres organisé en clusters distribués autour des spectres théoriques [Dev14]. Nous pouvons alors utiliser une approche de clustering, par exemple K-means, pour estimer les endmembers finaux et les stocker dans  $F$ . La matrice  $G$  peut enfin être estimée à partir de  $X$  et  $F$ , par moindres carrés non-négatifs sous contrainte de somme à 1. Cette approche est ainsi nommée KPWNMF pour *K-means Patch-based Weighted NMF* et peut être vue comme une version pondérée de l'approche proposée dans [Kar+12].

Supposons maintenant que l'hypothèse 5 n'est pas satisfaite mais que l'hypothèse 6 l'est. Cela signifie qu'il peut exister des patches dans lesquels les proportions des endmembers sont relativement stables. L'approche proposée diffère un petit peu. Nous collectons comme précédemment les lignes  $\mathbf{f}_i$  associées aux plus faibles erreurs de  $\|W_i \circ X_i - W_i \circ (\underline{g}_i \cdot \mathbf{f}_i)\|_F^2$ . Cependant, si plusieurs endmembers sont présents dans un patch et que leurs abondances sont constantes sur ce patch, le spectre estimé par approximation de rang-1 satisfait l'égalité (6.29). Nous collectons maintenant tous ces spectres dans une matrice  $\mathbb{X}$ . Comme expliqué ci-dessus, cette matrice contient des

endmembers estimés dans les patches purs mais aussi des mélanges d’endmembers estimés dans les patches multi-sources où les abondances sont constantes. Chacun de ces spectres suit donc un modèle linéaire de mélange d’endmembers. La matrice  $\mathbb{X}$  peut alors s’écrire sous la forme d’un produit

$$\mathbb{X} \approx \mathbb{G} \cdot F \quad (6.31)$$

dans lequel on peut garantir que les lignes de  $F$  sont présentes dans  $\mathbb{X}$ . Cela correspond à un problème convexe de NMF pour lequel de nombreuses méthodes ont été proposées, par exemple VCA (pour *Vertex Component Analysis* en anglais) [NB05]. Cette approche de dématricage et démélange conjoint de SSI est ainsi nommée VPWNMF (pour *VCA Patch-based Weighted NMF* en anglais) par la suite.

Rappelons que KPWNMF et VPWNMF ont été proposées à partir du problème (6.26). Celui-ci a été défini dans le cas idéal où les filtres de Fabry-Perot ne conservent que la longueur d’onde d’intérêt dans chaque pixel du capteur SSI. Cependant, en pratique, ces filtres laissent passer des harmoniques. Plus précisément, chaque pixel SSI représente une version filtrée du spectre théorique observé au niveau de ce pixel. Heureusement, ces filtres sont connus et fournis par les fabricants de telles caméras. Ce comportement a aussi été modélisé dans [Tsa+19] et nous ré-utilisons une idée similaire. Plus précisément, plutôt que de ne considérer qu’une seule valeur par ligne de  $X$ , nous supposons que la valeur mesurée est étalée sur l’ensemble des  $m$  longueurs d’ondes de la ligne de  $X$  associée. Nous supposons de plus que chacune de ces  $m$  valeurs est associée à un « indice de contribution dans le pixel » qui correspond à la valeur normalisée du filtre de Fabry-Perot pour la longueur d’onde correspondante, dans le pixel SSI considéré. Cela implique que les lignes de  $W$  ne sont plus binaires mais contiennent des valeurs entre 0 et 1 dont la somme vaut 1. En utilisant cette modélisation, le problème conjoint de dématricage et démélange dans l’équation (6.26) reste inchangé, mis à part dans la définition de  $W$ . Cependant, les approches proposées ne permettent pas d’estimer les endmembers mais leurs versions filtrées par les filtres de Fabry-Perot. Les auteurs de [Pic+17] ont alors proposé une matrice dite de « correction » qui permet d’inverser les effets des filtres de Fabry-Perot. Au moment de la rédaction de ce mémoire, des travaux sont en cours pour améliorer son estimation et donc les performances de démélange. Cela a motivé par ailleurs la proposition d’une approche fondée sur la déconvolution, présentée ci-dessous.

### 6.4.2.2 Approches fondées sur la déconvolution

Nous présentons maintenant une autre approche fondée sur la déconvolution des filtres de Fabry-Perot. Celle-ci ne permet pour l’instant que d’estimer les endmembers, mais elle permet de se passer de la matrice de correction proposée dans [Pic+17].

Comme précédemment, nous travaillons à l’échelle d’un patch et nous supposons que les hy-



pothèses 4 et 6 sont validées<sup>5</sup>. En notant  $x_i(\lambda_i)$  le  $i$ -ème pixel SSI du patch considéré – supposé observer le contenu spectral à  $\lambda_i$  nm – nous obtenons la relation suivante :

$$x_i(\lambda_i) \approx \sum_{j=1}^m h_i(\lambda_j) \cdot y_i(\lambda_j), \quad (6.32)$$

où  $h_i(\lambda)$  et  $y_i(\lambda)$  sont respectivement le filtre de Fabry-Perot associé au pixel  $i$  et le spectre complet sensé être au niveau de ce pixel. De plus, en supposant un modèle de mélange linéaire, le spectre  $y_i(\lambda)$  peut s'écrire comme un mélange de  $p$  endmembers :

$$y_i(\lambda) = \sum_{l=1}^p g_{il} f_l(\lambda). \quad (6.33)$$

En supposant qu'il existe un patch pur, les données théoriques  $y_i(\lambda)$  sont les mêmes pour chaque pixel du patch et peuvent être écrites sous la forme d'un vecteur  $\mathbf{y} = [y(\lambda_1), \dots, y(\lambda_m)]$ . Alors en définissant

$$\underline{x} \triangleq [x_1(\lambda_1), \dots, x_m(\lambda_m)]^T, \quad (6.34)$$

le vecteur des  $m$  pixels observés dans le patch et

$$H \triangleq \begin{bmatrix} h_1(\lambda_1) & \dots & h_1(\lambda_m) \\ \vdots & & \vdots \\ h_m(\lambda_1) & \dots & h_m(\lambda_m) \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

la matrice de filtres de Fabry-Perot, on obtient la relation

$$\underline{x} \approx H \cdot \mathbf{y}^T. \quad (6.36)$$

En pratique, nous résolvons un problème pénalisé de déconvolution :

$$\min_{\mathbf{y} \geq 0} \frac{1}{2} \|\underline{x} - H \cdot \mathbf{y}^T\|_2^2 + \frac{\alpha}{2} \|D \cdot \mathbf{y}^T\|_2^2, \quad (6.37)$$

où  $D$  est la matrice carrée représentant la dérivée discrète du spectre  $\mathbf{y}$  et  $\alpha$  est le poids associé au terme de pénalisation.

Comme précédemment, en supposant que les hypothèses 4 et 6 sont valides, l'erreur d'approximation  $\|\underline{x} - H \cdot \mathbf{y}^T\|_2$  permet de discriminer les patches dont les proportions des abondances sont constantes (cela inclue donc les patches purs) des autres patches. On collecte donc l'ensemble de ces

---

5. En réalité et comme précédemment, on peut proposer deux approches fondées sur la stratégie de déconvolution, l'une faisant appel à l'hypothèse 5 et l'autre à l'hypothèse 6. Nous ne présentons que cette dernière ici.

vecteurs que l'on stocke dans une matrice  $\Upsilon$  qui s'écrit sous la forme

$$\Upsilon \approx \mathbb{G} \cdot F. \quad (6.38)$$

Comme pour VPWNMF, ce problème est un problème de NMF convexe et on peut utiliser par exemple l'approche VCA pour déduire  $F$ . Cette méthode combinant un filtrage au niveau des patches et l'approche VCA s'appelle FPVCA (pour *Filter Patch-based Vertex Component Analysis* en anglais). De manière alternative, en supposant l'hypothèse 5 valide, l'approche de type SCA fondée sur la déconvolution des données dans le patch est immédiate.

### 6.4.3 Validation expérimentale

Nous présentons ci-dessous quelques simulations réalisées dans [Abb+22a ; Abb+22b ; Abb+23]. Les expériences sur données réelles sont encore en cours au moment de la rédaction de ce mémoire.

#### 6.4.3.1 Performances des méthodes fondées sur la complétion de faible rang

Pour montrer l'intérêt des méthodes proposées, nous réalisons des simulations sur des données jouet. Plus particulièrement, nous considérons deux SSI pour lesquelles l'hypothèse 4 est validée et pour lesquelles soit l'hypothèse 5 (appelée « image simple » – voir figure 6.14) soit l'hypothèse 6 (appelée « image complexe » – voir figure 6.15) est valide. Leurs dimensions spatiales sont  $100 \times 100$  pixels pour chacune. Les endmembers présents dans ces images sont l'eau, le métal et le béton et leur signatures sont issues de []. Nous considérons ici des simulations avec des filtres idéaux. Nous comparons les performances des méthodes KPWNMF et VPWNMF avec des approches en deux temps. Le premier temps est une étape de dématricage obtenue via une approche de la littérature : GMRM [Tsa+19], BTES [Mia+06], WB [BA06], PPID [Mih+17] et ItSD [Miz+14]. La deuxième étape consiste à lancer NeNMF [Gua+12] sur l'image restaurée  $Y$ . Enfin, on étudie aussi les performances d'une approche EM pondérée de NeNMF (Naive NMF).

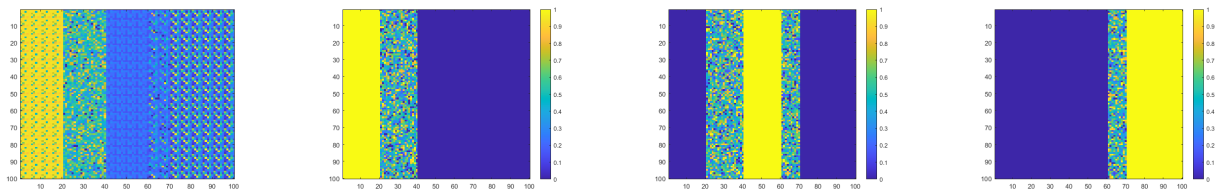


FIGURE 6.14 – Image simple (hypothèses 4 et 5 valides). De gauche à droite : SSI, cartes d'abondance des endmembers (eau, métal et béton)

Pour mesurer les performances des méthodes testées, nous étudions leur performance de dématricage – qui consiste à comparer la matrice  $Y$  estimée avec la matrice théorique – en calculant le

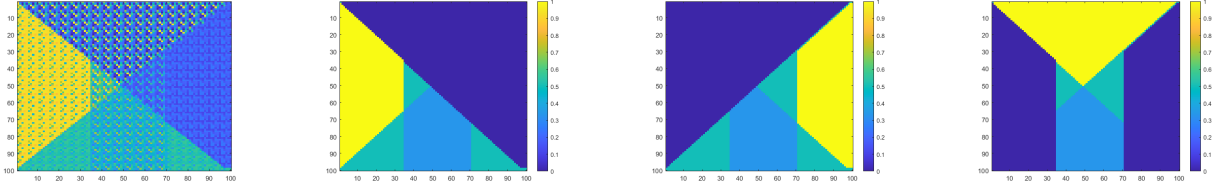


FIGURE 6.15 – Image complexe (hypothèses 4 et 6 valides). De gauche à droite : SSI, cartes d’abondance des endmembers (eau, métal et béton)

PSNR (*Peak signal-to-Noise Ratio* en anglais) exprimé en dB et défini par

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \frac{(2^{\text{Nb\_bits}})^2}{\text{MSE}}, \quad (6.39)$$

où Nb\_bits est le nombre de bits dans l’image (généralement 8 bits) et MSE est l’erreur quadratique moyenne entre l’image estimée et l’image théorique. Par ailleurs, nous mesurons la qualité d’estimation des cartes d’abondances en calculant le MER défini dans l’équation (4.9). Enfin, nous mesurons les performances de démixage en calculant le SIR – qu’on peut estimer comme le MER mais sur les lignes de  $F$  au lieu des colonnes de  $G$  – et le SAM (*Spectral Angle Mapper* en anglais) défini ainsi. Pour le  $j$ -ème endmember estimé  $\hat{\mathbf{f}}_j$  – en supposant que l’indétermination de permutation a été fixée – on calcule

$$\text{SAM}_j = \arccos \frac{\hat{\mathbf{f}}_j^T \cdot \mathbf{f}_j}{\|\hat{\mathbf{f}}_j\| \cdot \|\mathbf{f}_j\|} \quad (6.40)$$

et on définit un SAM global comme la moyenne des SAM calculés sur chaque ligne de  $F$ .

Les figures 6.16 et 6.17 montrent les performances atteintes par les différentes méthodes en fonction du rapport signal à bruit (SNR) pour l’image simple et l’image complexe, respectivement, lorsqu’on simule des SSI avec des patches de taille  $5 \times 5$  (soit  $m = 25$  longueurs d’onde). Rappelons que des bonnes performances sont obtenues pour les valeurs les plus élevées possibles de PSNR, SIR et MER et les valeurs les plus faibles possibles de SAM. On constate que les méthodes proposées fournissent les meilleures performances de démixage tout en apportant une qualité de dématricage légèrement meilleures que les meilleures approches de la littérature. Par ailleurs, la méthode KPWNMF semble plus robuste au bruit que la méthode VPWNMF mais moins performante lorsque le niveau de bruit est faible. C’est probablement dû au fait que la classification joue un rôle moyennier qui réduit l’influence du bruit alors que VCA est de plus en plus sensible au bruit lorsque le SNR diminue. De manière intéressante, même lorsque les hypothèses dont elle a besoin ne sont pas satisfaites (image complexe), les performances de KPWNMF ne sont pas très éloignées de VPWNMF et sont même meilleures pour les plus faibles SNR. Par ailleurs, mis

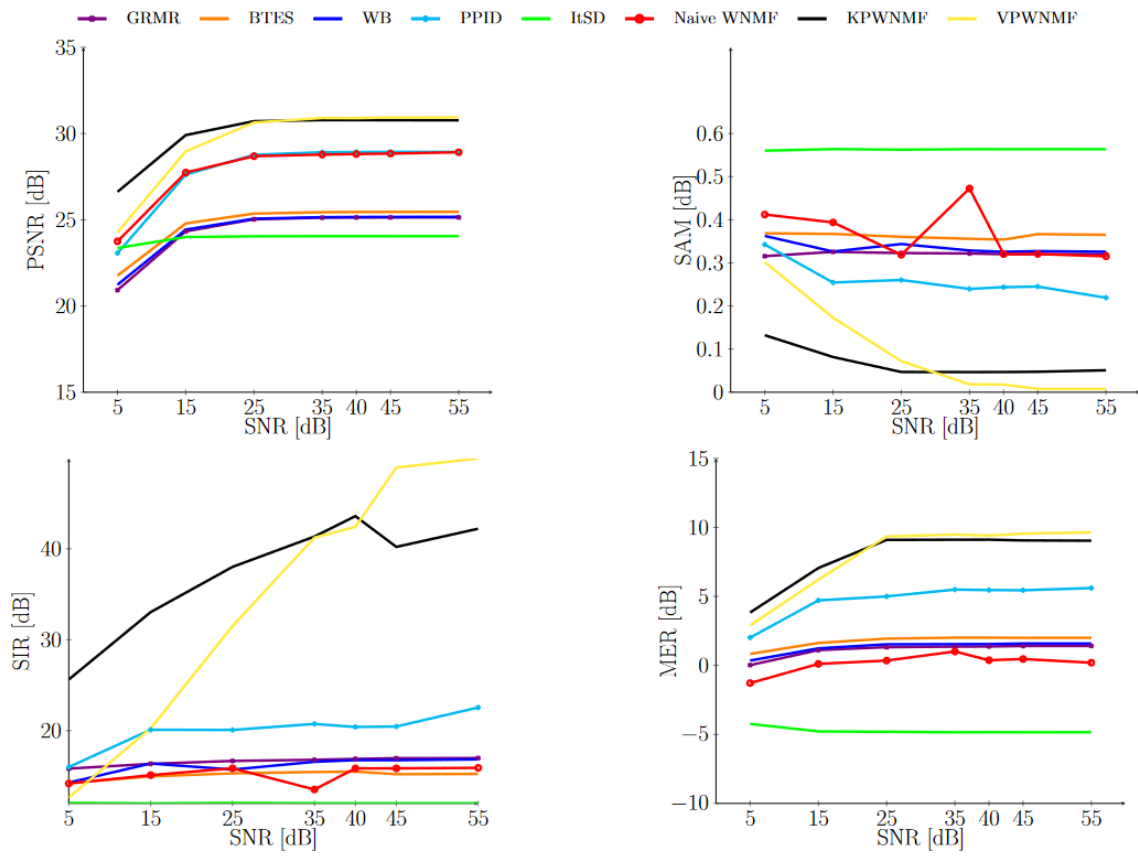


FIGURE 6.16 – Performances des méthodes testées sur l’image simple, par rapport au rapport signal-à-bruit d’entrée. De gauche à droite, en haut puis en bas : PSNR, SAM, SIR et MER.

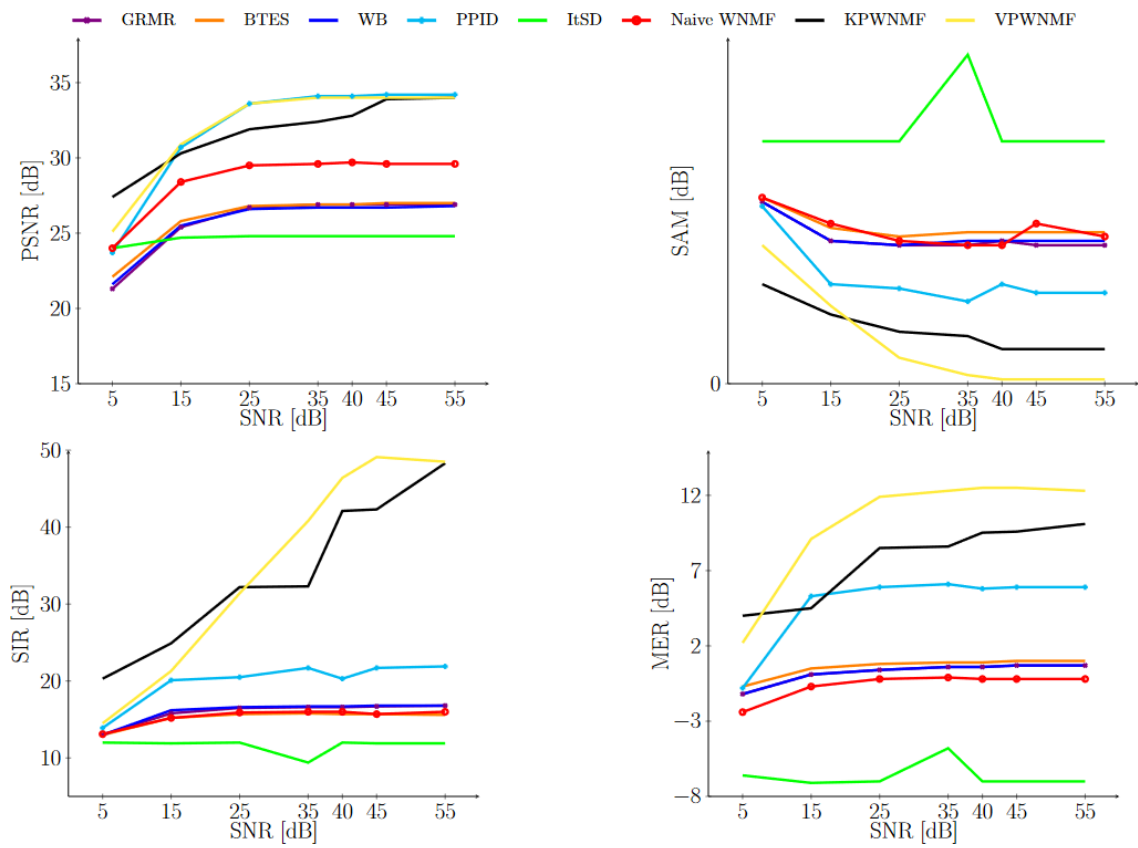


FIGURE 6.17 – Performances des méthodes testées sur l’image complexe, par rapport au rapport signal-à-bruit d’entrée. De gauche à droite, en haut puis en bas : PSNR, SAM, SIR et MER.

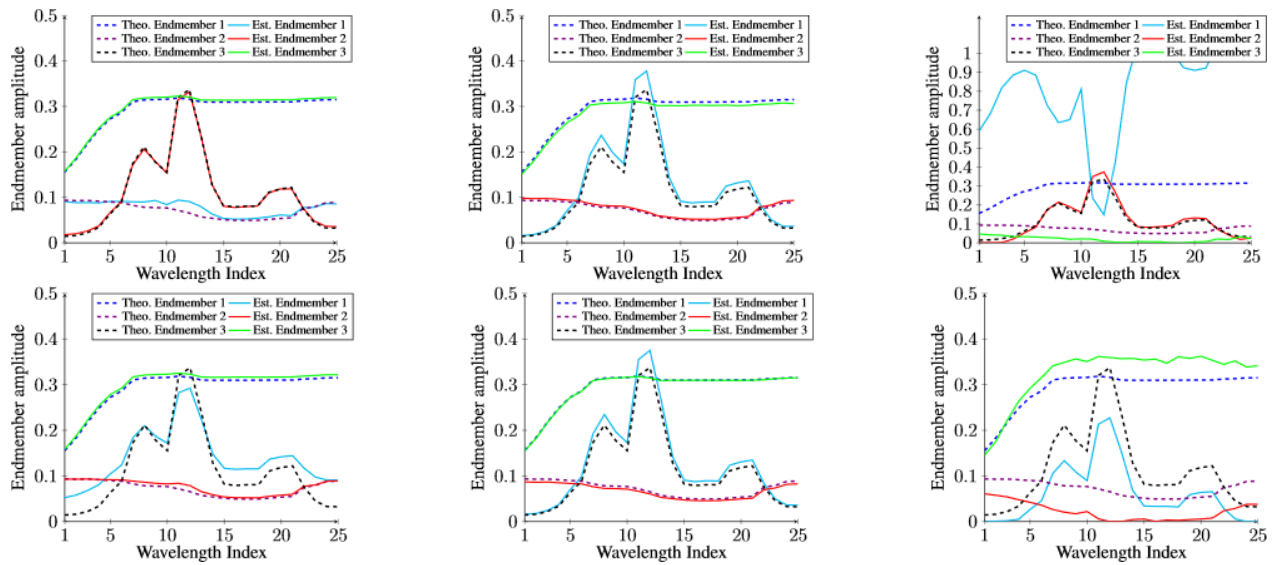


FIGURE 6.18 – Endmembers estimés dans les simulations sans bruit par (de gauche à droite) : KPWNMF, VPWNMF, PPID + NeNMF. En haut : avec l’image simple. En bas : avec l’image complexe.

à part pour les performances de dématricage, l’approche naïve de NMF pondérée n’apporte pas des performances meilleures que les approches en deux étapes. Enfin, notons que parmi toutes les approches en deux étapes testées, celle utilisant PPID [Mih+17] pour le dématricage fournit les meilleures performances. La figure 6.18 montrent les endmembers estimés par les méthodes proposées (KPWNMF et VPWNMF) et la meilleure méthode en deux étapes (PPID + NeNMF), pour l’image simple (en haut) et l’image complexe (en bas). Sans surprise, l’approche VPWNMF apporte les meilleures performances pour les deux images, puisqu’elle est plus versatile en termes d’hypothèses de parcimonie. Lorsque ses hypothèses de parcimonie sont vérifiées (image simple), KPWNMF estime presque aussi précisément les endmembers que VPWNMF mais même dans le cas de l’image complexe (où ses hypothèses ne sont pas vérifiées), les endmembers estimés ne sont pas très éloignés des spectres théoriques. En revanche, l’approche en 2 étapes avec PPID estime des spectres très éloignés des valeurs théoriques. Cela montre l’intérêt des approches proposées.

Il est à noter que les comportements présentés ci-dessus sont retrouvés lorsqu’on fait appel à des patches de taille  $4 \times 4$ , non-seulement avec les images simple et complexe présentées ci-dessus, mais aussi dans des simulations où de vraies images multi-spectrales sont utilisées pour simuler des SSI.

Enfin, lorsqu’on teste ces méthodes sur des données simulées avec des filtres réels, toutes les approches voient leurs performances baisser significativement, mais les méthodes VPWNMF et KPWNMF proposées continuent à surpasser les autres techniques testées.

### 6.4.3.2 Performances de la méthode fondée sur la déconvolution

Nous présentons ici les performances obtenues avec FPVCA. Rappelons que cette approche ne permet, pour l’instant, que d’estimer les endmembers. Elle permet de plus de se passer de la matrice de correction [Pic+17] qui déconvolue les images dématricées. Nous ne considérons pas ici des tests sur des simulations réalisées avec les images simple et complexe considérées précédemment mais des jeux de données réalisés à partir d’une image simulée avec la boîte à outils HYDRA [Gru]. L’image générée est de taille  $128 \times 128$  et contient les mêmes endmembers que dans les expériences précédentes. On applique sur cette image les filtres de Fabry-Perot du patch de taille  $5 \times 5$  fourni par IMEC et utilisé dans [Tsa+19]. Il est à noter que ce filtre est très mal conditionné puisque deux lignes de la matrice  $H$  sont presque nulles.

Nous comparons les performances obtenues par FPVCA avec KPWNMF mais aussi les approches en deux étapes testées précédemment, mis à part que ces approches utilisent ici VCA pour estimer les endmembers. Ainsi, des différences de performance entre ces méthodes seront directement dues aux erreurs de restauration du cube multispectral lors du dématricage. Il est à noter que les tests présentés ici ont été réalisés dans [Abb+22b]. A cette époque, nous ne connaissions pas encore la publication [Pic+17] et, à notre connaissance, aucun auteur ayant proposé une méthode de dématricage n’en mentionnait non-plus l’existence<sup>6</sup>. Aussi, dans les tests présentés ci-dessous, les performances des méthodes sont fournies sans l’apport de la matrice de correction [Pic+17]. On peut donc s’attendre à ce que les méthodes de la littérature et KPWNMF fournissent de meilleures performances que celles présentées ci-dessous, après application de cette matrice de correction. Néanmoins, il est peu probable qu’elles puissent compenser la différence de performance, notamment lorsque les données sont très bruitées<sup>7</sup>.

La figure 6.19 montre les SIR obtenus par les méthodes testées, par rapport au niveau de bruit d’entrée. On peut constater que l’approche FPVCA fournit des SIR deux fois supérieurs à ceux obtenus avec KPWNMF. L’approche combinant PPID et VCA fournit des SIR très légèrement inférieurs à ceux obtenus avec KPWNMF. Les autres méthodes ont des performances bien en deçà. Cela montre l’intérêt de la méthode proposée.

## 6.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre plusieurs méthodes à parcimonie proposées pour des problématiques de SAS post-non-linéaire, de localisation de locuteurs, et de dématricage et démé-

---

6. Pire, la plupart des auteurs ayant proposé des méthodes de dématricage pour les mêmes SSI qu’ici considèrent des filtres idéaux uniquement.

7. Rappelons en effet que cette matrice de correction est simplement la pseudo-inverse de la matrice de filtres de Fabry-Perot.

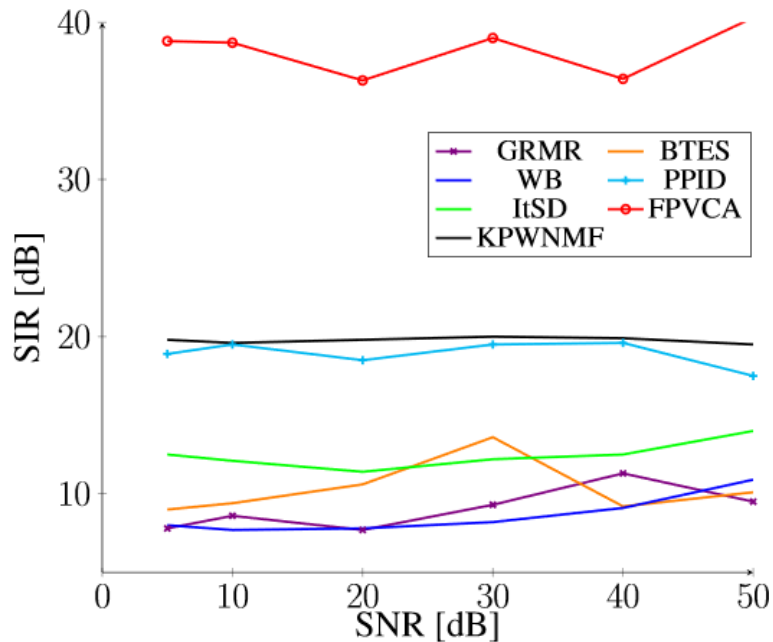


FIGURE 6.19 – SIR obtenus par les différentes méthodes testées, par rapport au SNR d’entrée, lorsqu’un filtre réel pour des patches de taille  $5 \times 5$  est appliqué.

lange conjoints d’images multi-spectrales snapshots. Fondées sur des principes de parcimonie très simples et équivalents à des hypothèses locales de faiblesse de rang, ces méthodes sont souvent plus performantes que des approches de la littérature quand ces *a priori* sont vérifiés.

## 6.6 Quelques publications personnelles en lien avec ce chapitre

- [SCA-1] D. Pavlidi, A. Griffin, M. Puigt, A. Mouchtaris, *Real-time multiple sound source localization and counting using a circular microphone array*, IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, Volume 21, Issue 10, pp. 2193-2206, October 2013.
- [SCA-2] M. Puigt, A. Griffin, A. Mouchtaris, *Nonlinear blind mixture identification using local source sparsity and functional data clustering*, Proceedings of the 7th IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing (SAM 2012), pp. 481–484, Hoboken, NJ, USA, June 17–20, 2012.
- [SCA-3] M. Puigt, A. Griffin, A. Mouchtaris, *Post-nonlinear speech mixture identification using single-source temporal zones & curve clustering*, Proceedings of the 19th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2011), pp. 1844–1848, Barcelona, Spain, August 29 – September 2, 2011.
- [SCA-4] K. Abbas, M. Puigt, G. Delmaire, G. Roussel, *Filtering-based endmember identification method for snapshot spectral images*, Proc. of the 12th Workshop on Hyperspectral Imaging



and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS 2022), Roma, Italy, September 13-16, 2022.

- [SCA-5] K. Abbas, M. Puigt, G. Delmaire, G. Roussel, *Joint unmixing and demosaicing methods for snapshot spectral images*, to appear in Proc. 48th IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'23), Rhodes, Greece, June 4-10, 2023.
- [SCA-6] K. Abbas, M. Puigt, G. Delmaire, G. Roussel, *Démélange et dématricage conjoints par complétion de rang un pour les images multispectrales « snapshot »*, Actes du GRETSI, pp. 925–928, Nancy, France, 6-9 septembre 2022.

# **Troisième partie**

## **Perspectives**

# Chapitre 7

## Perspectives

Dans ce mémoire, j’ai présenté une partie de mes travaux en analyse de variables latentes, qui reposent sur des approximations de faible rang (NMF) ou localement de faible rang (SCA). Je présente par la suite quelques pistes de recherche qui m’intéressent. Certaines découlent directement des activités passées présentées dans ce rapport.

### 7.1 Les défis d’un monde aux limites finies

L’environnement est une thématique phare de l’ULCO depuis sa création il y a 30 ans. Les applications associées aux travaux présentés dans ce manuscrit en attestent modestement. Cependant, de nombreux défis environnementaux attendent le monde, notamment le réchauffement climatique et la transition énergétique (pour remplacer les énergies fossiles par des énergies bas-carbone). Cette transition passe aujourd’hui par un usage croissant de métaux, dont les concentrations dans les mines diminuent significativement depuis plusieurs décennies [Sté22]. Dans un monde aux limites finies, une croissance infinie n’est pas possible.

Bien que l’intelligence artificielle soit parfois présentée comme une solution pour lutter contre la pollution [Ye+20] ou pour contribuer au développement durable [NKC20], elle fait aussi partie du problème énergétique en cours, avec des besoins toujours plus importants en données et/ou en capacité de calcul, et donc en énergie [Pat+21 ; CTM22]. Ainsi, le seul entraînement du modèle GPT-3 – qui a fait tant parler de lui dans ChatGPT depuis décembre 2022 – nécessiterait plus de 400 ans de calculs sur un ordinateur de bureau et produirait 552 tonnes équivalent carbone de CO<sub>2</sub> [Pat+21].

La figure 7.1 présente les prédictions – réalisées en 2015 – de consommation énergétique mondiale du secteur informatique par rapport à l’estimation de la quantité d’énergie disponible en 2040 [SS15]. On constate que les besoins énergétiques du secteur informatique pourraient dépasser la capacité mondiale à l’horizon 2040 ou 2050 (selon le choix de la courbe)... Des études plus ré-

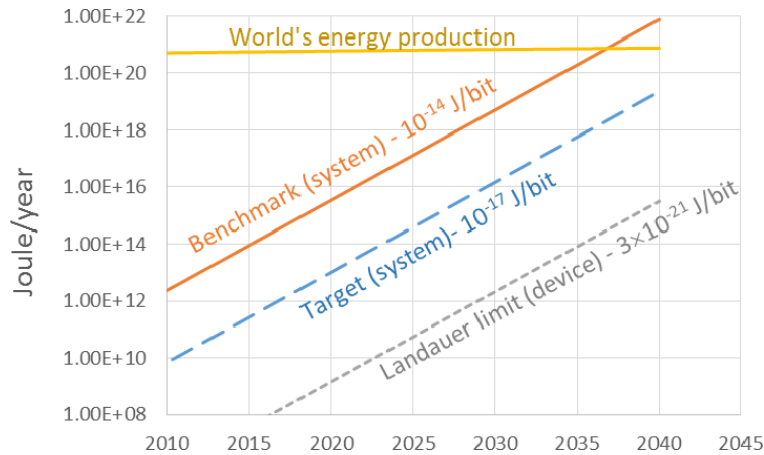


FIGURE 7.1 – Estimation de la puissance électrique nécessaire pour faire fonctionner le parc informatique mondial par rapport à la puissance disponible estimée en 2040 (source [SS15]). Les courbes correspondent aux trajectoires sans aucun progrès technique entre 2015 et 2040 (« Benchmark ») ou si des gains d’efficacité d’un facteur 1000 sont atteints (« Target »), tandis que la courbe « Landauer limit » représente la limite physique en dessous de laquelle il n’est pas possible d’aller.

centes [Fer+18] confirment cette tendance. Même si des efforts réels ont été réalisés – par exemple pour optimiser les *data centers* – l’effet rebond – c.-à-d. l’accroissement des usages rendu possible par l’amélioration de l’efficacité énergétique – en annule tout bénéfice [JRL23].

En informatique mais aussi en traitement du signal et des images – où une part importante des travaux nécessite des ressources de calculs – il me semble nécessaire de faire preuve de « technodiscernement » [Bih21], c.-à-d. corréler l’usage de solutions informatiques énergivores à la valeur ajoutée sociétale ou environnementale qu’elles produisent. Une première difficulté résidera dans la définition du périmètre de cette valeur ajoutée [CTM22]. Supposons qu’un consensus se dégage autour de certaines thématiques, un deuxième challenge résidera probablement non plus à chercher à faire toujours plus précis et performant mais probablement à faire presque aussi bien qu’aujourd’hui avec un usage de plus en plus réduit de ressources<sup>1</sup>, notamment parce que les besoins en énergie électrique vont exploser pour d’autres usages qui sont aujourd’hui majoritairement réalisés avec des énergies fossiles (par exemple : transport, industrie). Une initiative comme BenchOpt<sup>2</sup> [Mor+22] s’inscrit ainsi dans cette tendance en comparant les performances de solveurs sur des problèmes donnés. De même, nos travaux dans [Dor+17a; Yah+19b] suivent cette démarche en comparant des approches de NMF pondérée pour un budget CPU donné. De manière alternative, les travaux dans [Tré20] permettent d’estimer les coûts carbone de techniques de *machine learning* et l’usage alternatif qui pourrait être réalisé avec ce même coût. Une dernière difficulté consistera

1. Les travaux de Dr d’Acremont sont un exemple de voie possible [dAc21] : elle propose une solution très « low-tech » d’aide à la décision en santé, obtenue à partir d’une approche très « high tech » faisant appel à des capteurs connectés, des tablettes informatiques et un apprentissage machine.

2. Voir <https://benchopt.github.io/>.

à éviter l'effet rebond engendré par ces efforts. L'ère de l'Anthropocène étant caractérisée par une succession de progrès techniques et technologiques massivement déployés (par exemple : l'invention de la machine à vapeur – initialement développée pour pomper l'eau au fond des mines de charbon – a permis la révolution industrielle en Angleterre au XVIIIème siècle), je crains qu'il n'y ait pas de solution à ce problème sans une action volontariste du législateur.

Je présente ci-dessous certaines perspectives de mes activités de recherche que je souhaite pouvoir rendre compatibles avec la réflexion ci-dessus.

## 7.2 Quelques perspectives

### 7.2.1 Accélérer la NMF robuste ou rendre robuste la NMF rapide

Nous avons présenté dans le chapitre 4 des méthodes informées de NMF avec :

- un focus sur la robustesse aux valeurs aberrantes pour l'application en partitionnement de sources,
- et un accent sur la vitesse de traitement pour l'application en étalonnage aveugle de capteurs.

Or, les capteurs mobiles bas-coût ont tendance à générer des valeurs aberrantes auxquelles il est nécessaire d'être robuste alors que les problèmes de partitionnement de sources tendent à voir leur dimensions augmenter et nécessitent une validation par bootstrap gourmande en temps de calcul. Il pourrait donc être intéressant de proposer des approches informées à la fois rapides et robustes qui pourraient être communes à ces deux problèmes. Par exemple, nous n'avons pas considéré jusqu'alors l'estimation de la matrice  $W$ . Celle-ci est adaptée par essai-erreur dans la PMF alors que certaines approches de NMF pondérées proposent maintenant de la mettre à jour [Wei+22]. Mettre à jour la matrice  $W$  pourrait ainsi être une solution pour augmenter l'incertitude associée aux valeurs aberrantes présentes dans la matrice de données  $X$  et ainsi rendre robuste les approches de NMF rapides présentées dans le chapitre 5.

### 7.2.2 Optimisation multiobjectif

La formulation de NMF pénalisée (3.3) correspond à un problème scalarisé d'optimisation multiobjectif [Tri+16]. En recherche opérationnelle, ce type de problème se résout classiquement en faisant varier les poids de la fonction de coût  $\lambda_0, \lambda_1, \dots$  sous contrainte de somme à 1 et à chercher le front de Pareto de solutions optimales [Tri+16]. Ainsi plusieurs méthodes de NMF basées sur la recherche d'un front de Pareto<sup>3</sup> ont été proposées [Gon+18; ZH16; GLT+21]. Cependant, tant dans le cadre général de la NMF que de l'optimisation multiobjectif classique, l'unicité de la

---

3. Notons malgré tout l'existence de solutions alternatives récemment proposées [Del+22].

solution n'est pas garantie et combiner des approches évolutionnaires – développées en recherche opérationnelle – à des techniques comprimées et parallélisées de NMF pourrait faire sens pour éviter les minima locaux et accélérer la recherche des fronts de Pareto.

Par ailleurs, lorsque le nombre de termes devient important dans l'expression (3.3) – c.-à-d. supérieur ou égal à  $i \geq 3$  [VBB14] – toute solution tend à devenir Pareto-optimale [VBB14] et nécessite une régularisation *a posteriori*, par exemple en agrégeant des termes qui sont corrélés ou en appliquant une réduction de dimensionalité de type ACP. Récemment, des auteurs ont proposé de contraindre les poids  $\lambda_i$  à être parcimonieux [Tia+19]. Dans le cadre d'une collaboration avec une autre équipe du LISIC experte en optimisation multiobjectif, nous pourrions aller plus loin dans l'exploration des contraintes de parcimonie pour des problèmes multiobjectif, par exemple en considérant la parcimonie des valeurs  $\lambda_i$  comme une fonction objectif elle-même. Cette stratégie pourrait alors être appliquée à un problème de NMF ou de Deep NMF [CZP22].

### 7.2.3 Apprentissage comprimé

Les projections aléatoires sont un moyen simple d'accélérer l'optimisation de calculs lorsque les données sont de faible rang. Les projections aléatoires en flux développées dans la thèse de F. Yahaya [Yah21] semblent une voie intéressante pour l'apprentissage. Il serait malgré tout nécessaire de valider expérimentalement leur apport sur d'autres approches que la NMF (par exemple : décomposition tensorielle, réseaux de neurones), sur d'autres usages [Li+18] et sur des problèmes de plus grande dimension, eux aussi traités en flux. De plus, son utilisation dans un calculateur dédié devrait être implémentée et validée. Cela peut ne pas être immédiat : par exemple, la projection aléatoire réalisée par les calculateurs optiques de la société LightOn<sup>4</sup> [Hes+21] est fixe.

### 7.2.4 Etalonnage aveugle

Lorsque nous avons commencé à nous intéresser à l'étalonnage *in situ* de capteurs mobiles, il n'y avait qu'un tout petit nombre de projets existants autour de la mesure participative de la qualité de l'air. Cela faisait alors sens de développer nos propres capteurs pilotés par un micro-contrôleur de type Arduino. Cependant, depuis quelques années, de nombreux acteurs privés et publics se sont positionnés sur le développement de capteurs miniaturisés et les performances de leurs appareils sont régulièrement évaluées [Kar+19], par exemple via les campagnes « Capt'Air »<sup>5</sup> organisées par le Laboratoire Central de la Surveillance de la Qualité de l'Air (LSCQA) en partenariat avec le réseau des Associations Agréées de Surveillance de la Qualité de l'Air (AASQA).

---

4. Voir <https://www.lighton.ai/>

5. Voir <https://captair-lcsqa.fr/>.

Aujourd’hui, les approches d’étalonnage que nous avons développées (voir chapitre 4) sont toujours pertinentes, notamment parce qu’elles permettent – avec beaucoup de flexibilité – de combiner étalonnage des capteurs et cartographie du phénomène observé. Nous aimerions ainsi pouvoir combiner nos approches à des informations de type modèle dynamique pour générer des cartographies fines de la qualité de l’air, tout en gardant un temps de calcul raisonnable. Cela passerait par le déploiement de capteurs<sup>6</sup> mesurant vitesse et direction du vent – comme celui que nous avons développé (voir chapitre 2) – en plus des capteurs de la qualité de l’air. Nous souhaiterions aussi pouvoir prendre en compte l’évolution de la matrice de paramètres d’étalonnage au fil des scènes. Cela pourrait par exemple être réalisé via des co-factorisations avec des contraintes d’évolution des matrices facteurs entre deux scènes adjacentes.

Ces approches d’étalonnage pourraient trouver d’autres applications. Pour faire face au coût énergétique croissant de l’intelligence artificielle, de nouveaux calculateurs analogiques [HGP18] ou optiques [Sui+20] ont été proposés. En France, notre énergie électrique étant globalement décarbonée, une part importante du coût carbone d’un ordinateur réside dans sa fabrication. Aller vers plus de résilience en augmentant significativement la durée de vie de telles machines apparaît donc particulièrement vertueux. Ces nouveaux calculateurs analogiques risquent de voir leurs propriétés intrinsèques dériver au cours du temps, à cause du vieillissement des matériaux qui le composent. Des approches d’étalonnage – similaires à celles proposées pour les capteurs environnementaux mais adaptées aux modèles de dérive de ces calculateurs – pourraient ainsi numériquement compenser ce vieillissement et permettre d’augmenter la durée de vie des machines. De même, les calculateurs optiques nécessitent des capteurs photo-sensibles qui peuvent non-seulement vieillir mais aussi voir l’apparition de pixels morts. Proposer des approches de calculs optiques robustes aux données manquantes semble là-aussi d’intérêt.

## 7.2.5 Imagerie multi-spectrale

Dans le cadre de la thèse de K. Abbas débutée en juin 2021, nous nous intéressons à l’imagerie multi-spectrale « snapshot ». La dernière partie de sa thèse sera dédiée au développement de nouvelles approches de démixage et dématricage qui tiennent compte de la variabilité spectrale dans les images [Bor+21]. A moyen terme, nous souhaiterions pouvoir traiter des vidéos : par exemple, la détection et le suivi de cibles est un challenge qui est étudié depuis peu par la communauté,<sup>7</sup>. Une des applications visées avec cette caméra consiste à faciliter la détection des œufs de gravelots – ces oiseaux nichant sur les plages de la Côte d’Opale – qui sont menacés par les autres usages des plages comme le tourisme (voir figure 7.2). A terme, nous pourrions imaginer des drones qui

---

6. A terme, le ratio bénéfice / coût des capteurs miniaturisés – qui est une problématique qui intéresse un nombre croissant de chercheurs – devra malgré tout être estimé.

7. Voir par exemple les récents concours à ce sujet : <https://www.hsitracking.com/contest/>.



FIGURE 7.2 – Pancarte d’information installée sur la plage de Sangatte à propos des œufs de gravelots (Source : La Voix du Nord).

survoleraient ces grandes étendues de plage pour détecter ces oiseaux et leurs œufs et faciliter les actions de protection et de prévention.

De plus, dans le cadre du projet OSYNICO, nous avons développé des méthodes de fusion d’images satellitaires Sentinel-2 et Sentinel-3 (voir chapitre 2) pour l’observation de la couleur de l’eau. En observation marine côtière, nous cherchons des images qui vérifient (*i*) une bonne résolution spatiale – pour mieux appréhender les phénomènes physiques complexes qui ont lieu en milieu côtier – (*ii*) une bonne résolution spectrale – pour mieux analyser le milieu biogéochimique (chlorophylle, particules en suspension, etc) – et (*iii*) une bonne résolution temporelle, pour pouvoir détecter des phénomènes très localisés dans le temps comme des blooms de phytoplanctons par exemple. Aucun satellite ne combine toutes ces propriétés, d’où le fait de chercher à fusionner des séries temporelles d’images Sentinel-2 (résolution spatiale de 10 à 60 m, pour 13 bandes spectrales, une acquisition tous les 5 jours) et Sentinel-3 (résolution spatiale de 300 m, 21 bandes spectrales, une acquisition tous les 1.4 jours). Nous avons développé plusieurs approches qui résolvent partiellement ces problèmes mais à ce jour, aucune ne traite en même temps toutes les difficultés du problème. En particulier, pour pouvoir comparer les données satellitaires avec les mesures *in situ* réalisés par les biologistes marins, une étape de correction atmosphérique est appliquée aux données satellitaires, générant des valeurs aberrantes qui perturbent les approches de deep learning que nous avons développées [Alb+22; Cis+22a; Had+].

Enfin, il serait intéressant d’observer les milieux marins côtiers à une échelle intermédiaire entre



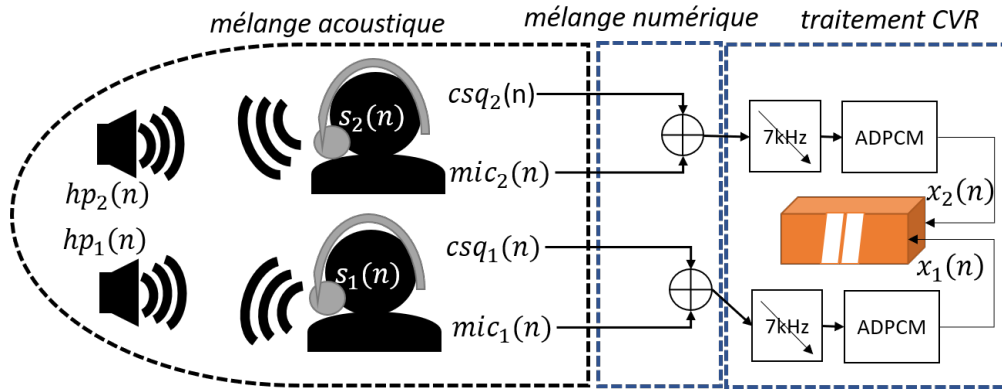


FIGURE 7.3 – Modèle de mélange sonore des micro-casques dans un CVR (source [PBD22]).

le satellite et la mesure *in situ*, par exemple en embarquant une caméra multi-spectrale snapshot sur un drone, un ULM voire un planeur. Ce type de technologie pourrait aussi être utilisé pour la détection et la quantification de micro-plastiques présents en mer [Top+20], en complément d'un drone marin déjà présent au laboratoire.

## 7.2.6 Séparation de sources avec l'humain dans la boucle

Le Bureau d'Enquêtes et d'Analyses pour la sécurité de l'aviation civile (BEA) est l'autorité française en charge des enquêtes de sécurité lors d'incidents ou d'accidents d'aéronefs civils. Le BEA réalise l'exploitation des enregistreurs de vol – connus sous le nom de « boîtes noires » – comptant un enregistreur de conversations (CVR pour *Cockpit Voice Recorder*) et un enregistreur de paramètres (FDR pour *Flight Data Recorder*). L'analyse et la transcription des CVR sont réalisées au bénéfice de l'enquête de sécurité par des enquêteurs spécialisés.

Lors d'incidents de vol ou d'accidents, la conception même du CVR rend très difficile l'intelligibilité des signaux de parole sur les 4 signaux enregistrés. Nous avons commencé à nous intéresser à ce type de signaux sous l'angle d'un problème de SAS dans [BDP22 ; PBD22]. En particulier, nous avons modélisé le modèle de mélange des micro-casques (voir figure 7.3), qui peut être dynamique (à cause des mouvements de tête des pilotes) et qui peut localement se comporter comme un mélange linéaire instantané ou comme un mélange convolutif. De nombreux challenges restent à relever, notamment le traitement conjoint du micro d'ambiance (non-consideré jusqu'alors) et des micros-casques des pilotes. Ce micro d'ambiance fournit des données beaucoup plus bruitées que les micros des pilotes mais à une fréquence d'échantillonnage supérieure. Il peut aussi contenir des signatures acoustiques de phénomènes pouvant expliquer d'éventuelles défaillances de l'aéronef considérées. Cependant, ces signatures sont « cachées » par les autres signaux audio qui sont aussi présents dans les enregistrements des micro-casques.

Par ailleurs, les résultats dans [BDP22] montrent que les approches de NMF et de SCA four-

nissent des performances complémentaires et il pourrait être intéressant d'intégrer l'analyste audio dans la boucle de séparation en lui demandant son avis. En particulier, les approches de SCA couplées à du masquage temps-fréquence peuvent générer un bruit musical assez fort qui ne rend pas les signaux de parole intelligibles. Cependant, ces mêmes approches permettent aussi d'indiquer quels points temps-fréquence sont associés de manière presque sûre à quelle source. Utiliser cette information dans une autre approche de séparation de sources pourrait s'avérer utile pour améliorer les performances de SAS.

### **7.2.7 Sciences de gestion**

Comme présenté dans le chapitre 2, nous développons une plateforme, nommée QLAPP<sup>8</sup>, d'enquêtes en sciences de gestion. Cette plateforme permet de questionner un panel de répondants volontaires via leur téléphone portable et un serveur web. Les questionnaires peuvent par exemple permettre de mieux appréhender certains sentiments comme le bien-être au travail [SC21] et de proposer de nouvelles pratiques managériales permettant d'améliorer les conditions de travail. Un des objectifs du projet QLAPP consiste à enrichir les réponses de ces répondants de certaines mesures de leurs smartphones – pouvant par exemple fournir des informations complémentaires organisées sous forme de graphe – pour affiner la compréhension des comportements détectés via les réponses aux questionnaires. Par ailleurs, dans les études longitudinales – c.-à-d. au cours du temps – l'absence ponctuelle de réponse d'un ou de plusieurs répondants peut poser problème aux méthodes d'analyse classiquement utilisées en sciences de gestion.

---

8. Voir <https://qlapp.org>.

## **Annexes : sélection de publications**

## **Annexe A**

# **Filtering-based endmember identification method for snapshot spectral images**

K. Abbas, M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel (2022, September). *Filtering-based endmember identification method for snapshot spectral images*, In *2022 12th Workshop on Hyperspectral Imaging and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*.

# FILTERING-BASED ENDMEMBER IDENTIFICATION METHOD FOR SNAPSHOT SPECTRAL IMAGES

*Kinan Abbas, Matthieu Puigt, Gilles Delmaire, and Gilles Roussel*

Univ. Littoral Côte d’Opale, LISIC – UR 4491, F-62219 Longuenesse, France

## ABSTRACT

In this paper, we propose a new endmember estimation method for snapshot spectral imaging (SSI) systems using Fabry-Perot filters. Indeed, such systems only provide a part of the spectral content of a classical multi- or hyperspectral camera and restoring the full hyperspectral datacube from an SSI matrix is named “demosaicing”. However, it was recently shown that a joint unmixing and demosaicing method allowed a much better unmixing performance than a two-stage approach consisting of a demosaicing step followed by an unmixing one. In this paper, we propose a new approach to estimate endmembers from the SSI image without requiring a demosaicing step. It inverts the Fabry-Perot filters and extends the “pure pixel” framework to the SSI sensor patch level, that we name the “pure patch” assumption. Our experiments show that our proposed scheme significantly outperforms state-of-the-art methods in terms of endmember estimation accuracy.

**Index Terms**— Snapshot Spectral Imaging, Endmember Identification, Fabry-Perot Filter Inversion, Rank-one Approximation, Pure Patch Assumption

## 1. INTRODUCTION

An essential issue that hyperspectral imaging (HSI) sensors have to handle is how to collect the four-dimensional HSI data—i.e., two spatial, one spectral, and one temporal dimensions—utilizing a single detector, i.e., a 1D-array or 2D-plane detectors. Thus, different strategies in HSI acquisition designs have emerged from the disparity between detector demands and available dimensionality, leading to spatial, spectral, and frame scanning architectures [1]. Regardless of the approach, the main potential of all the methods is acquiring images with a high spectral, spatial, and temporal resolution. However, a shared characteristic among all scenarios is the need for repetitive scanning of the scene and the acquisition of many exposures (frames) to capture the complete spatio-spectral resolution data cube. Moreover, the need for miniaturization of the imaging systems

implies that novel designs should seek to be without mechanical parts—such as moving mirrors—since they increase the complexity of the designs. Therefore, a new generation of HSI imaging architectures—known under the name Snapshot Spectral Imaging (SSI)—has been proposed to overcome the previously mentioned issues [2]. Among the recent strategies which emerged, compressive coded-aperture SSI (CASSI) systems [3] and SSI cameras using Fabry-Perot filters (FPfs) [4] only provide a 2-D image which is obtained from the 3-D HS data. With both cameras, a post-processing technique known as “demosaicing” must be applied to estimate the full HS data cube. However, the proposed methods significantly differ with respect to the chosen sensing technology. In this paper, we focus on the cameras using FPfs.

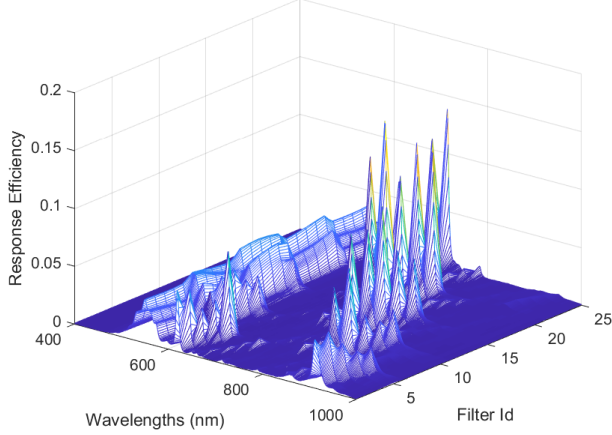
Traditional demosaicing methods use spatial and/or spectral correlation and are based on Weighted Bilinear interpolation (WB) [5], Binary Tree-Based Generic Demosaicing (BTES) [6], Iterative Spectral Difference (ItSD) [7], a pseudo-panchromatic image (PPID) [8], structural and adaptive nonlocal optimization (SaND) [9], and graph-regularized low-rank matrix completion (GRMR) [10]. More recently, deep learning methods have been proposed [11–14].

Once the 3-D HS image has been restored from the 2-D SSI one, we can apply any postprocessing technique of interest. In particular, extracting the spectral signatures of all the materials—aka endmembers—which are present in an observed scene is a very classical problem known as *unmixing*. Specifically, popular unmixing methods assume that for each endmember, there is at least one spatial pixel which contains the correspondent material only, such that the observed spectrum is equal to the endmember. The most widely used algorithms are the vertex component analysis (VCA) [15], N-FINDR [16], the pixel purity index (PPI), and the sequential maximum angle convex cone (SMACC) [1].

However, according to the authors in [10], performing classification after demosaicing SSI images provides a poor classification performance. Furthermore, in [17], we found that a two-stage strategy—which consists of first demosaicing an SSI image and then unmixing it—was much less accurate than jointly demosaicing and unmixing the same SSI data. In particular, we showed that our proposed approach—which was solving a low-rank matrix completion problem using a locally-rank-1 weighted nonnegative matrix factor-

---

This work was partly funded by the Région Hauts-de-France. Experiments presented in this paper were carried out using the CALCULCO computing platform, supported by SCoSI/ULCO.



**Fig. 1.** Spectral response of the 25 spectral filters of the  $5 \times 5$  mosaic Photon Focus SSI camera in the 400–1000 nm range.

ization framework and which is named K-means patch-based weighted non-negative matrix factorization (KPWNMF)—was providing much better estimates of the endmembers than the two-stage approaches while still providing a slightly better demosaicing performance.

In this work, we propose a novel approach to estimate endmembers from the SSI image. It significantly differs from [17] for the following reasons. Firstly, instead of a low-rank matrix completion framework, we here propose to invert the Fabry-Perot filters to recover the spectral content from “patches” of the SSI image. Then, we relax the abundance sparsity assumption needed in [17]: we here assume that the previously recovered spectra may be seen as linear mixtures of the endmembers and that some of the patches only contained one material, i.e., we extend the “pure pixel” idea to the patch level. The VCA algorithm is then used to derive the final endmembers, while the abundances can then be estimated using the method in [17]<sup>1</sup>.

The remainder of the paper is organized as follows. We introduce the SSI camera and the problem we aim to solve in Section 2. Then, section 3 presents our proposed method, whose performance is investigated in Section 4. We lastly conclude and introduce future work direction in Section 5.

## 2. PROBLEM STATEMENT

This section defines the SSI acquisition system and the problem we aim to solve. The SSI camera acquires a two-dimensional image of  $m \times n$  pixels for each exposure, where  $m$  and  $n$  are the numbers of horizontal and vertical pixels, respectively. Moreover, the camera is assumed to observe  $k$  spectral bands. In practice, the considered SSI technology is based on a mosaic of FPFs which consist of  $\sqrt{k} \times \sqrt{k}$  patches

<sup>1</sup>This is the reason why we only focus on the endmember estimation in this paper.

which are repeated along the sensor surface<sup>2</sup>. In the ideal scenario, an FPF allows the light from a minimal spectral range to propagate to a sensor and stops the light outside this range. However, these filters present additional harmonics around each wavelength of interest in the real implementation, as shown in Fig. 1. Fortunately, these filters are known and provided by the camera manufacturer [4].

In the remainder of this section, we focus on a single patch of FPFs. Denoting  $y_i(\lambda_i)$  the  $i$ -th SSI pixel of the considered patch—assumed to theoretically observe the spectral information at  $\lambda_i$  nm—we get:

$$y_i(\lambda_i) = \sum_{j=1}^k h_i(\lambda_j) \cdot x_i(\lambda_j) + \omega_i, \quad (1)$$

where  $h_i(\lambda)$  is the FPF associated with Pixel  $i$ ,  $x_i(\lambda)$  is the plain spectrum to be observed on Pixel  $i$ , and  $\omega_i$  is some additive noise. Moreover, assuming a linear mixture model, the observed spectrum can be written as a mixture of endmembers, i.e.,

$$x_i(\lambda) = \sum_{l=1}^p g_{il} f_l(\lambda), \quad (2)$$

where  $p$  is the number of endmembers present in the observed scene,  $f_l(\lambda)$  denotes the  $l$ -th endmember, and  $g_{il}$  its associated abundance proportion in Pixel  $i$  with

$$\forall l = 1, \dots, p, 0 \leq g_{il} \leq 1 \quad \text{and} \quad \sum_{l=1}^p g_{il} = 1. \quad (3)$$

In this paper, we aim to estimate the  $p$  endmembers  $f_l(\lambda)$  from the SSI image using Eqs. (1) and (2).

## 3. PROPOSED METHOD

We now introduce our proposed method. First of all, let us emphasize the fact that inverting the  $k$  FPFs  $h_i(\lambda)$  in Eq. (1) is ill-posed. In order to estimate the endmembers, we need to add additional assumptions. We first assume that in some patches, the matrix  $X$  which is defined over the considered patch as

$$X \triangleq \begin{bmatrix} x_1(\lambda_1) & \dots & x_1(\lambda_k) \\ \vdots & & \vdots \\ x_k(\lambda_1) & \dots & x_k(\lambda_k) \end{bmatrix} \quad (4)$$

is approximately rank-1, i.e.,  $\forall j = 1, \dots, k$ , for any given indices  $i_0$  and  $i_1$ ,  $x_{i_0}(\lambda_j) \approx x_{i_1}(\lambda_j)$ . Such an assumption is valid for miniaturized SSI systems which can be quite close to the area they tend to observe. For the sake of readability, we drop the indices and reduce the matrix  $X$  to a single vector  $\underline{x} = [x(\lambda_1), \dots, x(\lambda_k)]$ . Denoting  $^T$  the transposition,

$$\underline{y} \triangleq [y_1(\lambda_1), \dots, y_k(\lambda_k)]^T, \quad (5)$$

<sup>2</sup>Typical values of  $k$  are 16 or 25, such that the patch is of size  $4 \times 4$  or  $5 \times 5$ , respectively. Moreover,  $m$  and  $n$  are both proportional to  $\sqrt{k}$ .

the vector of the  $k$  observed pixels in a patch,  $\underline{\omega} \triangleq [\omega_1, \dots, \omega_k]^T$  the associated vector of additive noise, and

$$H \triangleq \begin{bmatrix} h_1(\lambda_1) & \dots & h_1(\lambda_k) \\ \vdots & & \vdots \\ h_k(\lambda_1) & \dots & h_k(\lambda_k) \end{bmatrix} \quad (6)$$

the matrix of FPfs, we get

$$\underline{y} = H \cdot \underline{x}^T + \underline{\omega}. \quad (7)$$

Our approach thus reads as follows. For each patch, we first aim to recover a tentative spectrum  $\underline{x}$  from Eq. (7). In practice, as the matrix  $H$  can be ill-conditioned<sup>3</sup>, we aim to solve a penalized optimization problem, i.e.,

$$\min_{\underline{x} \geq 0} \frac{1}{2} \|\underline{y} - H \cdot \underline{x}^T\|_2^2 + \frac{\alpha}{2} \|D \cdot \underline{x}^T\|_2^2, \quad (8)$$

where  $D$  is the square matrix accounting for the discrete derivative of the spectrum  $\underline{x}$ , and  $\alpha$  stands for the penalization term. Eq (8) is a quadratic problem which can be rewritten as [18]

$$\min_{\underline{x} \geq 0} \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} \underline{y} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} H \\ \sqrt{\alpha} D \end{pmatrix} \cdot \underline{x}^T \right\|_2^2. \quad (9)$$

In practice, the error value  $\|\underline{y} - H \cdot \hat{\underline{x}}\|_2$ —where  $\hat{\underline{x}}$  is the estimated spectrum obtained from Eqs. (8) or (9)—provides a measure of rank-one approximation. Indeed, if in Eq. (7) the content of  $X$  cannot be approximated by a single vector, then  $\|\underline{y} - H \cdot \hat{\underline{x}}\|_2$  will be high. On the contrary, it will be low if the rank-one approximation is a valid assumption. By only keeping the estimated vectors linked with the lowest errors—say  $q$  vectors—we get a  $q \times k$  data matrix  $\mathbb{X}$  where the FPf effects are removed. Let us recall that these  $q$  vectors are associated with  $q$  patches which are approximately rank-1. In practice, such a situation may be met if (i) only one endmember is active over the patch, or (ii) the abundance proportions are constant over the patch. The first scenario may be seen as a patch extension of the “pure pixel assumption” [1]—that we call “pure patch assumption”—while the second means that several endmembers are present in similar proportions over the patch.

Denoting  $G$  and  $F$  the  $q \times k$  and  $k \times k$  matrices of abundances and endmembers associated with the  $q$  rank-1 patches, we get a simple linear mixing relationship

$$\mathbb{X} \approx G \cdot F. \quad (10)$$

In this paper, we further assume that at least one pure patch exists for each endmember to estimate. This means that Eq. (10) can be solved by any unmixing method using the pure patch assumption. In order to show the proof of concept,

<sup>3</sup>For example, the  $5 \times 5$  filter matrix  $H$  using real FPfs in [10] has two rows which are almost null.

we use VCA [15]. Algorithm 1 shows the whole structure of the approach, named FPVCA for Filter Patch-based VCA.

At this stage, let us stress again that due to the fact that a miniaturized SSI camera may be placed very close to an area to observe, the rank-1 and the pure patch assumptions are not very constraining. Moreover, we would like to emphasize the differences between this method and the one we proposed in [17]: our previous work was using a weighted matrix factorization framework, which significantly differs from the filter inversion strategy used in this paper. Moreover, contrary to [17], we do not assume all the rank-one patches to be pure.

---

#### Algorithm 1 Filter Patch-based Vertex Component Analysis

---

**Input:**

the SSI matrix

$p$  the number of endmembers

$H$  the harmonics matrix

$\alpha$  the regularization parameter

**Output:**

$F$  the estimated endmember matrix

**Processing:**

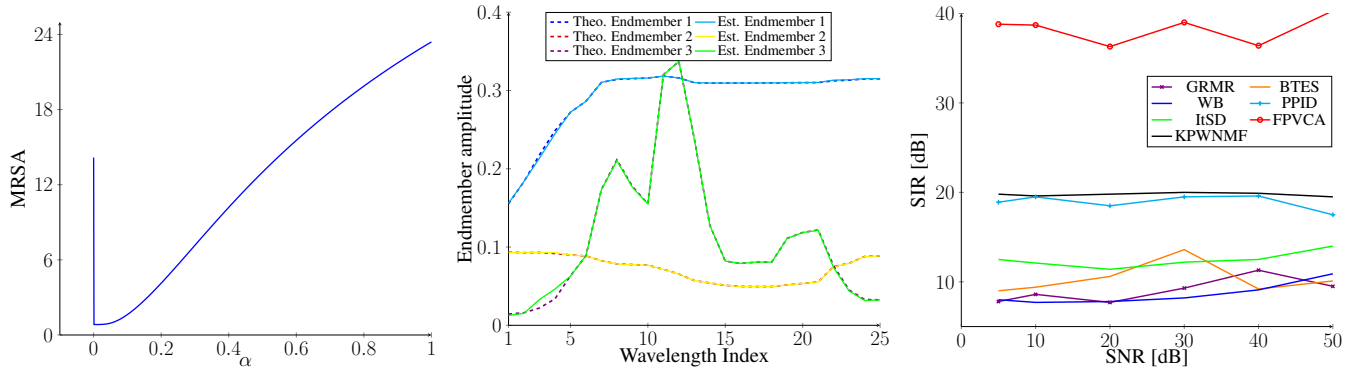
- 1: **for**  $r = 1$  **to** nb\_patches **do**
  - 2:   Let  $\underline{y}_r$  the SSI vector linked to Patch  $r$
  - 3:   Estimate  $\underline{x}$  using Eq (9)
  - 4:   **if**  $\|\underline{y}_r - H\underline{x}\|_2$  is “low-enough” **then**
  - 5:     Add  $\underline{x}$  as a new line of  $\mathbb{X}$
  - 6:   **end if**
  - 7: **end for**
  - 8:  $F = \text{VCA}(\mathbb{X}, p)$
- 

## 4. EXPERIMENTS AND RESULTS

Experiments are conducted using SSI simulations on the spheric image, which is generated using the HYDRA toolbox [19]. It has  $128 \times 128$  pixels with three endmembers, i.e., water, concrete, and metal. The image satisfies abundance sum-to-one and abundance non-negativity constraints. Moreover, for each endmember, we generate one spatial area where only this one is present, so that the pure patch assumption is satisfied. We consider  $4 \times 4$  and  $5 \times 5$  spectral filter patterns for ideal filters—where Eq. (1) reduces to  $y_i(\lambda_i) = x(\lambda_i)$ <sup>4</sup>—and real FPfs—whose responses are provided by IMEC and used in [10]—and we randomly select either  $k = 16$  or 25 spectral bands out of the available ones. Lastly, we only keep for generating  $\mathbb{X}$  the vectors  $\underline{x}$  such that the rank-one approximation error  $\|\underline{y} - H\underline{x}\|_2$  is below or equal to the average of these errors computed over all the patches.

We compare the performance achieved by our proposed FPVCA method with our previously proposed KPWNMF approach [17] and five 2-step demosaicing-then-unmixing

<sup>4</sup>In that case, it is not possible to solve Eq. (8). We just generate  $\underline{x}$  by replicating the SSI values and we set  $\|\underline{y} - H\underline{x}\|_2 = 0$ .



**Fig. 2.** Left: Influence of the regularization parameter  $\alpha$  on the reached MRSA value. Center: Estimated spectra in case of real filter of size  $5 \times 5$ . Right: SIRs obtained with the  $5 \times 5$  real filter with respect to additive noise.

methods. For the latter, we consider five state-of-the-art demosaicing methods—i.e., GRMR [10], BTES [6], WB [5], PPID [8], and ItSD [7]—while in the second step, we extract the endmembers in the restored datacube using the VCA algorithm. As a consequence, all the considered methods should take advantage of the presence of pure pixels.

To assess the performance of the tested methods, we compare the quality of the restored spectra using the Signal-to-Interference Ratio (SIR, reported in dB) and Mean-Removed Spectral Angle (MRSA) computed over the rows of  $F$ . The MRSA measures how close two endmembers are (neglecting scaling and translation) [20]. We first investigate the influence of  $\alpha$  on the estimation of the endmembers. The left plot of Fig. 2 shows the MRSA with respect to the value of  $\alpha$  in the case of a  $5 \times 5$  filter. We see that a small value of  $\alpha$  (typically,  $0.001 \leq \alpha \leq 0.02$ ) allows a much lower MRSA than no regularization ( $\alpha = 0$ ). Then, when  $\alpha$  gets higher, the error is increased. In the remainder of the tests, we set this parameter to  $\alpha = 0.005$ .

Table 1 provides the average SIR and MRSA of the estimated spectra achieved by the various methods in noiseless mixtures. This table shows that the unmixing performance obtained with our proposed FPVCA method is always much better than the other methods. This is probably because all the tested 2-stages approaches introduce some datacube estimation errors that affect the quality of the estimated spectra. Moreover, the performance of our previously proposed KPWNMF approach is slightly better than the SotA other methods but still much lower than FPVCA. This may be due to the fact that the abundance sparsity assumption in [17]—i.e., all the rank-one patches are pure patches—is not necessarily satisfied in these simulations. Still, KPWNMF assumes all the vectors in  $\mathbb{X}$  to be close to the true endmembers and estimates the latter using K-means. Such a clustering algorithm may be affected by the spectra obtained from non-pure patches, which lowers the KPWNMF performance.

Please also note the drop of SIR in the case of  $5 \times 5$  real filters. While our proposed FPVCA approach still out-

**Table 1.** Average SIR and MRSA (into brackets) values for the considered experiment. In bold: the best values

|               | 4 x 4 patch      |                    | 5 x 5 patch        |                   |
|---------------|------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
|               | Ideal Filter     | Real Filter        | Ideal Filter       | Real Filter       |
| <b>GMRM</b>   | 61.6 (4.0)       | 56.7 (4.8)         | 10.2 (4.0)         | 11.5 (3.6)        |
| <b>BTES</b>   | 58.2 (4.4)       | 55.5 (4.9)         | 9.5 (4.4)          | 9.7 (4.5)         |
| <b>WB</b>     | 61.4 (3.8)       | 57.7 (4.9)         | 11.7 (3.8)         | 12.2 (3.9)        |
| <b>PPID</b>   | 73.1 (2.3)       | 63 (3.7)           | 28 (2.3)           | 16.3 (4.2)        |
| <b>ItSD</b>   | 61.2 (4.8)       | 58.6 (4.6)         | 14.6 (4.8)         | 14.8 (4.8)        |
| <b>KPWNMF</b> | 77.8 (2.2)       | 64.3 (4.8)         | 31.8 (2.2)         | 19.2 (4.0)        |
| <b>FPVCA</b>  | <b>253.0 (0)</b> | <b>253.0 (0.0)</b> | <b>246.0 (0.0)</b> | <b>67.4 (0.8)</b> |

performs the other methods, its performance decrease is due to the fact that  $H$  is severely ill-conditioned. The proposed Tikhonov regularization serves to correct the effect of the matrix  $H$ . Furthermore, the angle between the estimated spectra and the real one is small, and they tend to be almost identical, as shown in the central plot of Fig. 2.

Lastly, the influence of additive noise is shown on the right plot of Fig. 2, for the  $5 \times 5$  real filter. All the tested methods are rather stable to the additive noise but the reached performance is lower than in the noiseless case. Still, our proposed FPVCA approach significantly outperforms all the tested methods, which shows the relevance of our work.

## 5. CONCLUSION AND DISCUSSION

In this paper, we proposed a new method for estimating endmembers from SSI images. It works on an SSI patch level and it mainly consists of finding rank-one patches and of restoring the spectral content from the latter. Then, any unmixing method assuming pure pixels—e.g., VCA—can be applied to the collected data. The proposed method significantly outperforms all the tested 2-stage approaches—which consist of applying any demosaicing method to restore the original datacube, and then of applying the same unmixing method as our proposed approach—but also a specific joint unmixing and



demosaicing method that we previously proposed. In future work, we aim to investigate the use of our proposed method on real SSI data. We will also investigate its demosaicing performance. We further aim to extend it to the case when the FPFs are not constant over the sensor surface [18] and when some endmember spectral variability is met in the acquisition process.

## 6. REFERENCES

- [1] J. M. Bioucas-Dias, A. Plaza, N. Dobigeon, M. Parente, Q. Du, P. Gader, and J. Chanussot, "Hyperspectral unmixing overview: Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches," *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens.*, vol. 5, pp. 354–379, Apr. 2012.
- [2] N. A. Hagen and M. W. Kudenov, "Review of snapshot spectral imaging technologies," *Optical Engineering*, vol. 52, no. 9, p. 090901, 2013.
- [3] G. R. Arce, D. J. Brady, L. Carin, H. Arguello, and D. S. Kittle, "Compressive coded aperture spectral imaging: An introduction," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 31, no. 1, pp. 105–115, 2013.
- [4] B. Geelen, C. Blanch, P. Gonzalez, N. Tack, and A. Lambrechts, "A tiny VIS-NIR snapshot multispectral camera," in *Advanced Fabrication Technologies for Micro/Nano Optics and Photonics VIII* (G. von Freymann, W. V. Schoenfeld, R. C. Rumpf, and H. Helvajian, eds.), SPIE, Mar. 2015.
- [5] J. Brauers and T. Aach, "A color filter array based multispectral camera," in *12. Workshop Farbbildverarbeitung* (G. C. Group, ed.), (Ilmenau), October 5-6 2006.
- [6] L. Miao, H. Qi, R. Ramanath, and W. Snyder, "Binary tree-based generic demosaicking algorithm for multispectral filter arrays," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 15, pp. 3550–3558, Nov. 2006.
- [7] J. Mizutani, S. S. Ogawa, K. Shinoda, M. Hasegawa, and S. Kato, "Multispectral demosaicking algorithm based on inter-channel correlation," in *Proc. IEEE VCIP'14*, pp. 474–477, 2014.
- [8] S. Mihoubi, O. Losson, B. Mathon, and L. Macaire, "Multispectral demosaicing using pseudo-panchromatic image," *IEEE Trans. Comput. Imaging*, vol. 3, pp. 982–995, Dec. 2017.
- [9] L. Bian, Y. Wang, and J. Zhang, "Generalized MSFA engineering with structural and adaptive nonlocal demosaicing," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 30, pp. 7867–7877, 2021.
- [10] G. Tsagakatakis, M. Bloemen, B. Geelen, M. Jayapala, and P. Tsakalides, "Graph and rank regularized matrix recovery for snapshot spectral image demosaicing," *IEEE Trans. Comput. Imaging*, vol. 5, pp. 301–316, June 2019.
- [11] K. Dijkstra, J. van de Loosdrecht, L. R. B. Schomaker, and M. A. Wiering, "Hyperspectral demosaicking and crosstalk correction using deep learning," *Machine Vision and Applications*, vol. 30, pp. 1–21, July 2018.
- [12] T. A. Habtegebrial, G. Reis, and D. Stricker, "Deep convolutional networks for snapshot hypercpectral demosaicking," in *Proc. IEEE WHISPERS'19*, Sept. 2019.
- [13] Z. Pan, B. Li, H. Cheng, and Y. Bao, "Joint demosaicking and denoising for CFA and MSFA images using a mosaic-adaptive dense residual network," in *Computer Vision – ECCV 2020 Workshops*, pp. 647–664, Springer International Publishing, 2020.
- [14] K. Feng, Y. Zhao, J. C.-W. Chan, S. Kong, X. Zhang, and B. Wang, "Mosaic convolution-attention network for demosaicing multispectral filter array images," *IEEE Trans. Comput. Imaging*, vol. 7, pp. 864–878, 2021.
- [15] J. M. P. Nascimento and J. M. Bioucas-Dias, "Vertex component analysis: a fast algorithm to unmix hyperspectral data," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 43, no. 4, pp. 898–910, 2005.
- [16] M. E. Winter, "N-FINDR: An algorithm for fast autonomous spectral end-member determination in hyperspectral data," in *Imaging Spectrometry V*, vol. 3753, pp. 266–275, International Society for Optics and Photonics, 1999.
- [17] K. Abbas, M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel, "Méthode de démixage et dématricage conjoints fondée sur la complétion de rang un pour les images multispectrales "snapshot"," in *Proc. of GRETSI*, 2022.
- [18] P. Chatelain, G. Delmaire, M. Puigt, and G. Roussel, "Inversion de réseaux de filtres de Fabry-Perot pour la restauration de cubes hyperspectraux," in *Proc. of GRETSI*, Sept. 2022.
- [19] Grupo de Inteligencia Computacional, UPV/EHU, "Hyperspectral imagery synthesis (EIAs) toolbox." [http://www.ehu.es/ccwintco/index.php/Hyperspectral\\_Imagery\\_Synthesis\\_tools\\_for\\_MATLAB](http://www.ehu.es/ccwintco/index.php/Hyperspectral_Imagery_Synthesis_tools_for_MATLAB), Last accessed: 2022-02-25.
- [20] N. Gillis and S. A. Vavasis, "Semidefinite programming based preconditioning for more robust near-separable nonnegative matrix factorization," *SIAM Journal on Optimization*, vol. 25, pp. 677–698, Jan 2015.

## **Annexe B**

# **Random projection streams for (weighted) nonnegative matrix factorization**

F. Yahaya, M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel (2021, June). Random projection streams for (weighted) nonnegative matrix factorization. In *2021 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)* (pp. 3280-3284). IEEE.

# RANDOM PROJECTION STREAMS FOR (WEIGHTED) NONNEGATIVE MATRIX FACTORIZATION

Farouk Yahaya, Matthieu Puigt, Gilles Delmaire, and Gilles Roussel

Univ. Littoral Côte d’Opale, LISIC – EA 4491, F-62228 Calais, France

## ABSTRACT

Random projections recently became popular tools to process big data. When applied to Nonnegative Matrix Factorization (NMF), it was shown that, in practice, with the same compression level, structured random projections were more efficient than classical strategies based on, *e.g.*, Gaussian compression. However, as they are data-dependent, they remain costly and might not fully benefit from recent very fast random projection techniques. In this paper, we thus investigate an alternative framework to structured random projections—named *random projection streams* (RPS)—which (i) are based on classical random compression strategies only—and are thus data-independent—and (ii) can benefit from the above fast techniques. We experimentally show that, under some mild conditions, RPS allow the same NMF performance as structured random projection along iterations. We also show that even a CPU implementation of Gaussian Compression Streams allows a faster convergence than structured random projections when applied to weighted NMF.

**Index Terms**— Random projections, Big data, Nonnegative Matrix Factorization, Weighted Nonnegative Matrix Factorization, Compressive learning

## 1. INTRODUCTION

Dimension reduction techniques are the linchpin for solving problems involving high dimensional data. They can capture most of the important features of the underlying high dimensional data while providing the benefit of mapping onto a much lower dimensional space, due to their computational intricacies and geometric properties. Among the numerous existing techniques, those based on randomized linear algebra [1, 2] were shown to be particularly efficient.

In particular, they were successfully combined with Nonnegative Matrix Factorization (NMF) [3–8]—and its weighted extension [9]—under the name of *compressive* or *compressed* NMF. More precisely, it was experimentally shown in [5] that *structured* random compression—based on Randomized Power Iteration (RPI)—was far more efficient than classical Gaussian Compression (GC) when applied to NMF, for a similar compression level. Indeed, RPIs enhance the low-rank structure of the data matrix, which is a major assumption behind NMF, while GC is data-independent. However, while several strategies have been proposed to speed-up GC—*e.g.*, CountGauss [10] or specific hardware [11]—RPIs still suffer from a high computational cost because of its data-dependent nature. This analysis remains true when considering a stable extension of RPIs named Randomized Subspace Iterations (RSIs) [1] that were combined with NMF in [7]. In this paper, we propose a new paradigm named Random Projection Streams (RPS) in which we assume the

data-independent random projection matrices to be of infinite size and to be processed as streams where only a subset of the random projection matrices are processed<sup>1</sup>. In practice, RPS allow a similar performance as RPIs/RSIs under some mild conditions.

## 2. ANALYSIS OF COMPRESSED (WEIGHTED) NMF

### 2.1. Principles of Compressed NMF

NMF is a popular signal and image processing / machine learning tool which was successfully applied to many fields, *e.g.*, hyperspectral unmixing [13], or environmental data processing [14]. NMF consists of estimating two  $n \times p$  and  $p \times m$  nonnegative matrices  $G$  and  $F$ , respectively, from a  $n \times m$  nonnegative matrix  $X$  such that [15, 16]

$$X \simeq G \cdot F. \quad (1)$$

While several cost functions and additive constraints have been proposed to that end, in its basic form involving the Frobenius norm  $\|\cdot\|_{\mathcal{F}}$ , NMF usually consists of solving alternating subproblems, *i.e.*,

$$\hat{G} = \arg \min_{G \geq 0} \|X - G \cdot F\|_{\mathcal{F}}, \quad (2)$$

$$\hat{F} = \arg \min_{F \geq 0} \|X - G \cdot F\|_{\mathcal{F}}, \quad (3)$$

When  $X$  is large, several strategies have been proposed to speed-up the updates, *e.g.*, distributed [17] or online [12] computations, fast solvers [18], or randomized techniques [5].

---

### Algorithm 1 Compressed NMF strategy.

---

**Require:** initial and compression matrices  $G, F, L$ , and  $R$ .

Define  $X_L \triangleq L \cdot X$  and  $X_R \triangleq X \cdot R$

**repeat**

  Define  $F_R \triangleq F \cdot R$

  Solve (2) by resp. replacing  $X$  and  $F$  by  $X_R$  and  $F_R$

  Define  $G_L \triangleq L \cdot G$

  Solve (3) by resp. replacing  $X$  and  $G$  by  $X_L$  and  $G_L$

**until** a stopping criterion

---

Actually, several randomized strategies were proposed in the literature. In [3], the authors assumed that  $X$  is low-rank and can be replaced by a product  $A \cdot B$  which helps the NMF factors to be cheaper to update, and which can be efficiently computed using randomized SVD. In [4], the authors introduced the concept of *dual random compression* described in Algorithm 1. The key idea consists of noticing that compressing  $X$  by a projection on the left or

---

F. Yahaya gratefully acknowledges the Région Hauts-de-France to partly fund his Ph.D. fellowship. Experiments presented in this paper were carried out using the CALCULCO computing platform, supported by SCoSI/ULCO.

<sup>1</sup>RPS thus significantly differ from classical streaming data processing, *e.g.*, [12]. Indeed, the latter assumes to see a subset of the data matrix at each iteration—*i.e.*, the data to process evolve with time—while this not necessarily the case for the former.

the right side still allows to estimate the full matrix  $F$  or  $G$ , respectively. Compressing  $X$  on the left side (resp. right side) is done by left-multiplying it by a  $(p+\nu) \times n$  matrix  $L$  (resp. right-multiplying it by a  $m \times (p+\nu)$  matrix  $R$ ), where  $\nu$  is an oversampling parameter such that  $p+\nu \ll \min\{n, m\}$ . The difficulty then lies in designing efficient matrices  $L$  and  $R$ : the authors in [4] used scaled Gaussian realizations as tentative compression matrices, thus following the general proof of the Johnson-Lindenstrauss Lemma (JLL) [19] on which is built the theory of random projections. The authors in [5,6] then found that adding some structure on the compression matrices allows a much better NMF performance (with different tested solvers). To that end, they used RPIs [1]. To compute  $L$ , RPIs read

$$L \triangleq \text{QR} \left( (XX^T)^q \cdot X \cdot \Omega_L \right)^T, \quad (4)$$

where  $\Omega_L \in \mathbb{R}^{m \times (p+\nu)}$  is a scaled Gaussian random matrix—with  $\nu$  set to a small value (e.g.,  $\nu = 10$  in [5])—and  $q$  is a small integer (e.g.,  $q = 4$  in [5]).  $L$  captures the range of the columns of  $X$ . Indeed, when  $q = 0$ ,  $L$  is an orthogonal matrix obtained by a randomized QR decomposition of  $X$ . However, when  $X$  is a noisy low-rank data matrix, its singular values may slowly decay and computing  $(XX^T)^q$  with  $q > 0$  allows to significantly increase their decay, hence enforcing the low-rank structure of  $X$ . Combining NMF with RPIs was further extended in [7] where the authors used RSIs, *i.e.*, a round-off-error stable alternative to RPIs [1]. Lastly, the authors in [8] assumed to only observe  $X_L$ .  $F$  and  $G_L$  could then be estimated from  $X_L$ . Assuming the columns of  $G$  to be sparse w.r.t a known dictionary, they could then be estimated from  $G_L$ .

## 2.2. Analysis of Major Random Compression Techniques

At this stage, it should be noticed that computing random projections is costly. Indeed, deriving  $X_L$  in Algorithm 1 requires  $m(p+\nu)(2n-1)$  operations. Several alternatives to GC have thus been proposed. For example, (Very) Sparse Random Projections—(V)SRPs—were proposed in [20] and [21], respectively. They replace the Gaussian matrix by a random matrix containing three possible values, *i.e.*, in the case when the compression matrix is  $L$ , each entry  $l_{ij}$  of  $L$  is defined as

$$l_{ij} = \sqrt{s} \cdot \begin{cases} 1 & \text{with prob. } 1/(2s), \\ 0 & \text{with prob. } (s-1)/s, \\ -1 & \text{with prob. } 1/(2s), \end{cases} \quad (5)$$

where  $s$  is set to  $s = 1, 3$  [20] or  $s \gg 3$  [21]. As most of the entries of  $X$  are multiplied by zero when  $s \geq 3$  and as the product by  $\sqrt{s}$  may be delayed, computing (V)SRP is much less expensive than GC while being asymptotically equivalent to GC when the dimension of the data is large [21]. However, to the best of our knowledge, these projections techniques were never applied to NMF.

Another popular randomized dimension reduction technique is named CountSketch [22]. Applied to design  $L$  in an NMF problem, it consists of generating a  $(p+\nu) \times n$  matrix  $S$  with only one randomly-chosen nonzero entry per row, whose value is either  $+1$  or  $-1$  with equal probability. The product  $S \cdot X$  provides a sketch of  $X$  which is inexpensive to compute. However, CountSketch requires more samples than GC to reach the same approximation accuracy. It was then combined with GC in [10]—under the name of CountGauss—to leverage the CountSketch drawback while still being faster to compute than a standard Gaussian projection. In that case, applied to NMF, the matrix  $L$  reads  $L = \Omega_L \cdot S$  where  $\Omega_L$  and  $S$  have dimensions of size  $(p+\nu) \times (p+\mu)$  and  $(p+\mu) \times n$ , respectively, with  $\mu \geq \nu$  and  $(p+\mu) \leq n$ .

Another faster way to compute GC consists of using a dedicated hardware, *e.g.*, Optical Process Unit (OPU) [11]. OPUs optically perform random projections, so that they can process very large matrices in a very short time. Still, all these alternatives are data-independent techniques and provide a similar performance to GC. As a consequence, their use in NMF should be less accurate than using RPIs/RSIs which are—on the contrary to the above methods—data-dependent compression techniques.

When RPIs are used in Compressed NMF, computing  $L$  in Eq. (4) requires—using the Householder QR decomposition [23]— $(2q+1)nm(p+\nu) + 2n(p+\nu)^2 - 2/3(p+\nu)^3$  operations. In practice, the computation of  $(XX^T)^q$  in Eq. (4)—and of  $(X^T X)^q$  to derive  $R$  in RPIs—are done in a loop. RSIs follow the same procedure, except that they add intermediate QR decompositions. As a consequence, both randomized methods are equivalent in theory but RSIs are less sensitive to round-off errors [1] and are more computational demanding. In particular—assuming the use of the Householder QR decomposition—deriving  $L$  requires  $(2q+1)nm(p+\nu) + 2(p+\nu)^2((q+1)n + qm) - \frac{2}{3}(2q+1)(p+\nu)^3$  operations. It should be noticed that (V)SRPs, CountSketch, CountGauss, or an OPU only allow to speed-up the computation of  $X \cdot \Omega_L$  and  $\Omega_R \cdot X$ . If one aims to use these alternatives to GC in the RPI/RSI computation, this has a limited impact on the global computational cost of the latter. This motivates the need to propose new paradigms for random projections.

## 2.3. Case of Random Projections Applied to Weighted NMF

Weighted NMF (WNMF) is an extension of NMF in which a specific confidence measure is associated to each entry of  $X$ . WNMF thus allows to process the case of missing entries in  $X$ . The weighted extension of Eq. (1) then reads

$$W \circ X \simeq W \circ (G \cdot F), \quad (6)$$

where  $W$  is the above matrix of weights and  $\circ$  denotes the Hadamard product. As for NMF, WNMF aims to alternately solve both weighted extensions of Subproblems (2) and (3). WNMF is usually solved using one of the following strategies: (i) keeping  $W$  in the update rules [24], (ii) using a stochastic gradient descent if  $W$  is binary [25], or (iii) removing the Hadamard product in Eq. (6) within an Expectation-Maximization (EM) technique [26]. The latter assumes the entries of  $W$  to be between<sup>2</sup> 0 and 1. Noticing that the best estimate of the unknown entries of  $X$  are obtained from the product  $G \cdot F$  and denoting  $\mathbb{1}_{n,m}$  as the  $n \times m$  matrix of ones, the E-step consists of computing

$$X^{\text{comp}} = W \circ X + (\mathbb{1}_{n,m} - W) \circ (G \cdot F). \quad (7)$$

Then, one may apply any standard NMF update rules to  $X^{\text{comp}}$  in order to derive  $G$  and  $F$  in the M-step. Once NMF converged to a given solution [26] or after a given number  $\text{Max}_{\text{Outlier}}$  of iterations [27],  $X^{\text{comp}}$  is updated in another E-step using the last estimates of  $G$  and  $F$  in Eq. (7). In practice, the EM strategy was shown to be well-suited to fast NMF solvers such as Nesterov gradient [27]. In [9], we proposed a compressed extension of WNMF which is based on the same EM strategy [26] and which consists of applying Algorithm 1 at each M-step during  $\text{Max}_{\text{Outlier}}$  iterations.

It should be noticed that the above computational analysis of Compressed NMF is slightly different in the weighted setting. Indeed, as  $X^{\text{comp}}$  is updated at each E-step, its compressed versions

<sup>2</sup>Such an assumption is not an issue, as it is possible to scale any non-null matrix  $W$  so that its maximum value is 1.

$X_L^{\text{comp}}$  and  $X_R^{\text{comp}}$  must be regularly recomputed. Even worse, if RPIs or RSIs are applied, the matrices  $L$  and  $R$  must also be reestimated, which is particularly costly. This was shown to be the bottleneck of the proposed technique in [9]. However, by choosing a large-enough number  $\text{Max}_{\text{Outlier}}$  of iterations in the M-step, randomized WNMf was shown to still outperform its uncompressed version.

### 3. RANDOM PROJECTION STREAMS

We now introduce our proposed RPS concept, that we firstly illustrate with GC, hence its name GC Stream (GCS). Let us first recall the JLL which states that [19] given  $0 < \varepsilon < 1$ , a set  $X$  of  $n$  points in  $\mathbb{R}^m$ , and a number  $k > 8 \log(n)/\varepsilon^2$ , there is a linear map  $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^k$  such that  $\forall u, v \in X$ ,  $(1 - \varepsilon)\|u - v\|^2 \leq \|f(u) - f(v)\|^2 \leq (1 + \varepsilon)\|u - v\|^2$ . Interestingly, the dimension  $k$  of the low-dimensional space only depends on the number  $n$  of points in the original high dimensional space and on a distortion parameter  $\varepsilon$ . Applied to NMF, the linear mapping  $f$  is a compression matrix, *i.e.*,  $L$  or  $R$ . In [5], the authors chose  $k \triangleq p + \nu$  where  $\nu$  was set to a small value, *i.e.*,  $\nu = 10$ . This led to a poor NMF performance. However, the JLL implies that by increasing  $k$  (or  $\nu$ ), we can reduce the distortion parameter  $\varepsilon$ , as we less compress the data, at the price of a reduced computation speed-up.

Our proposed strategy thus reads as follows. We assume that  $\nu$  is extremely large (or even infinite), so that  $L$  and  $R$ —which are drawn according to a scaled Gaussian distribution in GC—cannot fit in memory. We thus assume these matrices to be observed in a streaming fashion, *i.e.*, during an NMF iteration, we only observe two  $(p + \nu_i) \times n$  and  $m \times (p + \nu_i)$  submatrices of  $L$  and  $R$ , denoted  $L^{(i)}$  and  $R^{(i)}$ , respectively. As a consequence, along the NMF iterations, the updates of  $G$  and  $F$  are done using different compressed matrices  $X_R^{(i)}$  and  $X_L^{(i)}$ , respectively. In practice,  $L^{(i)}$  and  $R^{(i)}$  are updated every  $\omega$  iterations, where  $\omega$  is the user-defined number of passes of the NMF algorithm using the same compression matrices in the streams. Using such a simple framework, one can use any of the data-independent random projection techniques described in Subsect. 2.2—*i.e.*, (V)SRPs, CountSketch, or CountGauss—to derive their Streaming extension, hence their respective names or (V)SRPS, CountSketchS, and CountGaussS.

RPS can also be applied to WNMf: in that case, we assume to observe new compression submatrices  $L^{(i)}$  and  $R^{(i)}$  every  $\omega$  E-steps. This technique is also investigated in the next section.

---

**Algorithm 2** Proposed compressed NMF strategy with RPS.

---

**Require:** initial matrices  $G, F, i = 0$

**repeat**

  Update  $i = i + 1$  and get  $L^{(i)}$  and  $R^{(i)}$

  Define  $X_R^{(i)} \triangleq X \cdot R^{(i)}$  and  $X_L^{(i)} \triangleq L^{(i)} \cdot X$

**for** counter = 1 **to**  $\omega$  **do**

    Define  $F_R^{(i)} \triangleq F \cdot R^{(i)}$  and  $G_L^{(i)} \triangleq L^{(i)} \cdot G$

    Solve (2) by resp. replacing  $X$  and  $F$  by  $X_R^{(i)}$  and  $F_R^{(i)}$

    Solve (3) by resp. replacing  $X$  and  $G$  by  $X_L^{(i)}$  and  $G_L^{(i)}$

**end for**

**until** a stopping criterion

---

### 4. EXPERIMENTS

We empirically validate the enhancement provided by our proposed method for both NMF and WNMf. In both cases, we consider two

different NMF solvers, *i.e.*, Active Set (AS-NMF) [28] and Nesterov gradient (NeNMF) [18]. Further, we consider two state-of-the-art compression strategies—*i.e.*, RSIs and GC—through which the NMF performance is assessed when compared with our proposed RPS and their vanilla (*i.e.*, uncompressed) versions. In both experimental settings, we consider 15 simulations where we draw random nonnegative matrices  $G^{\text{theo}}$  and  $F^{\text{theo}}$  such that  $n = m = 10000$  and  $p = 5$ . As a consequence, their product  $X^{\text{theo}}$  is a  $10000 \times 10000$  rank-5 matrix. The performance criterion used in this paper is a Relative Reconstruction Error (RRE) defined as

$$\text{RRE} \triangleq \left\| \left\| X^{\text{theo}} - G \cdot F \right\|_{\mathcal{F}}^2 / \left\| X^{\text{theo}} \right\|_{\mathcal{F}}^2 \right\|. \quad (8)$$

In each simulation, we consider the same random initialization for each tested method. All the experiments are conducted using Matlab R2018b on a computer equipped with 2.5 GHz Intel Xeon E5-2620.

#### 4.1. Standard NMF

We firstly investigate the performance achieved by our proposed GCS strategy when combined to NMF. Figure 1 provides the median performance reached by both AS-NMF and NeNMF when combined with GCS for different values of the parameters used in Algorithm 1, *i.e.*,  $\nu_i = 10, 50, 100$ , or  $150$ , and  $\omega = 1, 2, 5, 10$ , or  $\infty$  (in the last case, GCS reduces to GC). These plots show several interesting results. First of all, GC is not stable when combined with AS-NMF or NeNMF: the RRE is not always decreasing along iterations. This is particularly visible when  $\nu_i = 10$  and  $100$ . However, the global NMF performance reached with GCS after 100 iterations significantly decreases when  $\nu_i$  increases. Such a result was expected as GC follows the proof of the JLL. Then, GCS always outperforms GC, even for high values of  $\nu_i$ . When  $\nu_i = 10$ , the plotted RREs are not always decreasing along iterations, which means that the methods are not always stable. However, this effect is reduced (or cancelled) by increasing  $\nu_i$ . Lastly, we can see that over all the considered values of  $\nu_i$ , setting  $\omega$  to 1 appears to be a good trade-off. A similar behavior—not shown for space consideration—was also found with the other data-independent random projection techniques considered in this paper.

Figure 2 shows the evolution of the median RREs with no compression, RSIs, and RPS—*i.e.*, GCS, CountSketchS, CountGaussS, SRPS with  $s = 3$ —when  $\omega = 1$  and  $\nu_i = 150$ . The RPS techniques provide a similar or a better enhancement than the other strategies, which shows the relevance of the proposed approach.

However, it should be emphasized that in these experiments, the tested RPS implementations need more CPU time than RSIs—even if SRPS seems faster than the other techniques—because of the too high number of NMF iterations. Let us recall that such an issue might be solved by efficient implementations or a specific hardware dedicated to random projections [11].

#### 4.2. Weighted NMF

We now investigate the enhancement provided by GCS in WNMf. We consider 15 simulations with random  $10000 \times 10000$  rank-5 matrices  $X^{\text{theo}}$  that we randomly sample with a sampling rate varying from 10 to 90% with a step-size of 20%. As explained above, we consider two solvers, *i.e.*, AS-NMF and NeNMF that we eventually combine with RSIs, GC, or GCS and that we compare with their vanilla counterparts. However, as we showed above that GCS allowed a similar or better enhancement than RSIs along NMF iterations, we consider a slightly different experimental setting in this

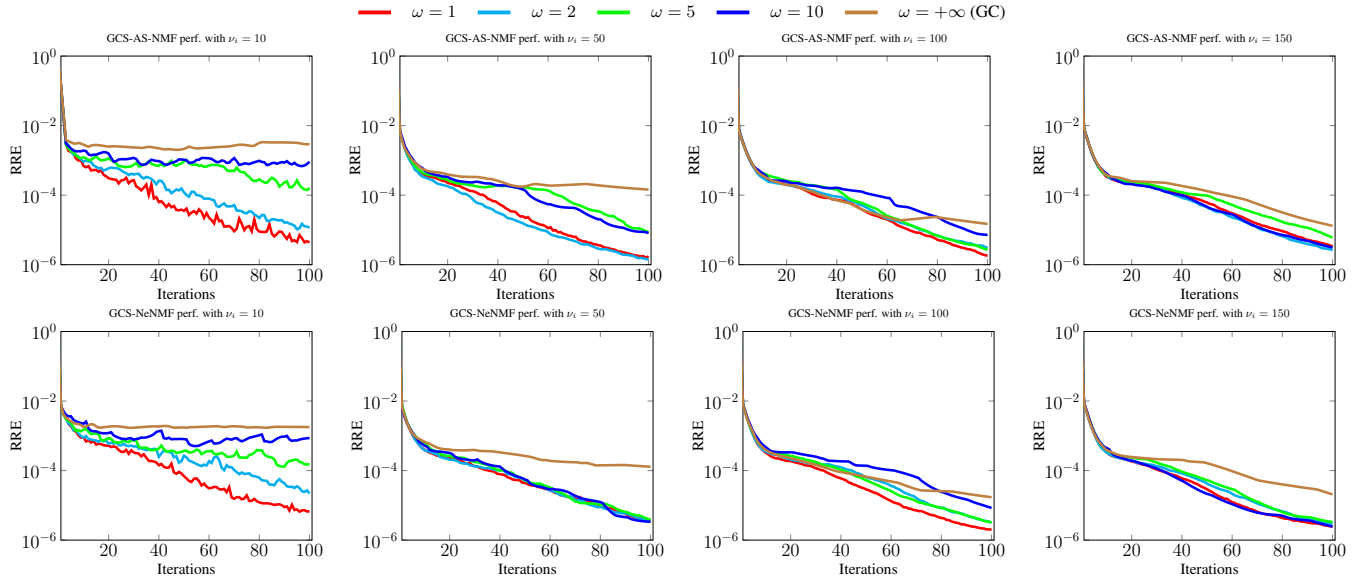


Fig. 1. NMF performance for different parameters of the GCS strategy.

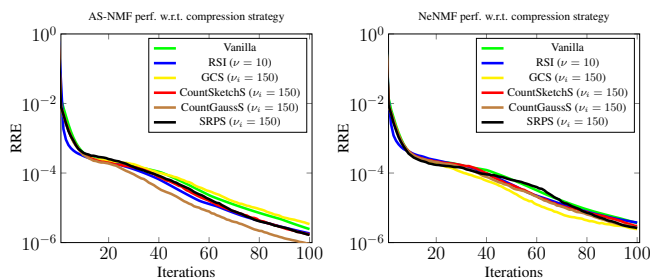


Fig. 2. NMF performance with respect to compression techniques.

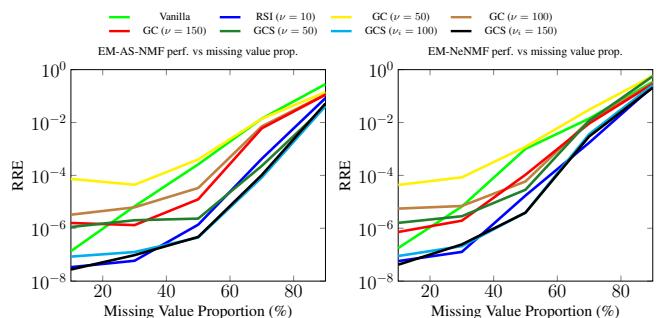


Fig. 3. WNMF performance vs the missing value proportion.

subsection. Indeed and as in [9], we let the methods run during 60 s and we only compute the final RREs obtained after this limit. This setting is harder than above as we also take into consideration the computational cost of each method. One key parameter to select in the approach in [9] is the number  $\text{Max}_{\text{Outlier}}$  of iterations in the M-step. We found in [9] that this value should be set to 50 and we keep it in this paper. We also set the value of  $\omega$  in GCS to  $\omega = 1$ . Lastly, we found in preliminary results that a high value of  $\nu_i$  allowed a better enhancement than a moderate one. As a consequence and for the sake of readability on the plots, we only show the RREs reached when  $\nu$  (for GC) or  $\nu_i$  (for GCS) are equal to 50, 100, or 150.

Figure 3 shows the RREs obtained in these different conditions. First of all and as for standard NMF, (i) increasing  $\nu$  for GC provides a better performance and (ii) GCS always outperforms GC. However, the behaviour of GCS is different from the previous results. When the proportion of missing values in  $X$  is high, we find in these experiments that the value of  $\nu_i$  has a very limited influence on the WNMF performance. However, when this proportion is low, then a higher value of  $\nu_i$  allows a better WNMF performance. In particular, when  $\nu_i = 100$  or  $150$ , the performance reached with GCS is quite similar to the one reached with RSI (and even slightly better when the missing value proportion is between 40% and 70%). Let us recall that such results are obtained while GCS is computed

with  $\omega = 1$ , which is the most computational demanding scenario. Still, GCS allows a similar performance as RSIs within a limited amount of time. Moreover and as explained above, using another RPS method should speed-up WNMF.

## 5. CONCLUSION

In this paper, we proposed an alternative to structured random projections which is only based on data-independent random projections. Our strategy is built on the Johnson-Lindenstrauss Lemma and can be seen as a streamed random projection. RPS then allow a similar NMF or WNMF performance when compared to data-dependent RPIs/RSIs. Even if its computational cost may remain expensive on a CPU implementation—as compression matrices are updated each  $\omega$  iterations—RPS should significantly benefit from new strategies to compute random projections—*e.g.*, from specific hardware—while structured random projections techniques should not. This is what we aim to investigate in the future, for compressed NMF and other compressive learning methods. We will also extend these techniques to an informed NMF framework in order to apply them to, *e.g.*, air quality monitoring [29] or mobile sensor calibration [30, 31].

## 6. REFERENCES

- [1] N. Halko, P.-G. Martinsson, and J. A Tropp, “Finding structure with randomness: Probabilistic algorithms for constructing approximate matrix decompositions,” *SIAM review*, vol. 53, no. 2, pp. 217–288, 2011.
- [2] P. Drineas and M. W. Mahoney, “RandNLA: randomized numerical linear algebra,” *Communications of the ACM*, vol. 59, no. 6, pp. 80–90, 2016.
- [3] G. Zhou, A. Cichocki, and S. Xie, “Fast nonnegative matrix/tensor factorization based on low-rank approximation,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 6, pp. 2928–2940, June 2012.
- [4] F. Wang and P. Li, “Efficient nonnegative matrix factorization with random projections,” in *Proc. SIAM ICDM’10*. SIAM, 2010, pp. 281–292.
- [5] M. Tepper and G. Sapiro, “Compressed nonnegative matrix factorization is fast and accurate,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 64, no. 9, pp. 2269–2283, May 2016.
- [6] N. B. Erichson, A. Mendible, S. Wihlborn, and J N. Kutz, “Randomized nonnegative matrix factorization,” *Pattern Recognition Letters*, 2018.
- [7] F. Yahaya, M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel, “Faster-than-fast NMF using random projections and Nesterov iterations,” in *Proc. iTWIST’18*, 2018.
- [8] V. Sharan, K. S. Tai, P. Bailis, and G. Valiant, “Compressed factorization: Fast and accurate low-rank factorization of compressively-sensed data,” in *Proc. ICML’19*, 2019, pp. 5690–5700.
- [9] F. Yahaya, M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel, “How to apply random projections to nonnegative matrix factorization with missing entries?,” in *Proc. EUSICPO’19*, 2019.
- [10] M. Kapralov, V. Potluru, and D. Woodruff, “How to fake multiply by a Gaussian matrix,” in *Proc. ICML’16*, 2016, pp. 2101–2110.
- [11] A. Saade, F. Caltagirone, I. Carron, L. Daudet, A. Drémeau, S. Gigan, and F. Krzakala, “Random projections through multiple optical scattering: Approximating kernels at the speed of light,” in *Proc. ICASSP’16*, 2016, pp. 6215–6219.
- [12] J. Mairal, F. Bach, J. Ponce, and G. Sapiro, “Online learning for matrix factorization and sparse coding,” *Journal of Machine Learning Research*, vol. 11, no. Jan, pp. 19–60, 2010.
- [13] J. M. Bioucas-Dias, A. Plaza, N. Dobigeon, M. Parente, Q. Du, P. Gader, and J. Chanussot, “Hyperspectral unmixing overview: Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches,” *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens.*, vol. 5, no. 2, pp. 354–379, 2012.
- [14] M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel, “Environmental signal processing: new trends and applications,” in *Proc. ESANN’17*, 2017, pp. 205–214.
- [15] Y. X. Wang and Y. J. Zhang, “Nonnegative matrix factorization: A comprehensive review,” *IEEE Trans. Knowl. Data Eng.*, vol. 25, no. 6, pp. 1336–1353, June 2013.
- [16] N. Gillis, “The why and how of nonnegative matrix factorization,” in *Regularization, Optimization, Kernels, and Support Vector Machines*, pp. 257–291. Chapman and Hall/CRC, 2014.
- [17] C. Liu, H.-C. Yang, J. Fan, L.-W. He, and Y.-M. Wang, “Distributed nonnegative matrix factorization for web-scale dyadic data analysis on MapReduce,” in *Proc. WWW Conf’10*, April 2010.
- [18] N. Guan, D. Vin Tao, Z. Luo, and B. Yuan, “NeNMF: An optimal gradient method for nonnegative matrix factorization,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 6, pp. 2882–2898, 2012.
- [19] W. B. Johnson and J. Lindenstrauss, “Extensions of Lipschitz mappings into a Hilbert space,” *Contemporary mathematics*, vol. 26, no. 189-206, pp. 1, 1984.
- [20] D. Achlioptas, “Database-friendly random projections,” in *Proc. ACM SIGMOD-SIGACT-SIGART’01*. ACM, 2001, pp. 274–281.
- [21] P. Li, Trevor J Hastie, and Kenneth W Church, “Very sparse random projections,” in *Proc. ACM SIGKDD’06*, 2006, pp. 287–296.
- [22] K. L. Clarkson and D. P. Woodruff, “Low-rank approximation and regression in input sparsity time,” *Journal of the ACM*, vol. 63, no. 6, pp. 1–45, 2017.
- [23] L. Vandenberghe, “Applied numerical computing – QR factorizations,” Lectures notes available at <http://www.seas.ucla.edu/~vandenbe/ee133a.html>.
- [24] N.-D. Ho, *Non negative matrix factorization algorithms and applications*, Phd thesis, Université Catholique de Louvain, 2008.
- [25] H.-F. Yu, C.-J. Hsieh, S. Si, and I. Dhillon, “Scalable coordinate descent approaches to parallel matrix factorization for recommender systems,” in *Proc. IEEE ICDM’12*. IEEE, 2012, pp. 765–774.
- [26] S. Zhang, W. Wang, J. Ford, and F. Makedon, “Learning from incomplete ratings using non-negative matrix factorization,” in *Proc. SIAM ICDM’06*. SIAM, 2006, pp. 549–553.
- [27] C. Dorffer, M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel, “Fast nonnegative matrix factorization and completion using Nesterov iterations,” in *Proc. LVA/ICA’17*, 2017, vol. LNCS 10179, pp. 26–35.
- [28] H. Kim and H. Park, “Nonnegative matrix factorization based on alternating nonnegativity constrained least squares and active set method,” *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, vol. 30, no. 2, pp. 713–730, 2008.
- [29] A. Limem, G. Delmaire, M. Puigt, G. Roussel, and D. Courcot, “Non-negative matrix factorization under equality constraints—a study of industrial source identification,” *Applied Numerical Mathematics*, vol. 85, pp. 1–15, Nov. 2014.
- [30] C. Dorffer, M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel, “Informed nonnegative matrix factorization methods for mobile sensor network calibration,” *IEEE Trans. Signal Inf. Process. Netw.*, vol. 4, no. 4, pp. 667–682, Dec 2018.
- [31] O. Vu thanh, M. Puigt, F. Yahaya, G. Delmaire, and G. Roussel, “In situ calibration of cross-sensitive sensors in mobile sensor arrays using fast informed non-negative matrix factorization,” in *Proc. ICASSP’21*, 2021, accepted.

## **Annexe C**

# **Informed nonnegative matrix factorization methods for mobile sensor network calibration**

C. Dorffer, M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel, G. (2018). Informed nonnegative matrix factorization methods for mobile sensor network calibration. *IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks*, 4(4), 667-682.



# Informed Nonnegative Matrix Factorization Methods for Mobile Sensor Network Calibration

Clément Dorffer, Matthieu Puigt, *Member, IEEE*,  
Gilles Delmaire, *Member, IEEE*, and Gilles Roussel, *Member, IEEE*

**Abstract**—In this paper, we consider the problem of blindly calibrating a mobile sensor network—i.e., determining the gain and the offset of each sensor—from heterogeneous observations on a defined spatial area over time. For that purpose, we propose to revisit blind sensor calibration as an informed Nonnegative Matrix Factorization (NMF) problem with missing entries. In the considered framework, one matrix factor contains the calibration structure of the sensors—and especially the values of the sensed phenomenon—while the other one contains the calibration parameters of the whole sensor network. The available information is taken into account by using a specific parameterization of the NMF problem. Moreover, we also consider additional NMF constraints which can be independently taken into account, i.e., an approximate constraint over the mean calibration parameters and a sparse approximation of the sensed phenomenon over a known dictionary. The enhancement of our proposed approaches is investigated through more than 5000 simulations and is shown to be accurate for the considered application and to outperform a multi-hop micro-calibration technique as well as a method based on low-rank matrix completion and nonnegative least squares.

**Index Terms**—Nonnegative matrix factorization, mobile sensor calibration, matrix completion, wireless sensor network, mobile crowdsensing

## I. INTRODUCTION

MOBILE crowdsensing appears to be a novel way to get measurements from large-scale low-cost sensor networks [1]–[3]. It consists of acquiring geolocated and timestamped data aggregated by mobile devices—e.g., smartphones—from a crowd of volunteers along their daily moves. Mobile crowdsensing is increasingly used in participatory science—using the smartphone communication facilities to connect to additional sensor devices—and some specific challenges emerge. The first issue met with mobile crowdsensing is the loss of privacy within the acquisition of geolocated data. Such an issue has been well-studied in the literature [4] and some solutions met in participatory science consist of using a trusted intermediate server—located between the mobile sensors and the recipient of the experiment—where the collected data are processed and anonymized [5].

Among the other challenges inherent to mobile crowdsensing, the sensor network calibration is a key step to make sense of the collected data. A calibrated sensor allows recovering a physical input  $y$  from the sensor output  $x$ . Calibrating a sensor

consists of estimating some *calibration parameters*, provided a sensor *calibration model*. Classical calibration models are offset [6]–[8], gain [9], [10], gain/phase [11]–[13], gain/offset [14]–[20], nonlinear [21]–[23], or multilinear [24]–[27] response models. Such models can also be extended to deal with sensor drifts [24]. In most cases, the calibration is performed in a laboratory by inferring some known physical inputs to the sensor outputs. When applied to a large-scale network—and in particular with mobile crowdsensing where volunteers cannot be requested to regularly go to a laboratory—the calibration must be performed “on the fly” and some so-called *blind* or *self-calibration* techniques were proposed to that end. The latter can be classified into two categories, i.e., macro- and micro-calibration. On the one hand, macro-calibration methods aim to calibrate the whole sensor network in order to provide consistent sensor readings [13]–[15], [19]–[22]. They usually require strong assumptions such as the knowledge of the signal subspace [14], [15], [19], [21], sparse assumptions [13], or a long integration time [20], [22]. On the other hand, micro-calibration methods aim to iteratively calibrate one unique sensor from the network at a given time [6], [16], [28]. To that end, they are usually exploiting measurements provided by calibrated reference sensors and thus require the sensor network to be dense enough to ensure cross-measurements between sensors.

In this paper, we consider the above crowdsensing framework with an intermediate server where all the collected information is available before anonymization [5]. We revisit the self-calibration of a mobile sensor network as an informed matrix factorization problem, which may be seen as a macro-calibration technique using micro-calibration assumptions. The information provided in the factorization is due to both the considered application—which provides a specific structure in one of the factor matrices—and the fact that a few observed data are obtained using calibrated sensors. As the matrix to factorize is low rank and has missing entries, the calibration problem meets some similarities with matrix completion [29], [30] or collaborative filtering/recommender systems [31]. In particular, we aim to calibrate environmental mobile sensors providing nonnegative outputs (e.g., voltages) which are due to nonnegative inputs (e.g., gas concentrations) linked to the outputs through nonnegative calibration parameters. As a consequence, the blind calibration problem can be tackled by informed Nonnegative Matrix Factorization (NMF). We propose to that end four informed NMF techniques which were partially and preliminarily proposed in [17], [18]. In [17], we were showing how to write the calibration problem in an

C. Dorffer is with Lab-STICC, UMR 6285, CNRS & ENSTA-Bretagne, France, e-mail: clement.dorffer@ensta-bretagne.fr. This work was performed when C. Dorffer was with Univ. Littoral Côte d’Opale.

M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel are with Univ. Littoral Côte d’Opale, LISIC – EA 4491, F-62228 Calais, France, e-mail: {matthieu.puigt,gilles.delmaire, gilles.roussel}@univ-littoral.fr.

informed NMF framework while we extended it in [18] by adding some sparse assumptions in one column of one matrix factor. In this paper, we extend our previous work as follows: (i) we incorporate a novel information in the NMF, which can be independently applied to [17] or [18], and (ii) we provide an in-depth performance analysis of the proposed methods and we compare it with one state-of-the-art method [16]. Moreover, the proposed methods not only perform sensor calibration but also allow to recover the sensed phenomenon. We investigate such a reconstruction accuracy (in Appendix B of this paper), which has not been done in our previous papers.

The remainder of the paper thus reads as follows: Section II provides a taxonomy of the blind calibration techniques of the literature. In Section III, we introduce the calibration problem together with the definitions and assumptions that we use in this paper. In Section IV, we propose four blind calibration methods named "IN-cal", "ACIN-cal", "SpIN-cal", and "SpAIN-cal", which are informed NMF techniques using information such as the sensor response model, the known average calibration parameter values or/and a sparse approximation of the observed phenomenon, respectively. In Section V, we investigate the performance of the above methods and a comparison with a state-of-the-art micro-calibration technique [16]. We conclude and discuss about future work in Section VI while we provide the proof of some update rules and investigate the estimation of the sensed field in Appendices A and B, respectively.

## II. RELATED WORK

Blind calibration for sensor networks gained a massive interest for over a decade. Indeed, miscalibrated sensor readings might result in biased scientific analyzes [32]. However, the massive use of low-cost sensors in large-scale sensor networks require the calibration to be regularly performed, thus making in-laboratory regression-based techniques not applicable. As a consequence, many "blind" or "self-calibration" techniques—i.e., data-driven techniques—were proposed. They can be classified as macro- or micro-calibration techniques. The former aim to calibrate the whole sensor network at once while the micro-calibration approaches sequentially calibrate each sensor.

Most macro-calibration techniques require some *a priori* knowledge on the observed phenomenon:

- 1) Some classical approaches require the sensors to be initially calibrated when deployed [14], [15], [19]. During this period, the network is assumed to learn the low-rank subspace in which the sensed phenomenon lies. When the sensors are not anymore calibrated—because of the sensor drifts—the calibration consists of a nullspace projection on the orthogonal subspace of the previously learned one. These approaches are limited to fixed and synchronized sensors, which we do not aim to consider in this paper. Moreover, in environmental monitoring, the phenomenon subspace might change over the seasons, so that these approaches might not be accurate except if the learning procedure is quite often repeated, i.e., except if the sensors are manually recalibrated in a laboratory.

- 2) Other classical techniques are based on moments [20]–[22]. In these methods, some statistical properties of the observed phenomenon are assumed to be known, e.g., the statistical distribution of the phenomenon, its mean, or its standard deviation. The sensor parameters are then estimated in order to match the known properties of the physical phenomenon. However, such methods require a long integration time in order to accurately estimate the calibration parameters.

- 3) Lastly, some approaches are based on a graph representation of the sensed phenomenon by sensors in *rendezvous*.

*Definition 1* ([28]): A *rendezvous* is a temporal and spatial vicinity between two sensors.

In these techniques, cross-measurements between sensors in *rendezvous* are rewritten as a connectivity graph in which each node corresponds to a sensor, and each edge between two nodes represents the distance between the two associated sensors. The constructed graph then emphasizes the relationships between the sensors. The authors in [7] derive from this graph the Laplacian matrix whose processing conducts to the sensor calibration. This approach has been developed for estimating the sensor drifts in mobile sensor networks. It is thus not able to process affine sensor models that we consider in this paper.

Most of micro-calibration techniques designed for mobile sensor networks are exploiting the cross-measurements between sensors and are then using the definition 1 of *rendezvous*. Moreover, most micro-calibration techniques are also considering some reference measurements from calibrated sensors. Micro-calibration methods able to process mobile sensor networks are mainly based on one of the following strategies:

- 1) Some techniques—e.g., [6]—are exploiting direct *rendezvous* between mobile sensors and reference ones. In these approaches, the calibration parameters of one mobile sensor are directly estimated using the data collected in *rendezvous* between this sensor and neighbour references. The calibration technique is based on average consensus between the uncalibrated measurements and the reference ones. However, the proposed approach in [6] is only able to estimate sensor offsets, which is simpler than the affine sensor model considered in this paper. Moreover, when the sensor network is not dense, the average consensus technique needs to collect data during a long time interval and the sensor offsets to estimate might evolve with time. Such an idea was extended in [8] where the authors combine a Bayesian framework with Kalman filtering to correct the drift of some low-cost sensors.
- 2) Other approaches [16], [28] use multi-hop connections between mobile sensors and the reference measurements. These methods consist of a sensor-by-sensor calibration, following these three steps: (i) selecting a mobile sensor to be calibrated, (ii) estimating its parameters thanks to its measurements in *rendezvous* with a reference, and (iii) considering this sensor as

a reference one and repeating the calibration process. This "multi-hop" calibration technique allows to relax the rendezvous assumptions required by the above direct calibration methods, as it only needs one sensor to provide measurements in rendezvous with a reference. The same idea was furtherly extended with sensor-drift-aware calibration models [25], or privacy-preserving techniques [33]. Moreover, cross-sensitivity of low-cost air quality sensors was investigated in several recent papers, e.g., [26], [27] and a multi-hop calibration method for such a model was proposed in [34]. However, multi-hop calibration needs a dense sensor network with numerous rendezvous which might be difficult to satisfy in mobile crowdsensing configurations involving pedestrians for example. This idea was relaxed in [35] where the authors assume the sensors to be  $k$ -hop calibratable, i.e., for each uncalibrated sensor, there exists a  $k$ -hop path to connect it to a reference sensor.

While using reference measurements to calibrate the sensors—as in micro-calibration methods—is very useful in practice, most micro-calibration methods need strong rendezvous assumptions which might not be satisfied in some specific mobile crowdsensing applications. The calibration methods that we propose in the remainder of this paper thus aim to relax the rendezvous constraints. Our contribution might be seen as an extension of the work in [35], except that we do not request a given  $k$  for  $k$ -hop calibratability. To do so, we propose a novel macro-calibration formalism which uses the above micro-calibration assumptions.

### III. PROBLEM STATEMENT, DEFINITIONS AND ASSUMPTIONS

In this paper, we aim to calibrate a network composed of  $m+1$  geolocalized and timestamped mobile sensors. We assume that each sensor of the network provides a reading  $x$  linked to an input phenomenon  $y$  through a calibration function  $\mathcal{F}(\cdot)$  which is assumed to be affine, i.e.,

$$x \approx \mathcal{F}(y) \approx f_1 + f_2 \cdot y, \quad (1)$$

where  $f_1$  and  $f_2$  are the unknown sensor parameters, i.e., its offset and gain, respectively. Calibrating the sensor network then consists of estimating the gain and the offset of each sensor. To that end, our proposed methods are exploiting the above rendezvous definition. A rendezvous is then characterized by a spatial distance  $\Delta_d$  and a temporal duration  $\Delta_t$ . When two sensors are in rendezvous, the fluctuations of the phenomenon between two locations closest than  $\Delta_d$  during a time interval  $[t, t + \Delta_t]$  are negligible. However, both highly depend on the sensed physical phenomenon [28]. As an example, if one observe the variations of temperature and of carbon monoxide concentrations, the values of  $\Delta_d$  and  $\Delta_t$  for the latter will be much lower than for the former [28].

Our calibration methods are also exploiting the following scene definition.

*Definition 2 ([17]):* A scene  $S$  is a discretized area observed during a time interval  $[t, t + \Delta_t]$ . The size of the spatial pixels is set so that any couple of points inside the same pixel have a distance below  $\Delta_d$ .

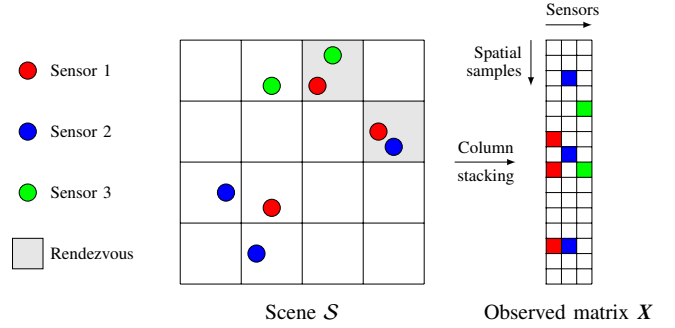


Fig. 1. From a scene  $S$  (with  $n = 16$  spatial samples,  $m + 1 = 3$  sensors and 2 rendezvous) to the data matrix  $X$  (white pixels mean no observed value).

As shown in Fig. 1, two sensors sharing the same location of the scene are in rendezvous and should then be exposed to the same physical input. However, defining a scene with an appropriate distance  $\Delta_d$  might be quite complex and we will see in this paper how to relax it.

Denoting  $x_{i,j}$  as the output provided by Sensor  $j$  at Location  $i$  of  $S$ , and assuming that each of the considered  $(m + 1)$  sensors of the network has sensed the whole scene, we define the  $n \times (m + 1)$  data matrix  $X \triangleq [x_{i,j}]_{i,j}$  such that each of its column contains the measurements of one sensor at each location and each line contains the measurements of each sensor at one location. The affine response model (1) then yields

$$X \approx G \cdot F, \quad (2)$$

where

$$G = \begin{bmatrix} 1 & y_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & y_n \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad F = \begin{bmatrix} f_{1,1} & \cdots & f_{1,m+1} \\ f_{2,1} & \cdots & f_{2,m+1} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

where  $\forall j = 1, \dots, m + 1$ ,  $f_{1,j}$  and  $f_{2,j}$  are the unknown offset and gain associated with the  $j$ -th sensor, respectively. Both factor matrices  $G$  and  $F$  thus contain the calibration model structure—hence the column of ones in  $G$  to handle the offset in the calibration function of the sensors—and the calibration parameters, respectively. Calibrating the network using factorization then consists of estimating the matrices  $G$  and  $F$  which provide the best low-rank estimation of  $X$ , while keeping the constrained structure in  $G$ .

In practical crowdsensing campaigns, the mobile sensors are usually unconstrained in their movements—as they are carried by a crowd of volunteers—and thus sparsely sense the scene. If Location  $i$  has been sensed by Sensor  $j$  then (1) is verified, otherwise the data point is unavailable, i.e.,  $x_{i,j}$  is unknown. Denoting  $\Omega_X$  the domain where  $X$  is observed and  $\mathcal{P}_{\Omega_X}(\cdot)$  the sampling operator of  $X$ , the considered calibration problem able to handle missing values reads

$$\{\tilde{G}, \tilde{F}\} = \arg \min_{G, F} \frac{1}{2} \cdot \|\mathcal{P}_{\Omega_X}(X - G \cdot F)\|_{\mathcal{F}}^2, \quad (4)$$

s.t.  $\mathbf{g}_1 = \mathbb{1}_{[n \times 1]}$ ,

where  $\mathbf{g}_1$  is the first column of  $G$ ,  $\mathbb{1}_{[n \times 1]}$  is a column vector of ones, and  $\|\cdot\|_{\mathcal{F}}$  stands for the Frobenius norm. Please note that (4) without the constraint on  $\mathbf{g}_1$  is the formulation of matrix factorization for the low-rank matrix completion

problem [29]. In practice, the latter can be solved using a weighted matrix factorization technique for example. The weighted extension of (4) then reads

$$\begin{aligned} \{\tilde{\mathbf{G}}, \tilde{\mathbf{F}}\} &= \arg \min_{\mathbf{G}, \mathbf{F}} \frac{1}{2} \cdot \|\mathbf{W} \circ (\mathbf{X} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{F})\|_{\mathcal{F}}^2, \\ \text{s.t. } \mathbf{g}_1 &= \mathbb{1}_{[n \times 1]}, \end{aligned} \quad (5)$$

where  $\circ$  is the Hadamard product, and  $\mathbf{W} \triangleq (w_{i,j})_{i,j}$  is a properly chosen weight matrix, e.g.,

$$w_{i,j} = \begin{cases} \rho_j & \text{if } x_{i,j} \text{ is observed,} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (6)$$

The weight  $\rho_j$  can be chosen proportional to the confidence in the accuracy of Sensor  $j$ . If all the sensors share the same confidence, one can set  $\rho_j = 1$ , i.e., we set  $\mathbf{W}$  to a binary matrix. At this stage, we thus show that blindly calibrating a sensor network may be seen as a specific matrix factorization and completion problem, for which we consider some additional assumptions hereafter.

As  $\mathbf{X}$  only contains sensor outputs—which are usually voltages—it is a nonnegative matrix. Moreover, in our considered application where we aim to calibrate some environmental sensors, the vector  $\mathbf{y} \triangleq [y_1, \dots, y_n]^T$  corresponds to a nonnegative physical phenomenon, e.g., a mass, a proportion (gas, dust, humidity), or a temperature (which can be expressed in Kelvin degree). As a consequence,  $\mathbf{G}$  is also nonnegative. Lastly, many environmental sensors with affine response model—e.g., [36] for temperature/humidity or [37] for particulate matter concentration—get nonnegative calibration parameters and  $\mathbf{F}$  can also be assumed to be nonnegative<sup>1</sup>. At this stage, the calibration problem can then be tackled within the scope of informed NMF, i.e.,

$$\begin{aligned} \{\tilde{\mathbf{G}}, \tilde{\mathbf{F}}\} &= \arg \min_{\mathbf{G}, \mathbf{F} \geq 0} \frac{1}{2} \cdot \|\mathbf{W} \circ (\mathbf{X} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{F})\|_{\mathcal{F}}^2, \\ \text{s.t. } \mathbf{g}_1 &= \mathbb{1}_{[n \times 1]}. \end{aligned} \quad (7)$$

Lastly, large-scale networks composed of low-cost sensors are usually deployed in order to reinforce existing networks composed of few highly accurate calibrated sensors. Indeed, fusing the large amount of data provided by the low-cost sensors with a few accurate measurements may enhance the spatial sampling of the observed phenomenon—due to the dense deployment of the low-cost sensors over a large area—while keeping the good accuracy of the precise measurements [38]. In air quality monitoring, the measurements collected by low-cost sensors can be melt with accurate measurements provided by authoritative air quality monitoring stations for example. Such accurate sensor readings directly provide a fine estimation—considered as ground truth—of the physical phenomenon  $\mathbf{y}$  at the sensed locations. These punctually known values of the physical phenomenon can then be modelled as the measurements provided by one unique sensor—say

the  $(m + 1)$ -th one—with gain and offset equal to 1 and 0, respectively. Taking such an information into (7) leads to

$$\begin{aligned} \{\tilde{\mathbf{G}}, \tilde{\mathbf{F}}\} &= \arg \min_{\mathbf{G}, \mathbf{F} \geq 0} \frac{1}{2} \cdot \|\mathbf{W} \circ (\mathbf{X} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{F})\|_{\mathcal{F}}^2, \\ \text{s.t. } \mathbf{g}_1 &= \mathbb{1}_{[n \times 1]}, \\ g_{i,2} &= x_{i,m+1} \quad \forall i \in \mathcal{I}, \\ \mathbf{f}_{m+1} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (8)$$

where  $\mathcal{I}$  is the subset of locations that have been sensed by the reference sensors,  $g_{i,2}$  is the  $i$ -th element of second column of  $\mathbf{G}$  and  $\mathbf{f}_{m+1}$  is the  $(m + 1)$ -th column of  $\mathbf{F}$ . Equation (8) shows that mobile sensor calibration can be tackled by solving a special NMF problem which (i) uses a specific structure of the matrix factors and (ii) is able to handle missing data. Let us stress that contrary to other NMF applications such as source separation, we cannot afford to estimate  $\mathbf{F}$  up to a scale indeterminacy. Indeed, such an indeterminacy yields relative calibration—allowing the consistency of the sensor readings only—but not the full sensor calibration. Moreover, (8) can be solved if the available data points in  $\mathbf{X}$  are “diverse” enough and in “sufficient quantities”. As an extreme example, let us imagine that the sensed phenomenon is constant over the whole scene. Then, the columns of  $\mathbf{X}$  are constant and the estimation of  $\mathbf{G}$  and  $\mathbf{F}$  is not possible, even if all the data points are available in  $\mathbf{X}$ . As a consequence and as for any latent variable analysis technique, we need some diversity in the data points in order to perform the factorization. Similarly, let us assume that one sensor only senses once the observed phenomenon. Consequently, we cannot estimate the corresponding column of  $\mathbf{F}$  without additional assumptions. Moreover, let us assume that the sensor network may be decomposed into two disjoint sets which do not share any sensor rendezvous between both groups. Then, one can perform the full calibration of the set which has rendezvous with authoritative sensors but only some relative calibration for the sensors of the other group. Even if such assumptions seem quite strong, they are actually also needed by the state-of-the-art methods discussed in Section II.

Lastly, please note that calibrating a sensor network does not require  $\mathbf{G}$  to be fully recovered. Indeed, the calibration parameters are only contained in  $\mathbf{F}$ . This means that we can afford some lines of  $\mathbf{X}$  without any available entry, provided the above assumptions in terms of matrix sampling and diversity are met. Such a scenario implies that  $\mathbf{G}$  cannot be fully recovered while  $\mathbf{F}$  can. We discuss the quality of estimation of  $\mathbf{G}$  in Appendix B.

#### IV. PROPOSED CALIBRATION METHODS

NMF finds applications in many domains such as blind source separation [39], low-rank matrix completion [30], [40], recommendation system/collaborative filtering [41], classification/clustering [42], or dictionary learning [43]. It is also increasingly used in environmental monitoring [44]. It thus has been widely studied and many methods have been proposed to perform it [45]. Some extensions also include weights [46] and/or known entries in the factor matrices [47], or use some

<sup>1</sup>Please note that if  $\mathbf{F}$  has no sign constraint, blind calibration can be revisited as a semi-NMF problem [23].

parametric cost functions [48]. However, to the best of the authors' knowledge, using NMF as a blind calibration method has never been investigated before. In this paper, we thus propose several NMF-based calibration methods which take into account the above constraints to calibrate a mobile sensor network.

#### A. A natural technique based on the low-rankness of $X$

We here propose a natural approach to solve blind calibration, based on the low-rankness of  $X$ . Let us first assume that  $X$  is complete. According to (8), the last columns of  $X$  and  $G$  are equal. As a consequence,  $F$  can be derived from  $X$  and  $G$ , by nonnegative least squares for example. However, since many entries of  $X$  may be missing, the above approach cannot be applied directly. As a first stage, the missing values in  $X$  must be estimated. As  $X$  is low-rank, the imputation of its missing entries using low-rank matrix completion techniques provides a matrix denoted  $X^{\text{comp}}$  which reads

$$X^{\text{comp}} = \arg \min_{\tilde{X}} \text{rank}(\tilde{X}) \text{ s.t. } \mathcal{P}_{\Omega_X}(\tilde{X}) = \mathcal{P}_{\Omega_X}(X), \quad (9)$$

where  $\mathcal{P}_{\Omega_X}(\cdot)$  is the sampling operator of  $X$ . As such a problem is NP-hard, it may be relaxed as

$$X^{\text{comp}} = \arg \min_{\tilde{X}} \|\tilde{X}\|_* \text{ s.t. } \mathcal{P}_{\Omega_X}(\tilde{X}) = \mathcal{P}_{\Omega_X}(X), \quad (10)$$

where  $\|\cdot\|_*$  denotes the nuclear norm, i.e., a convex criterion which enforces low-rankness of a matrix [49]. In practice, many methods have been proposed to solve (10), e.g., truncated SVD [49], [50]. However, by construction,  $X$  is known to be rank-2 since it can be written as the product of two nonnegative matrices, as shown in (2). Equation (9) can thus be solved by Nonnegative Matrix Factorization/Completion (NMF/C) methods [30], [40], [41] which consist of solving<sup>2</sup>

$$\{\tilde{A}, \tilde{S}\} = \arg \min_{A, S \geq 0} \|\mathcal{P}_{\Omega_X}(X - A \cdot S)\|_{\mathcal{F}}. \quad (11)$$

using an Alternating Direction Method (ADM) [40], multiplicative updates [41], or a Nesterov gradient technique [30], respectively<sup>3</sup>. The product of the estimated matrices  $\tilde{A} \cdot \tilde{S}$  then provides an estimation  $X^{\text{comp}}$  of the completed version of  $X$  which satisfies both the known rank and the nonnegative decomposition of  $X$ .

To summarize, a natural approach to perform blind calibration consists of

- 1) Estimating  $X^{\text{comp}}$  using a low-rank matrix completion technique, e.g., based on truncated SVD [50] or NMF/C [40].
- 2) Constructing  $\tilde{G}$  as

$$\tilde{G} \triangleq \left[ \mathbb{1}_{[n \times 1]}, \mathbf{x}_{m+1}^{\text{comp}} \right], \quad (12)$$

where  $\mathbf{x}_{m+1}^{\text{comp}}$  is the  $(m+1)$ -th column—i.e., the last—of  $X^{\text{comp}}$  which corresponds to reference measurements.

<sup>2</sup>It should be noticed that (11) is not similar to the considered calibration problem. Indeed, as in blind source separation,  $A$  (respectively  $S$ ) can be equal to  $G$  (respectively  $F$ ) up to a permutation and a scale ambiguity.

<sup>3</sup>The initialization of such methods within the framework of the considered paper is described in Section IV-E.

- 3) Estimating  $\tilde{F}$  using nonnegative least squares by solving

$$\tilde{F} = \arg \min_{F \geq 0} \|\mathcal{P}_{\Omega_X} X^{\text{comp}} - \tilde{G} \cdot F\|_{\mathcal{F}}. \quad (13)$$

Despite its nice properties, this approach—using [50] in the completion stage—was shown not to provide a good performance in our preliminary work [17], [18]. Indeed, its enhancement is subject to the completion accuracy in the very first stage. Using NMF/C techniques slightly improves its calibration abilities but the whole approach does not reach the performance of the methods proposed below.

#### B. Informed NMF for Sensor Calibration

In order to include the whole constraints into a new informed NMF method, we reformulate the optimization problem (8) by using the parameterization proposed in [47]. The latter consists of decomposing both the matrices  $G$  and  $F$  into the sum of their free parts—corresponding to the elements which are not subject to any constraint—and their known parts containing the fixed known values in each matrix, i.e.,

$$G = \Omega_G \circ \Phi_G + \bar{\Omega}_G \circ \Delta_G, \quad (14)$$

and

$$F = \Omega_F \circ \Phi_F + \bar{\Omega}_F \circ \Delta_F, \quad (15)$$

where

- $\Omega_G$  and  $\Omega_F$  (respectively  $\bar{\Omega}_G$  and  $\bar{\Omega}_F$ ) are the binary matrices informing the locations of the known (respectively unknown) values in  $G$  and  $F$ , respectively,
- $\Phi_G$  and  $\Phi_F$  contain the constrained values in  $G$  and  $F$ , respectively,
- and  $\Delta_G$  and  $\Delta_F$  contain the unknown values in  $G$  and  $F$ , respectively.

The binary masks  $\Omega_G$ ,  $\bar{\Omega}_G$ ,  $\Omega_F$ , and  $\bar{\Omega}_F$  are deployed in order to ensure the null intersection of the known and free parts of each matrix, i.e.,  $\Omega_G \circ \bar{\Omega}_G = 0$  and  $\Omega_F \circ \bar{\Omega}_F = 0$  [47].

Using Parameterizations (14) and (15), the optimization problem (8) then reads

$$\begin{aligned} \{\tilde{G}, \tilde{F}\} &= \arg \min_{G, F \geq 0} \frac{1}{2} \cdot \|\mathcal{W} \circ (X - G \cdot F)\|_{\mathcal{F}}^2, \\ \text{s.t. } G &= \Omega_G \circ \Phi_G + \bar{\Omega}_G \circ \Delta_G, \\ F &= \Omega_F \circ \Phi_F + \bar{\Omega}_F \circ \Delta_F. \end{aligned} \quad (16)$$

As (16) is non-convex with respect to both  $G$  and  $F$ , one classical strategy consists of splitting it into the following sub-problems

$$\begin{aligned} \tilde{G} &= \arg \min_{G \geq 0} \frac{1}{2} \cdot \|\mathcal{W} \circ (X - G \cdot F)\|_{\mathcal{F}}^2, \\ \text{s.t. } G &= \Omega_G \circ \Phi_G + \bar{\Omega}_G \circ \Delta_G, \end{aligned} \quad (17)$$

and

$$\begin{aligned} \tilde{F} &= \arg \min_{F \geq 0} \frac{1}{2} \cdot \|\mathcal{W} \circ (X - G \cdot F)\|_{\mathcal{F}}^2, \\ \text{s.t. } F &= \Omega_F \circ \Phi_F + \bar{\Omega}_F \circ \Delta_F, \end{aligned} \quad (18)$$

that we aim to alternately and iteratively solve. For the update of  $F$ , the authors in [47] proposed the following multiplicative update rule

$$F \leftarrow \Omega_F \circ \Phi_F + \bar{\Omega}_F \circ \Delta_F \circ \left[ \frac{G^T \cdot (\mathcal{W} \circ (X - G \cdot \Phi_F)^+)}{G^T \cdot (\mathcal{W} \circ (G \cdot \Delta_F))} \right], \quad (19)$$

where the superscript  $+$  denotes the function defined as  $(z)^+ \triangleq \max(\epsilon, z)$ , where  $\epsilon$  is a small user-defined threshold. One can note that if  $\mathbf{F}$  has no constrained part—i.e., if  $\mathbf{\Omega}_F$  is null and if  $\bar{\mathbf{\Omega}}_F = \mathbb{1}_{[2 \times m+1]}$ —then the whole matrix  $\mathbf{F}$  is equal to its free part  $\Delta_F$ . The multiplicative update rule (19) is then equivalent to the weighted version [46] of the well-known Lee and Seung multiplicative update rule [51].

Similarly to  $\mathbf{F}$ , we derive the update rules associated to (17) as

$$\mathbf{G} \leftarrow \mathbf{\Omega}_G \circ \mathbf{\Phi}_G + \bar{\mathbf{\Omega}}_G \circ \Delta_G \circ \left[ \frac{(\mathbf{W} \circ (\mathbf{X} - \mathbf{\Phi}_G \cdot \mathbf{F})^+) \cdot \mathbf{F}^T}{(\mathbf{W} \circ (\Delta_G \cdot \mathbf{F})) \cdot \mathbf{F}^T} \right]. \quad (20)$$

One can note that in matrix factorization, a scale ambiguity between  $\mathbf{G}$  and  $\mathbf{F}$  is usually observed. It is classically solved by normalizing the lines of  $\mathbf{F}$  or the columns of  $\mathbf{G}$ . However, in the calibration framework that we consider in this paper, we aim to exactly recover the lines of  $\mathbf{F}$  (and the columns of  $\mathbf{G}$ ). As a consequence, we can not arbitrarily normalize them. In our proposed calibration method, the scale ambiguity is actually tackled thanks to the calibrated sensor readings in  $\mathbf{X}$ . The constrained column in  $\mathbf{F}$  then scales the whole factorization problem as long as there are enough rendezvous into the data matrix  $\mathbf{X}$  to link each mobile sensor—possibly using a path between them—to at least two distinct reference measurements<sup>4</sup>. If there are not enough reference measurements and/or not enough rendezvous between mobile sensors to be calibrated and references ones, then the above Informed NMF-based calibration method—denoted IN-cal below—performs the relative calibration of the network, i.e., sensors are consistent but a scale ambiguity remains. The IN-cal algorithm is summarized in Algorithm 1.

---

**Algorithm 1** Informed NMF-based calibration (IN-cal)
 

---

**Require:**  $\mathbf{G}^{(0)}, \mathbf{F}^{(0)}$   
**for** iter = 1 **to** ITERMAX **do**  
     Updating  $\mathbf{G}$  using (20)  
     Updating  $\mathbf{F}$  using (19)  
**end for**

---

### C. Average-constrained extension of IN-cal

Most sensor manufacturers provide average calibration parameters associated with their sensors. While being useful, this information is not used in the above IN-cal method. Moreover, it allows regularizing the calibration problem if the data sampling requirements are not satisfied for some sensors, i.e., if they do not have enough rendezvous, or if no reference sensor readings are available. Lastly, it should be noticed that such an information has been used in [13] for a compressed-sensing calibration problem, or in [7], [20] for moment-based mobile sensor calibration methods. However, we use it in a slightly different way, as we explain hereafter.

<sup>4</sup>Please note that the scale ambiguity can be solved if the number of distinct sensed entries in the last column of  $\mathbf{X}$  is at least equal to the rank of  $\mathbf{X}$ , which is 2 in this paper. When the rank of  $\mathbf{X}$  is higher—as met in, e.g., [23] for blindly calibrating a sensor with a polynomial model—this number increases as well.

In the affine response model that we are considering in this paper, the average calibration parameters are provided by the sensor manufacturers as a mean offset  $\bar{f}_1$  and a mean gain  $\bar{f}_2$ . In practice, these values are approximately equal to the average calibration parameters to be estimated, i.e.,

$$\frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m f_{1,i} \approx \bar{f}_1 \quad \text{and} \quad \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m f_{2,i} \approx \bar{f}_2 \quad . \quad (21)$$

By defining  $\bar{\mathbf{f}} \triangleq [\bar{f}_1, \bar{f}_2]^T$ , (21) then reads

$$\frac{1}{m} \cdot \mathbf{F} \cdot \begin{bmatrix} \mathbb{1}_{[m \times 1]} \\ 0 \end{bmatrix} \approx \bar{\mathbf{f}} \quad , \quad (22)$$

where  $\begin{bmatrix} \mathbb{1}_{[m \times 1]} \\ 0 \end{bmatrix}$  is the  $(m+1) \times 1$  column vector composed of a  $m \times 1$  column of ones concatenated with a single zero, in order not to include the last column of  $\mathbf{F}$  to the mean computation. One can note that by using the parameterization (15)—and by noticing that the last column of  $\bar{\mathbf{\Omega}}_F$  is null—this approximation reads

$$\frac{1}{m} \cdot (\bar{\mathbf{\Omega}}_F \circ \mathbf{F}) \cdot \mathbb{1}_{[(m+1) \times 1]} \approx \bar{\mathbf{f}} \quad , \quad (23)$$

which can then be included into our previous calibration approach. Indeed, it appears as an extra-penalization term in (16), i.e.,

$$\begin{aligned} \{\tilde{\mathbf{G}}, \tilde{\mathbf{F}}\} &= \arg \min_{\mathbf{G}, \mathbf{F} \geq 0} \frac{1}{2} \cdot \|\mathbf{W} \circ (\mathbf{X} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{F})\|_{\mathcal{F}}^2 \\ &+ \frac{\mu}{2} \cdot \left\| \frac{1}{m} \cdot (\bar{\mathbf{\Omega}}_F \circ \mathbf{F}) \cdot \mathbb{1}_{[(m+1) \times 1]} - \bar{\mathbf{f}} \right\|_{\mathcal{F}}^2, \quad (24) \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{G} &= \mathbf{\Omega}_G \circ \mathbf{\Phi}_G + \bar{\mathbf{\Omega}}_G \circ \Delta_G, \\ \mathbf{F} &= \mathbf{\Omega}_F \circ \mathbf{\Phi}_F + \bar{\mathbf{\Omega}}_F \circ \Delta_F, \end{aligned}$$

where  $\mu$  is a user-defined weight. As for IN-cal, (24) may be decomposed into two sub-problems. Actually, the sub-problem in  $\mathbf{G}$  is the same as IN-cal and (20) still applies. However, the average constraint affects the sub-problem relative to  $\mathbf{F}$ , i.e.,

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{F}} &= \arg \min_{\mathbf{F} \geq 0} \frac{1}{2} \|\mathbf{W} \circ (\mathbf{X} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{F})\|_{\mathcal{F}}^2 \\ &+ \frac{\mu}{2} \cdot \left\| \frac{1}{m} \cdot (\bar{\mathbf{\Omega}}_F \circ \mathbf{F}) \cdot \mathbb{1}_{[(m+1) \times 1]} - \bar{\mathbf{f}} \right\|_{\mathcal{F}}^2, \quad (25) \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{F} &= \mathbf{\Omega}_F \circ \mathbf{\Phi}_F + \bar{\mathbf{\Omega}}_F \circ \Delta_F. \end{aligned}$$

It should be noticed that normalizing the rows of  $\mathbf{F}$  is classical in matrix factorization and is usually performed after each update of  $\mathbf{F}$  [42] or within the optimization problem [52]. Informed NMF with normalization was also investigated in [53], [54]. However, such a normalization implies rows of  $\mathbf{F}$  to be exactly equal to the chosen means, which may lead to calibration errors in the case of an inexact knowledge of the mean parameters in the considered application. Such an estimation error is also a limitation of any blind calibration technique without reference sensors used as ground truth, e.g., [13]. By considering the norm constraint as a penalization term such as (25), one can thus change the penalization weight depending whether or not the sampling and diversity assumptions in  $\mathbf{X}$  are satisfied to ensure calibration with the above IN-cal method.

We derive in Appendix A the multiplicative update rule from (25), which reads

$$\tilde{\mathbf{F}} \leftarrow \mathbf{\Omega}_F \circ \mathbf{\Phi}_F + \tilde{\mathbf{\Omega}}_F \circ \mathbf{\Delta}_F \circ \mathbf{B}, \quad (26)$$

where

$$\mathbf{B} = \frac{\tilde{\mathbf{\Omega}}_F \circ (\mathbf{G}^T (\mathbf{W}^2 \circ \mathbf{X}_F)) + \frac{\mu}{m} \cdot \text{diag}(\tilde{\mathbf{f}}) \cdot \tilde{\mathbf{\Omega}}_F}{\tilde{\mathbf{\Omega}}_F \circ (\mathbf{G}^T (\mathbf{W}^2 \circ (\mathbf{G} \cdot (\tilde{\mathbf{\Omega}}_F \circ \mathbf{\Delta}_F)))) + \frac{\mu}{m^2} \cdot \text{diag}((\tilde{\mathbf{\Omega}}_F \circ \mathbf{\Delta}_F) \cdot \mathbf{1}_{[(m+1) \times 1]}) \cdot \tilde{\mathbf{\Omega}}_F}. \quad (27)$$

Equations (26) and (27) take into account the Average Constraint in IN-cal, hence the name denoted ACIN-cal of this extension in the remainder of the paper. Its structure is summarized in Algorithm 2.

---

**Algorithm 2** Average-Constrained extension of IN-cal (ACIN-cal)

---

**Require:**  $\mathbf{G}^{(0)}$ ,  $\mathbf{F}^{(0)}$ ,  $\tilde{\mathbf{f}}$ ,  $\mu$

**for** iter = 1 **to** ITERMAX **do**

    Updating  $\mathbf{G}$  using (20)

    Updating  $\mathbf{F}$  using (26) and (27)

**end for**

---

#### D. Sparsity-constrained extension of IN-cal

In order to provide a good performance, the IN-cal method needs enough rendezvous between sensors, which is not necessarily satisfied in practice. Moreover, properly discretizing the scene  $\mathcal{S}$  may be an issue, even for an expert.

In this section, we thus propose to regularize the IN-cal method by including one more constraint on the physical input phenomenon  $\mathbf{y}$ , i.e., the second column of  $\mathbf{G}$ . Indeed, we assume that  $\mathbf{y}$  allows a sparse decomposition according to a known dictionary  $\mathcal{D}$ , i.e.,

$$\exists \mathbf{a} \in \text{Sp}(\mathbb{R}^p), \text{ s.t. } \mathbf{y} \approx \mathcal{D} \cdot \mathbf{a}, \quad (28)$$

where  $p$  is the number of atoms in  $\mathcal{D}$  and  $\text{Sp}(\mathbb{R}^p)$  denotes the space of sparse vectors from  $\mathbb{R}^p$ , i.e.,  $\text{Sp}(\mathbb{R}^p) \triangleq \{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^p, \text{ s.t. } \|\mathbf{u}\|_0 \ll p\}$ , where  $\|\mathbf{u}\|_0$  stands for the number of non-zeros elements in  $\mathbf{u}$ . This extra-constraint then leads to a new Sparsity-constrained extension of IN-cal, denoted SpIN-cal. In environment monitoring, the dictionary  $\mathcal{D}$  can be learned from realizations of a physical model—e.g., a Gaussian plume diffusion model [55]—which provides patterns of the observed signal  $\mathbf{y}$ . The sparse decomposition of the observed phenomenon according to the dictionary means that the observed physical phenomenon has to be a combination of a few of these known patterns.

Including the constraint (28) into the factorization problem (16) leads to a novel problem with a third unknown, i.e.,

$$\begin{aligned} \{\tilde{\mathbf{G}}, \tilde{\mathbf{F}}, \mathbf{a}\} = \arg \min_{\mathbf{G} \geq 0, \mathbf{F} \geq 0, \mathbf{a}} & \frac{1}{2} \cdot \|\mathbf{W} \circ (\mathbf{X} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{F})\|_{\mathcal{F}}^2, \\ & + \frac{\lambda}{2} \cdot \|\mathbf{g}_2 - \mathcal{D} \cdot \mathbf{a}\|_{\mathcal{F}}^2, \\ \text{s.t. } & \mathbf{G} = \mathbf{\Omega}_G \circ \mathbf{\Phi}_G + \tilde{\mathbf{\Omega}}_G \circ \mathbf{\Delta}_G, \\ & \mathbf{F} = \mathbf{\Omega}_F \circ \mathbf{\Phi}_F + \tilde{\mathbf{\Omega}}_F \circ \mathbf{\Delta}_F, \\ & \|\mathbf{a}\|_0 \ll p, \end{aligned} \quad (29)$$

where  $\lambda$  is the positive parameter which controls the strength of the sparsity of the contribution vector  $\mathbf{a}$ . This problem differs from classical sparse NMF [56]–[59] which consists of estimating a sparse matrix factor. On the contrary, we here look for a dense matrix with a sparse decomposition, which meets some similarities with [60]. As for the IN-cal and ACIN-cal optimization problems, the cost function in (29) is non-convex with respect to  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{F}$ , and  $\mathbf{a}$ . Moreover, as the sparse decomposition constraint in (29) only influences the update of  $\mathbf{G}$ , the subproblems that we have to care about read

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{G}} = \arg \min_{\mathbf{G}} & \frac{1}{2} \cdot \|\mathbf{W} \circ (\mathbf{X} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{F})\|_{\mathcal{F}}^2 + \frac{\lambda}{2} \cdot \|\mathbf{g}_2 - \mathcal{D} \cdot \mathbf{a}\|_{\mathcal{F}}^2, \\ \text{s.t. } & \mathbf{G} = \mathbf{\Omega}_G \circ \mathbf{\Phi}_G + \tilde{\mathbf{\Omega}}_G \circ \mathbf{\Delta}_G, \end{aligned} \quad (30)$$

and

$$\tilde{\mathbf{a}} = \arg \min_{\mathbf{a}} \frac{\lambda}{2} \cdot \|\mathbf{g}_2 - \mathcal{D} \cdot \mathbf{a}\|_{\mathcal{F}} \quad \text{s.t. } \|\mathbf{a}\|_0 \ll p. \quad (31)$$

One can note that the update rule (19) still applies here, as the sparsity constraint does not impact  $\mathbf{F}$ . Noticing that

$$\mathbf{g}_2 = \mathbf{G} \cdot [0, 1]^T, \quad (32)$$

the penalization term in (30) can be rewritten as

$$\frac{\lambda}{2} \cdot \|\mathbf{g}_2 - \mathcal{D} \cdot \mathbf{a}\|_{\mathcal{F}}^2 = \frac{1}{2} \cdot \left\| \left( \sqrt{\lambda} \cdot \mathbf{1}_{[n \times 1]} \right) \circ \left( \mathcal{D} \cdot \mathbf{a} - \mathbf{G} \cdot [0, 1]^T \right) \right\|_{\mathcal{F}}^2. \quad (33)$$

By defining

$$\mathbb{W} \triangleq [\mathbf{W}, \sqrt{\lambda} \cdot \mathbf{1}_{[n \times 1]}], \quad \mathbb{X} \triangleq [\mathbf{X}, \mathcal{D} \cdot \mathbf{a}], \quad \text{and } \mathbb{F} \triangleq \left[ \mathbf{F}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right], \quad (34)$$

it is straightforward to show that

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \cdot \|\mathbb{W} \circ (\mathbb{X} - \mathbf{G} \cdot \mathbb{F})\|_{\mathcal{F}}^2 \\ & = \frac{1}{2} \cdot \|\mathbf{W} \circ (\mathbf{X} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{F})\|_{\mathcal{F}}^2 + \frac{\lambda}{2} \cdot \|\mathbf{g}_2 - \mathcal{D} \cdot \mathbf{a}\|_{\mathcal{F}}^2, \end{aligned} \quad (35)$$

and the optimization problem (30) then reads

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{G}} \approx \arg \min_{\mathbf{G} \geq 0} & \frac{1}{2} \cdot \|\mathbb{W} \circ (\mathbb{X} - \mathbf{G} \cdot \mathbb{F})\|_{\mathcal{F}}^2, \\ \text{s.t. } & \mathbf{G} = \mathbf{\Omega}_G \circ \mathbf{\Phi}_G + \tilde{\mathbf{\Omega}}_G \circ \mathbf{\Delta}_G. \end{aligned} \quad (36)$$

The update rule (20) thus applies by replacing  $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{X}$ , and  $\mathbf{F}$  by  $\mathbb{W}$ ,  $\mathbb{X}$ , and  $\mathbb{F}$ , respectively.

Lastly, for the update of  $\mathbf{a}$ , the optimization problem (31) provides a sparse approximation of  $\mathbf{g}_2$  and can be tackled in several ways. As is, Problem (31) is NP-hard and one can consider its convex relaxation instead, i.e.,

$$\mathbf{a} = \arg \min_{\mathbf{a}} \|\mathbf{g}_2 - \mathcal{D} \cdot \tilde{\mathbf{a}}\|_{\mathcal{F}}^2 + \nu \cdot \|\tilde{\mathbf{a}}\|_1, \quad (37)$$

where  $\nu$  is a user-defined threshold balancing the sparsity level. The above equation is the exact formulation of the LASSO—or equivalently Basis Pursuit Denoising—problem which has been extensively investigated since [61] and for which many algorithms may be found in the literature [58]. However, the LASSO algorithms are usually sensitive to the choice of  $\nu$  that must be carefully set [58]. As an alternative, such a problem can also be tackled using greedy algorithms like Orthogonal

Matching Pursuit (OMP) [62] for example. OMP iteratively incorporates atoms into the sparse decomposition up to a maximum number  $q$  of selected atoms (with  $q \ll p$ ) or a given approximation error. Since we found OMP to provide a good performance in preliminary tests, we stick with this method in this paper but SpIN-cal might use a more recent sparse approximation technique if needed.

One main interest of SpIN-cal is that it relaxes the rendezvous requirement needed in IN-cal and ACIN-cal. Indeed, by using the dictionary, sensors are in *virtual rendezvous* as long as they share the same atom support. The *exact* rendezvous assumption in IN-cal can thus be relaxed provided some *virtual* rendezvous still exist. This implies that the Scene discretization can be refined—i.e.,  $\Delta_d$  can be set to a smaller value—without affecting the calibration enhancement. Moreover, we noticed in our preliminary work [18] that SpIN-cal needed much less iterations than IN-cal to converge. The structure of SpIN-cal may be summarized in Algorithm 3.

---

**Algorithm 3** Sparsity constrained extension of IN-cal (SpIN-cal)

---

**Require:**  $G^{(0)}, F^{(0)}, \mathcal{D}, \lambda$   
**for** iter = 1 **to** ITERMAX **do**  
  Estimating  $\mathbf{a}$  using OMP [62] to solve (31)  
  Constructing  $\mathbb{W}, \mathbb{X}$ , and  $\mathbb{F}$  defined in (34)  
  Updating  $\mathbf{G}$  using (20) with  $\mathbb{W}, \mathbb{X}$ , and  $\mathbb{F}$  instead of  $\mathbf{W}, \mathbf{X}$ , and  $\mathbf{F}$ , respectively  
  Updating  $\mathbf{F}$  using (19)  
**end for**

---

Please note that, as SpIN-cal and ACIN-cal extend IN-cal by adding extra-information in  $\mathbf{G}$  and  $\mathbf{F}$ , respectively, it is straightforward to derive an extension of IN-cal, denoted SpAIN-cal, which combines the sparse assumption on  $\mathbf{G}$  and the average constraint on  $\mathbf{F}$ , as shown in Algorithm 4.

---

**Algorithm 4** Sparsity and Average constrained extension of IN-cal (SpAIN-cal)

---

**Require:**  $G^{(0)}, F^{(0)}, \mathcal{D}, \lambda, \bar{\mathbf{f}}, \mu$   
**for** iter = 1 **to** ITERMAX **do**  
  Estimating  $\mathbf{a}$  using OMP [62] to solve (31)  
  Constructing  $\mathbb{W}, \mathbb{X}$ , and  $\mathbb{F}$  defined in (34)  
  Updating  $\mathbf{G}$  using (20) with  $\mathbb{W}, \mathbb{X}$ , and  $\mathbb{F}$  instead of  $\mathbf{W}, \mathbf{X}$ , and  $\mathbf{F}$ , respectively  
  Updating  $\mathbf{F}$  using Eqs. (26) and (27)  
**end for**

---

In the remainder of this paper, we investigate the performance of the low-rank-based approach using NMF/C [40], and of the IN-cal, ACIN-cal, and SpIN-cal methods with respect to different parameter values.

### E. Discussion

In this subsection, we discuss some potential issues met with the above methods. First of all, it should be noticed that these approaches require the matrices  $\mathbf{G}$  and  $\mathbf{F}$  to be initialized in order to perform the updates. NMF initialization is known to

be tricky, and classical strategies consist of a random initialization while some authors propose an initialization provided by experts [47], the output of another factorization method [63], or of a physical model [64]. In our previous work [17], [18], we used the natural method proposed in Section IV-A as the input of the proposed IN-cal and SpIN-cal methods, respectively. The low-rank completion stage was using the method proposed in [50]. Unfortunately, such an initialization was time consuming and we replaced the truncated SVD-based completion [50] by NMF/C [40]. However, as any NMF technique, NMF/C must be initialized. This is done as follows: we randomly initialize  $\mathbf{F}$  around the theoretical values of the calibration parameters  $\bar{\mathbf{f}}$  while we initialize  $\mathbf{G}$  as follows. Its first column only contains some ones while the second column  $\mathbf{g}_2$  is randomly generated. The eventual negative entries of both matrices  $\mathbf{G}$  and  $\mathbf{F}$  are then projected to a small non-negative threshold, in order to ensure the nonnegativity of the whole matrices. The outputs of NMF/C with such an initialization were then used to initialize the proposed informed NMF-based calibration methods. We finally noticed in some preliminary tests that initializing the latter with the above random strategy provided the same performance than using the output of the natural calibration method using NMF/C. As a consequence, in this paper, we stick with the above random initialization strategy for the blind calibration techniques proposed in this paper.

Another issue is the presence of the user-defined thresholds  $\lambda$  and  $\mu$  in the proposed ACIN-cal, SpIN-cal, and SpAIN-cal methods. Indeed, the calibration performance of these methods might be linked to the choice of the values of such parameters. Even if we investigate their influence on the enhancement of the proposed methods in Section V, their optimization is out of the scope of the paper. However, we here discuss some strategies possibly well-suited to that purpose. A first technique might consist of (i) deriving multiple factor matrices with different values of  $\mu$  and  $\lambda$ , and (ii) providing actual solutions using *late fusion*, e.g., clustering the outputs of the multiple runs. Late fusion is classically met with source separation [65] or multiple source localization [66], when the same parameters are estimated several times. However, such a strategy may degrade the calibration performance if some of the tested values of the user-defined thresholds yield poor estimates of  $\mathbf{F}$ . As an alternative, one can notice that the different terms of the cost functions in Eqs. (25) and (29) might not be simultaneously optimized. As a consequence, no unique solution might exist to solve them and one might consider *multi-objective optimization* techniques to find the set of the best parameter values (in the sense of a Pareto front) instead [67]. Combining multi-objective optimization with NMF was recently proposed in [68], [69] and similar strategies might be used with the proposed techniques as well.

## V. EXPERIMENTAL VALIDATION

In this section, we investigate the performance of the proposed calibration methods. For that purpose, we simulate a crowdsensing-like particulate matter sensing during a time interval  $[t, t + \Delta_t)$ , which satisfies the assumptions in Section III. The scene  $\mathcal{S}$  is a  $10 \times 10$  discretized area—as shown



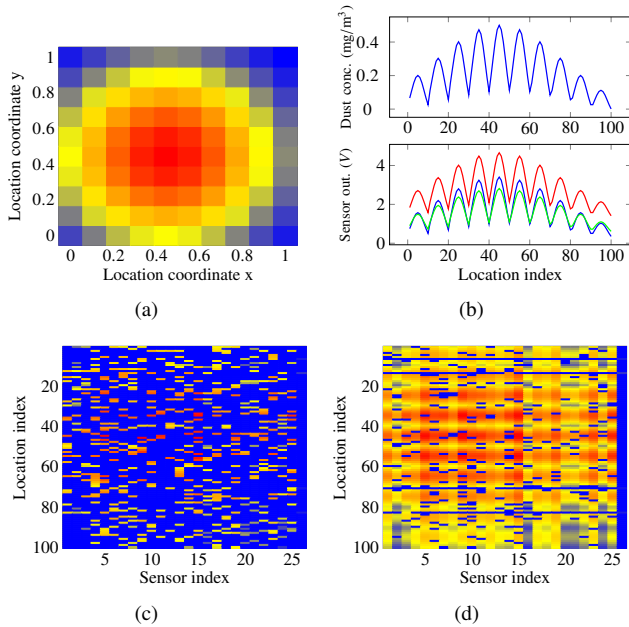


Fig. 2. (a) The  $10 \times 10$  simulated scene  $\mathcal{S}$  (pollution field); (b) (top) the vectorized scene  $\mathbf{y}$ , (bottom) three vectorized sensor readings of  $\mathbf{y}$ ; (c-d): simulated dataset with 25 mobile sensor and 4 reference measurements (in the last column of  $\mathbf{X}$ ) with (c)  $\rho_{MV} = 0.8$  and  $\rho_{RV} = 0.9$ ; (d)  $\rho_{MV} = 0.1$  and  $\rho_{RV} = 0.1$ .

in Fig. 2(a)—which is observed by  $m + 1 = 26$  sensors, i.e.,  $m = 25$  uncalibrated and mobile dust sensors [37] connected to mobile devices and one calibrated, high quality, and mobile sensor<sup>5</sup>.

Once the scene is unfolded,  $\mathbf{y}$  is a vector of length  $n = 100$ . The observed concentrations in  $\mathbf{y}$  range between 0 and  $0.5 \text{ mg/m}^3$ , for which the sensor response is assumed to be affine [37]. For each uncalibrated sensor, each observed data point represents a nonnegative voltage linked to the corresponding ground truth point in  $\mathbf{y}$  according to (1). In particular, following the datasheet in [37], the offset and gain coefficients are randomly set according to a Gaussian distribution centered around  $\tilde{f}_1 = 0.9 \text{ V}$  and  $\tilde{f}_2 = 5 \text{ V}/(\text{mg}/\text{m}^3)$ , respectively, and then projected onto their respective interval of admissible values—provided by the manufacturer [37]—i.e.,  $0 < f_{1,j} < 1.5$  and  $3.5 < f_{2,j} < 6.5$ ,  $\forall j = 1, \dots, m$ . We then get a  $26 \times 100$  theoretical observation matrix for which we randomly keep  $k + l$  samples in  $\mathbf{X}$  only, where  $k$  (respectively,  $l$ ) is the number of calibrated (respectively, uncalibrated) sensor samples—with  $k \ll l$ —hence providing the irregular spatial sampling over the scene. Moreover, we remove data in  $\mathbf{X}$  so that each uncalibrated sensor is in rendezvous at most once with the reference sensor, which is a difficult scenario as discussed in Section V-B. Indeed, the performance of the proposed blind calibration methods not only depends on the number of sensed values in  $\mathbf{X}$  but also on the number of rendezvous between uncalibrated and calibrated sensors. We denote  $\rho_{MV}$  and  $\rho_{RV}$  the proportions of missing values in  $\mathbf{X}$ ,

<sup>5</sup>Actually and as discussed above, we get  $k$  fixed, calibrated, and accurate sensors whose obtained values are modeled as those of the  $(m + 1)$ -th sensor in the mobile sensor calibration problem.

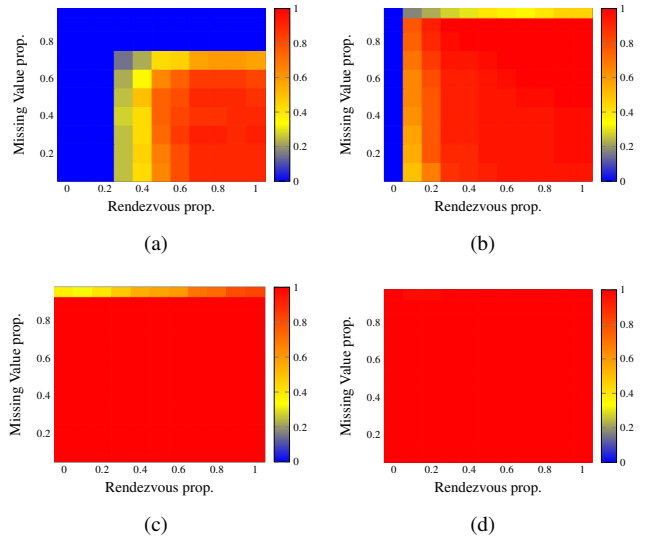


Fig. 3. Calibration success proportion with respect to the rendezvous proportion and the missing value proportion, blue color means no efficient calibration within the trials while red means perfect calibration for all trials. (a) Natural approach, (b) IN-cal, (c) ACIN-cal, and (d) SpIN-cal.

and of rendezvous between the uncalibrated sensors and the calibrated one, respectively. The resulting partially observed matrix  $\mathbf{X}$  can then be plotted, according to the values of these parameters, as shown in Figs. 2(c) and 2(d) for example. Moreover, Gaussian noise realizations may be added to the observed uncalibrated sensor data and the weight coefficients  $\rho_j$  defined in (6) are set to  $\rho_j = 1$ . Lastly, we construct a dictionary  $\mathcal{D}$  with  $p = 62$  atoms, such that  $\mathcal{S}$  can be decomposed using only  $q = 2$  atoms of  $\mathcal{D}$ , i.e.,  $\mathbf{y}$  is 2-sparse.

Let us stress that in all the tests performed in this paper, we use the same fixed scene  $\mathcal{S}$ . However, for each value of each tested parameter, i.e., the simulation of the sensor calibration parameters, the proportions  $\rho_{MV}$  and  $\rho_{RV}$ , and the input signal-to-noise ratio (SNR), we repeat 40 times the experiment for the sake of statistical significance. Moreover, except when we provide another criterion, the calibration accuracy is measured using the root mean-square error between the  $m$  estimated  $\tilde{f}_{2,j}$  and actual  $f_{2,j}$  uncalibrated gains<sup>6</sup>, i.e.,

$$\text{RMSE}(\mathbf{f}_2, \tilde{\mathbf{f}}_2) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m (f_{2,j} - \tilde{f}_{2,j})^2}{m}}. \quad (38)$$

#### A. Global performance of the proposed methods

In this subsection, we aim to characterize the enhancement provided by the proposed calibration methods, i.e., the “natural” approach based on the low-rankness of  $\mathbf{X}$  using the NMF/C method to perform the completion of  $\mathbf{X}$ , and the IN-cal, ACIN-cal, and SpIN-cal methods.

In a first series of tests, we make  $\rho_{MV}$  and  $\rho_{RV}$  vary from 0% to 95%, and from 0% to 90%, respectively. For each pair of parameters  $(\rho_{MV}; \rho_{RV})$ , we generate 40 simulations for which we run the above methods during  $5 \cdot 10^5$

<sup>6</sup>RMSEs computed over the estimated offsets, not plotted in the paper for space considerations, provide a similar performance as the gain RMSEs.

iterations after the same initialization. In this experiment, we do not add additive noise, the values of  $\mu$  and  $\lambda$  in Eqs. (25) and (29) are set to 10 and 10, respectively. Their influence on the calibration performance is investigated in Section V-C. It should be noticed that the approximate mean calibration parameters are set to the exact mean parameters, which provides an upper bound of the expected performance of ACIN-cal. Actually, such a perfect knowledge was also used in [13] for a compressed sensing calibration problem. As explained above, we discuss the effects of the error of estimation of the mean calibration values in Section V-C. Inspired by the phase transition diagrams that are commonly used in matrix completion, we count the proportions of cases when the achieved RMSEs are below  $10^{-7}$  for each tested value of  $(\rho_{MV}; \rho_{RV})$  and for each tested methods. The obtained diagrams are plot in Figs. 3(a) to 3(d).

The natural approach described in Section IV-A often succeeds in calibrating the network when the latter is dense, i.e., when the proportion  $\rho_{MV}$  of missing values is below 50% and the proportion  $\rho_{RV}$  of rendezvous between calibrated and uncalibrated sensors is above 60%. Within these conditions, the proportion of calibration success is between 80 and 100%, as shown in Fig. 3(a). When  $\rho_{MV}$  increases and/or when  $\rho_{RV}$  decreases, the method completely fails as it never reaches an RMSE below  $10^{-7}$  when  $\rho_{MV} \geq 0.8$  or  $\rho_{RV} \leq 0.2$ .

As we can see in Fig. 3(b), the IN-cal method is much more versatile than the previous technique as it almost always succeeds in calibrating the network, except when there is no rendezvous between uncalibrated and calibrated sensors or when the proportion  $\rho_{RV}$  of missing values is equal to 95%. This shows the relevance of the proposed approach with its specific parameterization. The loss of performance for the above “extreme” values of  $\rho_{MV}$  and  $\rho_{RV}$  was expected, as the assumptions needed by the method were not satisfied anymore.

The plot in Fig. 3(c) shows that ACIN-cal takes advantage of the average values of the calibration parameters to regularize the calibration. In particular, normalizing the rows of  $\mathbf{F}$  provides some robustness to the calibration performance when there is no rendezvous between calibrated and uncalibrated sensors. Let us stress again that these diagrams are obtained when the average calibration parameters are perfectly estimated. Their poor estimation should provide a much lower performance, as discussed in Section V-C.

Lastly, as shown in Fig. 3(d), the SpIN-cal method outperforms all the above techniques as it always succeeds in performing calibration in all the tests. This was expected as the dictionary provides a relaxed condition in terms of rendezvous which regularizes the problem. The SpAIN-cal technique provides the same performance as SpIN-cal on these tests and the corresponding diagram is not shown for the sake of readability.

We now investigate more deeply the sensitivity of our proposed methods to (i) the missing value proportion in the data matrix  $\mathbf{X}$ —due to the network sampling—(ii) the proportion of mobile sensors having a rendezvous with a reference, and (iii) the input SNR. Except when we make these parameters vary, we set the proportions  $\rho_{MV}$  and  $\rho_{RV}$  of missing values and of rendezvous between calibrated and uncalibrated sensors to

90% and to 30%, respectively. Moreover, except when we test the influence of noise, we do not add noise in the simulated matrices. Each experiment is repeated 40 times and all the methods are run after the same initialization—as explained in Section IV-E—and stopped after  $5 \cdot 10^5$  iterations. We evaluate their performance with the RMSE criterion (38).

1) *Influence of the missing value proportion:* In order to finely assess the impact of the missing value proportion on our calibration methods, we make the missing value proportion  $\rho_{MV}$  range between 0 and 95%.

Figures 4(a) to 4(e) show the achieved enhancement they provide. The plain curves and the blue areas represent the median RMSEs and the spread of the reached RMSEs obtained for each parameter value. One can note that the completion-based calibration is not providing satisfying results—neither with the median nor with the envelope—and is almost always outperformed by all the informed NMF-based calibration methods. The IN-cal technique provides median RMSEs below  $10^{-12}$  when  $\rho_{MV}$  varies from  $\rho_{MV} = 0\%$  to  $\rho_{MV} = 90\%$ . The large spread of the envelope is due to the low convergence rate of the method in some cases. It should be noticed that increasing the number of iteration highly reduces the spread, as shown in [17] where IN-cal is run with  $10^6$  iterations instead of  $5 \cdot 10^5$  as in this paper. For  $\rho_{MV} = 95\%$ , the poor calibration performance is due to the lack of data in  $\mathbf{X}$ , which makes some uncalibrated sensors not being connected with calibrated ones, even through a multiple path. As a consequence, the estimation of  $\mathbf{F}$  is done up to a scale ambiguity, as discussed in Section III.

ACIN-cal provides a slightly lower median calibration error than IN-cal and a much lower spread. When the proportion of missing values is high, ACIN-cal provides a much higher calibration error than with lower values of  $\rho_{MV}$  (but still much lower than IN-cal in the same configuration). These results correspond to our expectations: the average-based regularization in ACIN-cal is designed to cure calibration problems due to unavailable reference measurements but cannot handle high proportions of missing values. However, one can note that this regularization also speeds up the NMF convergence, as the envelope is very close to the median RMSE for parameters  $\rho_{MV}$  below 95%.

As expected, the SpIN-cal technique is providing better results for all tested proportions of missing value. The upper limit of the envelope is much lower than the one associated with IN-cal, thanks to the regularization which speeds up the NMF convergence, as shown in [18]. Lastly, Fig. 4(e) shows that SpAIN-cal combines the nice results of SpIN-cal and ACIN-cal, as the median performance is almost similar to SpIN-cal while the envelope is much reduced, as in ACIN-cal.

2) *Effect of the proportion of rendezvous between calibrated and uncalibrated sensors:* In this experiment, we make  $\rho_{RV}$  range between 0 to 100%. The obtained performance with respect to the rendezvous proportion  $\rho_{RV}$  is shown in Figs. 5(a) to 5(e). As for the missing value proportion, all proposed informed NMF methods almost always outperform the natural approach based on low-rankness using NMF/C. IN-cal provides a high performance as long as there exist some

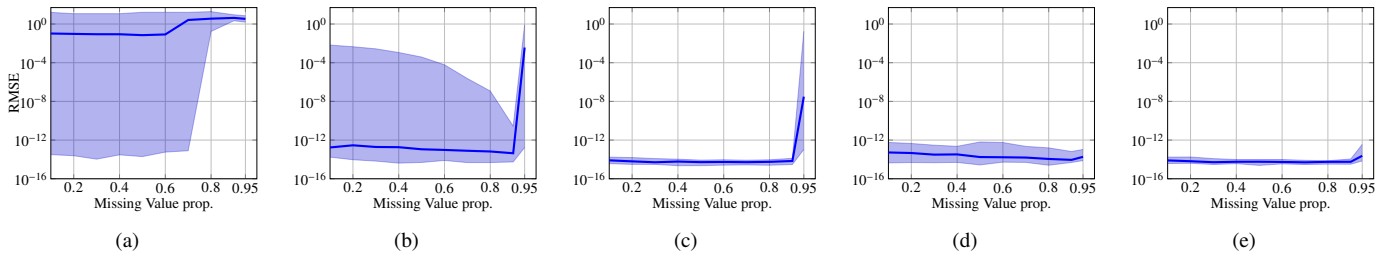


Fig. 4. Evolution of the RMSE with respect to the missing value proportion: (a) Natural approach; (b) IN-cal; (c) ACIN-cal; (d) SpIN-cal; (e) SpAIN-cal.

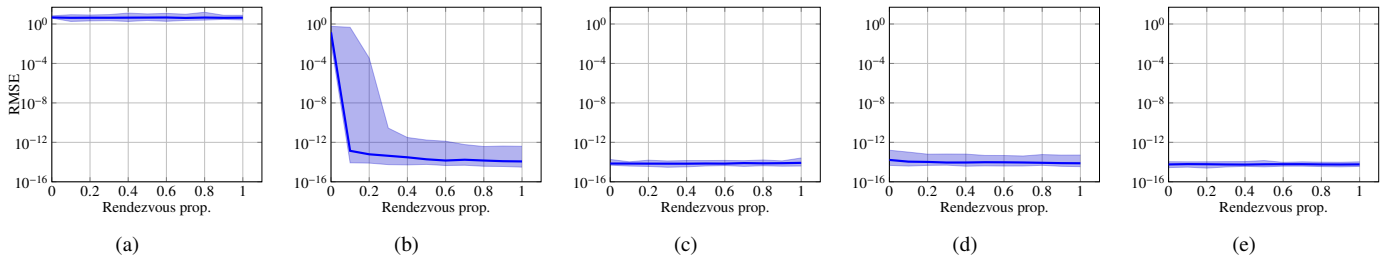


Fig. 5. Evolution of the RMSE with respect to the input rendezvous proportion: (a) Natural approach; (b) IN-cal; (c) ACIN-cal; (d) SpIN-cal; (e) SpAIN-cal.

rendezvous between calibrated and uncalibrated sensors. When the proportion  $\rho_{RV}$  reduces to zero, the classical NMF scale ambiguity cannot be fixed, thus leading to a drastic drop of calibration enhancement. However, let us stress again that even if there is no rendezvous between uncalibrated and reference sensors, IN-cal still performs relative calibration, which means that the parameters of each sensor are well estimated up to a common scale ambiguity.

ACIN-cal provides a better performance than IN-cal, as it uses the knowledge of the average calibration parameters to reduce the calibration error when relative calibration is performed with IN-cal. While the RMSEs shown on Fig. 5(c) are almost always the lowest achieved by all the tested methods, let us stress again that the reached performance may be lowered in the case of a coarser estimation of the mean parameters, as studied in Section V-C.

Lastly, the performance achieved by both SpIN-cal and SpAIN-cal is constant regardless of the rendezvous proportion. Indeed and as explained before, the strong rendezvous assumption needed in IN-cal is not needed anymore by SpIN-cal and SpAIN-cal, since two sensors are in rendezvous if they share the same atom support. The dictionary thus makes these methods robust to the proportion of rendezvous between mobile and reference sensors. However and as noticed above, the average information allows to reduce the spread of the reached RMSEs in SpAIN-cal with respect to SpIN-cal.

3) *Influence of the additive noise:* To study the sensitivity of our proposed methods against the input SNR, we make the input SNR vary from  $\infty$  (no noise) to 0 dB by adding truncated realizations of Gaussian noise to the data matrix  $X$ . The noise realizations are truncated in order to keep nonnegative entries of  $X$ .

The results obtained with respect to the input SNR are shown in Figs. 6(a) to 6(e) and are quite similar for all the proposed informed NMF-based calibration methods, except

for the lowest tested input SNRs. Indeed, their median performance linearly decreases with the input SNR. One might expect SpIN-cal and SpAIN-cal to provide better results than the reached ones. However, it should be noticed that only  $G$  is estimated using the dictionary. This implies that the noise present in the data still affects the estimation of  $F$ , which is mainly investigated in this paper. Moreover, when the input SNR is 0 dB, the maximum RMSE reached with SpIN-cal is above  $10^5$ , while all the other methods have a spread (much) below this value. In a few cases, the atoms which are selected in the sparse decomposition do not correspond to the actual ones, which provides a poor calibration enhancement. On the contrary, the additional average information allows to reduce this issue in SpAIN-cal. Denoising the data in  $X$  using the dictionary is out of the scope of this paper and is let for future work.

### B. Comparison with a multi-hop calibration method

In this section, we propose to compare our calibration methods with a multi-hop technique [16] which is a micro-calibration approach exploiting the same rendezvous definition as used in our proposed IN-cal method.

This state-of-the-art technique consists of sequentially calibrating each mobile sensor of the network, using their rendezvous with previously calibrated sensors. This method basically consists of

- 1) selecting a mobile sensor to be calibrated,
- 2) calibrating this sensor by inferring its measurements in rendezvous with readings provided by the previously calibrated mobile sensor or a reference sensor,
- 3) repeating this operation until each mobile sensor is calibrated.

This "multi-hop" calibration approach was designed for a mobile crowdsensing application when the sensors are carried by tramways, thus always following the same paths and ensuring

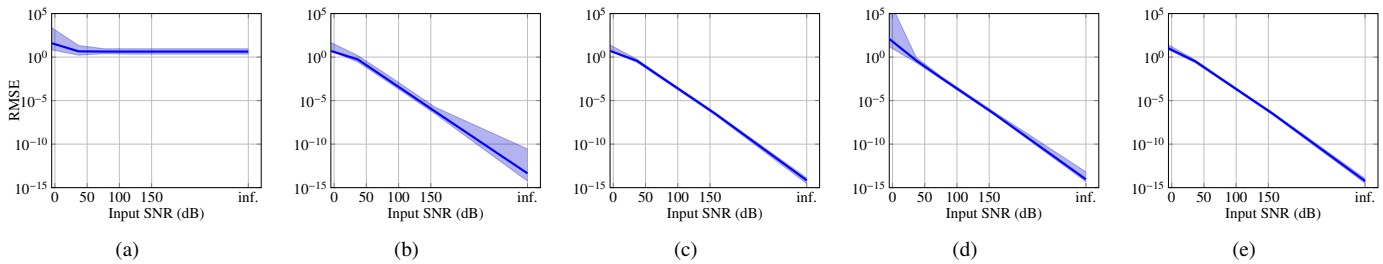


Fig. 6. Evolution of the RMSE with respect to the input SNR: (a) Natural approach; (b) IN-cal; (c) ACIN-cal; (d) SpIN-cal; (e) SpAIN-cal.

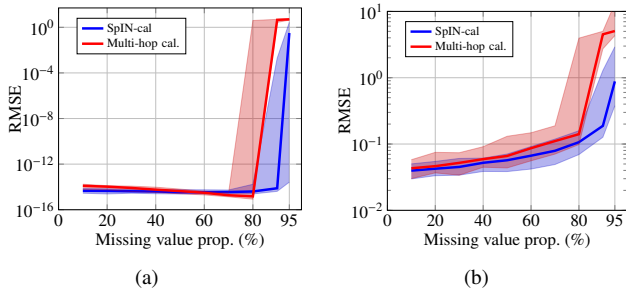


Fig. 7. Comparison of SpIN-cal with multi-hop calibration [16] with respect to the proportion of missing values in (a) noiseless and (b) noisy scenarii.

a very large number of rendezvous, even with authoritative sensors. In such a configuration, this method was shown to provide a good performance. However, when carried by volunteers, the sensor network might not be that dense and the multiple rendezvous of a mobile sensor with a reference one is not guaranteed. This is for example the case in the tests reported above, where each mobile sensor is in rendezvous at most once with the calibrated sensor. We thus propose to compare the performance of both the multi-hop and our proposed SpIN-cal methods on new simulated data satisfying the requirements of [16]. These new simulations consist of randomly removing data in  $\mathbf{X}$  to match a desired missing value proportion  $\rho_{MV}$  that we make vary from 0 to 95%. We consider both noiseless and noisy scenarios and we do not pay attention to the rendezvous proportion and the number of reference measurements in the data. Such an experiment is repeated 40 times. Figs. 7(a) and 7(b) show the median and the spread of the RMSEs—as defined in (38)—reached by the multi-hop (in red) and the SpIN-cal (in blue) methods, without and with additive noise in the observed data matrix  $\mathbf{X}$  (with an input SNR around 30 dB), respectively. In Fig. 7(a), both methods provide a similar performance when the number of missing values in  $\mathbf{X}$  is low, i.e.,  $\rho_{MV} \leq 0.8$ . However, when  $\rho_{MV}$  is higher, our proposed calibration approach outperforms [16], which is expected as the minimum number of rendezvous between the calibrated sensor and any uncalibrated one might be below 2 in some experiments. For more than 90% of missing values, both methods fail, due to the cases where at least one sensor is providing less than two distinct measurements. The plots in Fig. 7(b) show that the median RMSEs reached by SpIN-cal are always below those provided by the multi-hop technique, even when the missing value

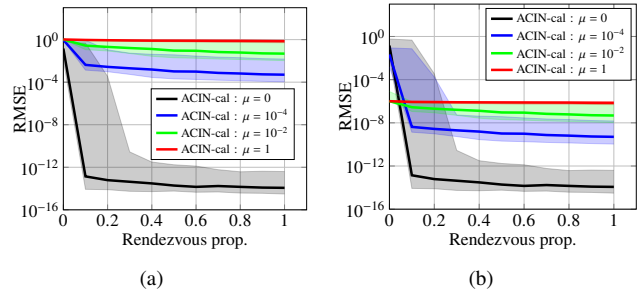


Fig. 8. Influence of the value of  $\mu$  on the calibration performance of ACIN-cal when the estimation error on  $\hat{\mathbf{f}}$  is (a) equal to 1, and (b) equal to  $10^{-6}$ .

proportion is low. When the number of missing entries in  $\mathbf{X}$  is high, the multi-hop method provides a poor calibration estimation accuracy while the SpIN-cal method yields much lower RMSEs. Actually, when  $\rho_{MV} = 0.95$ , the performance reached by SpIN-cal is almost the same in both the noiseless and the noisy configurations.

It should be noticed that when all the assumptions required by the calibration methods are satisfied—i.e., at least two "diverse-enough" measurements per sensor, at least two rendezvous with a reference for each sensor—the approach in [16] works faster than our proposed ones which requires multiple iterations. However, let us stress again that these required conditions—especially the number of rendezvous—are difficult to hold in real crowdsensing applications, hence the need for new approaches able to handle a large proportion of missing data and a low number of rendezvous, as proposed in this paper.

### C. Influence of the values of $\lambda$ and $\mu$

In the proposed calibration methods, different parameters have been introduced and the choice of their values have been partially discussed in Section IV-E.

In the SpIN-cal method (proposed in Section IV-D), two parameters have to be set, i.e., on the one hand, the number  $q$  of atoms which decompose the signal using the dictionary  $\mathcal{D}$ , and on the other hand, the weight  $\lambda$  associated to the regularization term in (29). In the above simulations, as the dictionary is constructed in order to perfectly infer the signal with two atoms, we set  $q = 2$  while the parameter  $\lambda$  is set to 10. We made vary  $\lambda$  from 0.5 to 10 in preliminary tests but we did not notice any significant differences between the obtained results. However, with real data, as the dictionary might not

exactly fit the observed signal, and as the number of needed atoms is *a priori* unknown, these parameters have both to be set with respect to the confidence of the dictionary. It should be noticed that the selection of both these parameters is tricky—and highly subject to the construction of the dictionary—which is out of the scope of this paper, as explained in Section IV-E.

In the ACIN-cal method proposed in Section IV-C, as  $\bar{\mathbf{f}}$  is provided by the sensor manufacturer, the weight  $\mu$  associated to the regularization term in (25) must be carefully chosen. In our simulations, we set  $\bar{\mathbf{f}}$  to the actual means of the calibration parameters—an optimistic configuration which was also used in another blind calibration method [13]—and  $\mu = 10$ . However, as briefly explained in Section IV-C, in real situations the true mean parameters are not perfectly known, and (21) is only approximately true. Setting a too high value for  $\mu$  then constrains the means of the rows of  $\mathbf{F}$  to a wrong average, which thus provides a poor calibration accuracy. On the contrary, if one selects a small weight  $\mu$ , then ACIN-cal might perform favorably, provided there are enough rendezvous with reference measurements. The influence of  $\mu$  is highlighted in Figs. 8(a) and 8(b). In these plots, we show the performance obtained with ACIN-cal when we set the missing value proportion to  $\rho_{MV} = 0.9$ , we add no noise, and we make the rendezvous proportion  $\rho_{RV}$  between uncalibrated and reference measurements vary from 0 to 100%. The tested values of  $\mu$  are set to 0—in that case, ACIN-cal reduces to IN-cal— $10^{-4}$ ,  $10^{-2}$ , and 1. In Fig. 8(a),  $\bar{\mathbf{f}}$  is chosen such that the distance between  $\bar{\mathbf{f}}$  and the true mean parameters is equal to 1 while in Fig. 8(b),  $\bar{\mathbf{f}}$  is chosen with an error of  $10^{-6}$ .

Let us first focus on the case when  $\mu = 0$  on both figures. Indeed, in that case, ACIN-cal is reduced to IN-cal, i.e., the average constraint is not taken into account. The calibration performance is thus similar to the one studied above, i.e., IN-cal is able to perform calibration provided there are enough rendezvous between calibrated and uncalibrated sensors. In the tests in Section V-B, a perfect estimation of the average calibration parameters was used and the average constraint allowed to regularize the calibration problem and to reduce the spread. We now detail the behaviour of ACIN-cal when the average constraint does not perfectly fit to the theoretical average values.

In Fig. 8(a), the error due to the average calibration parameter is high and affects the calibration performance for any non-null value of  $\mu$ . Indeed, when  $\mu = 1$ , the median RMSE remains around 1 even when the rendezvous proportion  $\rho_{RV}$  is equal to 1, i.e., when all the data are available. This shows that the average information has a major impact on the factorization. When  $\mu$  decreases, the RMSEs are slightly lower—as the impact of the average constraint is more balanced by the factorization—except when  $\rho_{RV} = 0$  where the RMSE obtained with IN-cal and the error due to the average constraint are similar.

Fig. 8(b) shows a slightly different behaviour. In that case, the error due to the average calibration is rather low. As a consequence, when  $\rho_{RV} = 0$ , the average constraint in ACIN-cal allows to improve the RMSE with respect to IN-cal. However, when  $\mu = 10^{-4}$ , the weight due to the average constraint is too low and ACIN-cal almost behaves as IN-

cal. When  $\rho_{RV}$  increases—i.e., when the assumptions needed by IN-cal to perform favorably are satisfied—we find the same behaviour as above, i.e., the highest tested value of  $\mu$  makes ACIN-cal stick to the average calibration estimation error while lower values of  $\mu$  provide lower RMSEs.

These tests show the importance of the error due to the average constraint on the calibration performance, hence the interest to take it into consideration as a penalized optimization term in ACIN-cal. As discussed in Section IV-E, the automatic selection of the best value of  $\mu$  is out of the scope of this paper but could be investigated, e.g., using late fusion or multi-objective optimization.

## VI. CONCLUSION

In this paper, we proposed four informed NMF techniques for mobile sensor calibration. These methods can take care of the constraints met in crowdsensing applications such as being able to handle missing data and few rendezvous between uncalibrated and calibrated sensors. We deeply investigated their performance on 4800 data simulations and showed they outperformed a natural technique based on low-rank matrix completion. In particular, our sparsity-based and average-constrained SpIN-cal and SpAIN-cal methods were shown to be robust to both the missing value proportion  $\rho_{MV}$  and the rendezvous proportion  $\rho_{RV}$ . We then compared the performance of SpIN-cal with a state-of-the-art multi-hop calibration technique over 400 simulations and showed our approach to be more versatile in noiseless and noisy configurations. Our work shows that matrix factorization is a promising way to perform mobile sensor calibration and opens the way to many other problems.

In our future work, we will investigate other sensor responses, e.g., nonlinear and multi-linear models for which specific constraints and update rules must be derived. Moreover, we will aim to learn a representation of the sensed phenomenon from the irregularly observed signals, instead of using a fixed dictionary as in this paper. In addition, we will investigate the enhancement provided by data denoising using sparse approximation on the calibration performance. Lastly, we will investigate the performance of the tested methods on real mobile crowdsensing experiments.

## APPENDIX A

### PROOF OF ACIN-CAL UPDATE RULE FOR $\mathbf{F}$

In this appendix, we aim to derive the update rule for  $\mathbf{F}$  in the ACIN-cal method. We here denote  $\mathcal{J}$  the cost function used in (25).  $\mathcal{J}$  can be written as a sum  $\mathcal{J} \triangleq \mathcal{J}_1 + \mathcal{J}_2$  where

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_1 &= \|\mathbf{X} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{F}\|_{\mathcal{F}}^2, \\ \text{s.t. } \mathbf{F} &= \mathbf{\Omega}_F \circ \mathbf{\Phi}_F + \bar{\mathbf{\Omega}}_F \circ \mathbf{\Delta}_F, \end{aligned} \quad (39)$$

and

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_2 &= \frac{\mu}{2} \cdot \left\| \frac{1}{m} \cdot (\bar{\mathbf{\Omega}}_F \circ \mathbf{F}) \cdot \mathbb{1}_{[(m+1) \times 1]} - \bar{\mathbf{f}} \right\|_{\mathcal{F}}^2, \\ \text{s.t. } \mathbf{F} &= \mathbf{\Omega}_F \circ \mathbf{\Phi}_F + \bar{\mathbf{\Omega}}_F \circ \mathbf{\Delta}_F. \end{aligned} \quad (40)$$

Then, introducing the constraint of (40) in  $\mathcal{J}_2$  leads to

$$\mathcal{J}_2 = \frac{\mu}{2} \cdot \left\| \frac{1}{m} \cdot (\bar{\Omega}_F \circ (\Omega_F \circ \Phi_F + \bar{\Omega}_F \circ \Delta_F)) \cdot \mathbb{1}_{[(m+1) \times 1]} - \bar{\mathbf{f}} \right\|_{\mathcal{F}}^2. \quad (41)$$

Noticing that  $\bar{\Omega}_F \circ \Omega_F = 0$  and  $\bar{\Omega}_F \circ \bar{\Omega}_F = \bar{\Omega}_F$ , we derive

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_2 &= \frac{\mu}{2} \cdot \left\| \frac{1}{m} \cdot (\bar{\Omega}_F \circ \Delta_F) \cdot \mathbb{1}_{[(m+1) \times 1]} - \bar{\mathbf{f}} \right\|_{\mathcal{F}}^2, \\ &= \frac{\mu}{2} \cdot \sum_{i=1}^2 \left[ \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^{m+1} (\bar{\Omega}_F \circ \Delta_F)_{ij} - \bar{f}_i \right]^2. \end{aligned} \quad (42)$$

The derivative of (42) with respect to the  $(i, j)$ -th element of  $\Delta_F$  then reads

$$\frac{\partial \mathcal{J}_2}{\partial \Delta_{Fij}} = \mu \cdot \left[ \frac{1}{m} \left( \sum_{k=1}^{m+1} \bar{\Omega}_{Fik} \cdot \Delta_{Fik} \right) - \bar{f}_i \right] \cdot \frac{1}{m} \cdot \bar{\Omega}_{Fij}, \quad (43)$$

whose matrix extension reads

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{J}_2}{\partial \Delta_F} &= \frac{\mu}{m^2} \cdot \text{diag} \left( (\bar{\Omega}_F \circ \Delta_F) \cdot \mathbb{1}_{[(m+1) \times 1]} \right) \cdot \bar{\Omega}_F \\ &\quad - \frac{\mu}{m} \cdot \text{diag}(\bar{\mathbf{f}}) \cdot \bar{\Omega}_F. \end{aligned} \quad (44)$$

Following the heuristic optimization procedure, we associate the positive part of (44) with the positive part of the derivative of  $\mathcal{J}_1$  and the negative part of (44) with the negative part of the derivative of  $\mathcal{J}_1$ , which leads to

$$\begin{aligned} \partial \mathcal{J}^+ &= \bar{\Omega}_F \circ \left( \mathbf{G}^T \left( \mathbf{W}^{\circ 2} \circ \left( \mathbf{G} \cdot (\bar{\Omega}_F \circ \Delta_F) \right) \right) \right) \\ &\quad + \frac{\mu}{m^2} \cdot \text{diag} \left( (\bar{\Omega}_F \circ \Delta_F) \cdot \mathbb{1}_{[(m+1) \times 1]} \right) \cdot \bar{\Omega}_F, \end{aligned} \quad (45)$$

and

$$\partial \mathcal{J}^- = \bar{\Omega}_F \circ \left( \mathbf{G}^T \left( \mathbf{W}^2 \circ X_F \right) \right) + \frac{\mu}{m} \cdot \text{diag}(\bar{\mathbf{f}}) \cdot \bar{\Omega}_F. \quad (46)$$

The heuristic update rule for  $\Delta_F$  then reads

$$\Delta_F \leftarrow \Delta_F \circ \frac{\partial \mathcal{J}^-}{\partial \mathcal{J}^+}, \quad (47)$$

and the global update for  $\mathbf{F}$  thus reads

$$\mathbf{F} \leftarrow \Omega_F \circ \Phi_F + \bar{\Omega}_F \circ \Delta_F \circ \frac{\partial \mathcal{J}^-}{\partial \mathcal{J}^+}, \quad (48)$$

which turns out to be the update rule in Section IV-C.

## APPENDIX B ESTIMATION OF THE SENSED FIELD

In this paper, we aim to calibrate the responses of a sensor network, i.e., we aim to accurately estimate  $\mathbf{F}$  in the NMF problem. However, the estimate of  $\mathbf{G}$  and more precisely of its second column provides an estimation of the sensed field  $\mathbf{y}$ , as shown in (3). In this appendix, we aim to investigate its estimation accuracy with the proposed calibration methods. For that purpose, we consider again the experiments in Section V-B.

Actually, depending on the chosen calibration approach, not all the entries of  $\mathbf{y}$  can be estimated. Indeed, we assumed the existence of rendezvous between sensors but we did not assume that each location of the Scene was sensed by at least one sensor. This implies that some entries of  $\mathbf{y}$  are not

accessible through the sensed data in  $\mathbf{X}$ . Moreover, as one calibrated sensor provides some values, their corresponding entries in  $\mathbf{g}_2$  are known. In the experiments reported below, we thus consider two performance criteria denoted  $\text{RMSE}_1(\mathbf{y}, \mathbf{g}_2)$  and  $\text{RMSE}_2(\mathbf{y}, \mathbf{g}_2)$ .  $\text{RMSE}_1(\mathbf{y}, \mathbf{g}_2)$  (respectively  $\text{RMSE}_2(\mathbf{y}, \mathbf{g}_2)$ ) consists of a RMSE computed between  $\mathbf{y}$  and  $\mathbf{g}_2$  on the accessible data in  $\mathbf{g}_2$  (the whole vector  $\mathbf{y}$ , respectively) without taking into account the known entries.

Fig. 9 shows the evolution of these performance criteria with respect to the rendezvous proportion, in the same experiment as in Section V-A2 for the calibration performance. In all these plots, the envelope and the median of  $\text{RMSE}_1(\mathbf{y}, \mathbf{g}_2)$  and  $\text{RMSE}_2(\mathbf{y}, \mathbf{g}_2)$  are plotted in blue and red, respectively.

Fig. 9(a) put on light the fact that the natural approach based on low-rankness of  $\mathbf{X}$  completely fails to estimate the sensed field as both measures are very high. On the contrary—and up to the calibration limits of the methods which were already discussed—the four proposed methods are able to derive accurate estimations of  $\mathbf{y}$  in its accessible locations. However, for the locations when no sensor provides readings, only the sparsity-based techniques, i.e., SpIN-cal and SpAIN-cal, provide a consistent performance. On the contrary, IN-cal and ACIN-cal fail in estimating these missing entries.

These tests highlight the interest of matrix factorization techniques which not only allow to perform sensor calibration but also derive the sensed physical phenomenon.

## ACKNOWLEDGEMENT

The authors would like to acknowledge the anonymous reviewers for their valuable comments to improve the present work. This work was funded by the "OSCAR" project within the Région Hauts-de-France "Chercheurs Citoyens" Program and the CNRS MASTODONS project under the grant "Do-MaSQ'Air 2017". Experiments presented in this paper were carried out using the CALCULCO computing platform, supported by SCoSI/ULCO.

## REFERENCES

- [1] R. Ganti, F. Ye, and H. Lei, "Mobile crowdsensing: current state and future challenges," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 49, no. 11, pp. 32–39, November 2011.
- [2] M. Talasila, R. Curtmola, and C. Borcea, "Mobile crowd sensing," in *Handbook of Sensor Networking: Advanced Technologies and Applications*, J. R. Vacca, Ed. CRC Press, 2015.
- [3] L. Wang, D. Zhang, Y. Wang, C. Chen, X. Han, and A. M'hamed, "Sparse mobile crowdsensing: challenges and opportunities," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 54, no. 7, pp. 161–167, July 2016.
- [4] D. Christin, A. Reinhardt, S. Kanhere, and M. Hollick, "A survey on privacy in mobile participatory sensing applications," *Journal of systems and software*, vol. 84, no. 11, pp. 1928–1946, 2011.
- [5] N. Haderer, R. Rouvoy, and L. Seinturier, "Dynamic deployment of sensing experiments in the wild using smartphones," in *IFIP Intl. Conf. on Distributed Applications and Interoperable Systems*, 2013, pp. 43–56.
- [6] E. Miluzzo, N. D. Lane, A. T. Campbell, and R. Olfati-Saber, "Calibree: A self-calibration system for mobile sensor networks," in *Proc. DCOSS'08*, ser. LNCS, vol. 5067, 2008, pp. 314–331.
- [7] B.-T. Lee, S.-C. Son, and K. Kang, "A blind calibration scheme exploiting mutual calibration relationships for a dense mobile sensor network," *IEEE Sensors J.*, vol. 14, no. 5, pp. 1518–1526, May 2014.
- [8] P. Rathore, D. Kumar, S. Rajasegarar, and M. Palaniswami, "Maximum entropy-based auto drift correction using high- and low-precision sensors," *ACM Trans. on Sensor Networks (TOSN)*, vol. 13, no. 3, pp. 1–41, August 2017.



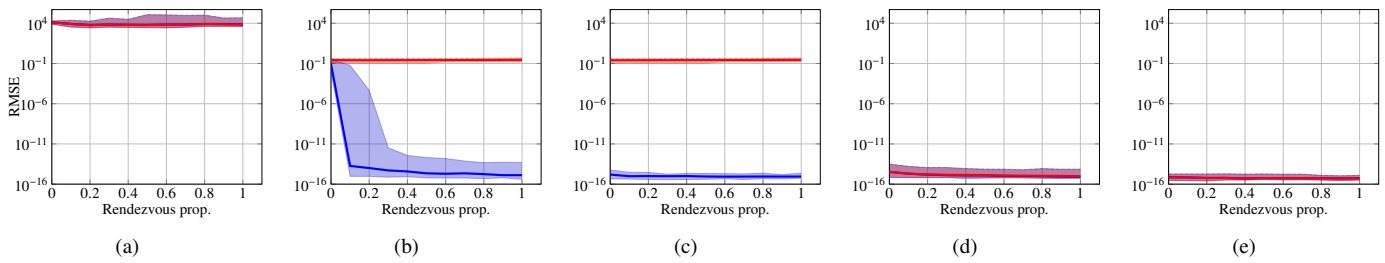


Fig. 9. Evolution of the  $RMSE_1$  (in blue) and  $RMSE_2$  (in red) with respect to the rendezvous proportion: (a) Natural approach; (b) IN-cal; (c) ACIN-cal; (d) SpIN-cal; (e) SpAIN-cal.

[9] H. Carfantan and J. Idier, "Statistical linear destriping of satellite-based pushbroom-type images," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 48, no. 4, pp. 1860–1871, Apr. 2010.

[10] C. Schulke, F. Caltagirone, F. Krzakala, and L. Zdeborova, "Blind calibration in compressed sensing using message passing algorithms," in *NIPS 26*, 2013, pp. 566–574.

[11] P. H. Schönemann, "On metric multidimensional unfolding," *Psychometrika*, vol. 35, no. 1, pp. 349–366, Mar. 1970.

[12] M. Pollefeys and D. Nister, "Direct computation of sound and microphone locations from time-difference-of-arrival data," in *Proc. IEEE ICASSP'08*, March 2008, pp. 2445–2448.

[13] C. Bilen, G. Puy, R. Gribonval, and L. Daudet, "Convex optimization approaches for blind sensor calibration using sparsity," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 18, pp. 4847–4856, Sept. 2014.

[14] L. Balzano and R. Nowak, "Blind calibration of sensor networks," in *Proc. IPSN'07*, 2007, pp. 79–88.

[15] J. Lipor and L. Balzano, "Robust blind calibration via total least squares," in *Proc. IEEE ICASSP'14*, May 2014, pp. 4244–4248.

[16] O. Saukh, D. Hasenfratz, and L. Thiele, "Reducing multi-hop calibration errors in large-scale mobile sensor networks," in *Proc. IPSN'15*, 2015.

[17] C. Dorffer, M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel, "Blind calibration of mobile sensors using informed nonnegative matrix factorization," in *Proc. LVA-ICA'15*, ser. LNCS, 2015, vol. 9237, pp. 497–505.

[18] C. Dorffer, M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel, "Blind mobile sensor calibration using a nonnegative matrix factorization with a relaxed rendezvous model," in *Proc. IEEE ICASSP'16*, Mar. 2016, pp. 2941–2945.

[19] C. Dorffer, M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel, "Outlier-robust calibration method for sensor networks," in *Proc. IEEE ECMSM'17*, 2017.

[20] C. Wang, P. Ramanathan, and K. Saluja, "Moments based blind calibration in mobile sensor networks," in *Proc. IEEE ICC'08*, May 2008, pp. 896–900.

[21] C. Wang, P. Ramanathan, and K. K. Saluja, "Calibrating nonlinear mobile sensors," in *Proc. IEEE SECON'08*, Jun. 2008, pp. 533–541.

[22] C. Wang, P. Ramanathan, and K. K. Saluja, "Blindly calibrating mobile sensors using piecewise linear functions," in *Proc. IEEE SECON'09*, Jun. 2009, pp. 1–9.

[23] C. Dorffer, M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel, "Nonlinear mobile sensor calibration using informed semi-nonnegative matrix factorization with a vandermonde factor," in *Proc. IEEE SAM'16*, Jul. 2016.

[24] R. Piedrahita, Y. Xiang, N. Masson, J. Ortega, A. Collier, Y. Jiang, K. Li, R. Dick, Q. Lv, M. Hannigan, and L. Shang, "The next generation of low-cost personal air quality sensors for quantitative exposure monitoring," *Atmospheric Measurement Techniques*, vol. 7, no. 10, pp. 3325–3336, 2014.

[25] A. Arfire, A. Marjovi, and A. Martinoli, "Model-based rendezvous calibration of mobile sensor networks for monitoring air quality," in *Proc. IEEE Sensors'15*, 2015, pp. 1–4.

[26] B. Maag, O. Saukh, D. Hasenfratz, and L. Thiele, "Pre-deployment testing, augmentation and calibration of cross-sensitive sensors," in *Proc. EWSN'16*, 2016.

[27] X. Fang and I. Bate, "Using multi-parameters for calibration of low-cost sensors in urban environment," in *Proc. EWSN'17*, 2017.

[28] O. Saukh, D. Hasenfratz, C. Walser, and L. Thiele, "On rendezvous in mobile sensing networks," in *Proc. REALWSN'14*, ser. LNCS, vol. 281, 2014, pp. 29–42.

[29] J. P. Haldar and D. Hernando, "Rank-constrained solutions to linear matrix equations using PowerFactorization," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 16, no. 7, pp. 584–587, July 2009.

[30] C. Dorffer, M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel, "Fast nonnegative matrix factorization and completion using Nesterov iterations," in *Proc. LVA/ICA'17*, vol. LNCS 10179, 2017, pp. 26–35.

[31] Y. Koren, R. Bell, and C. Volinsky, "Matrix factorization techniques for recommender systems," *Computer*, vol. 42, no. 8, pp. 30–37, Aug 2009.

[32] T. R. Karl, A. Arguez, B. Huang, J. H. Lawrimore, J. R. McMahon, M. J. Menne, T. C. Peterson, R. S. Vose, and H.-M. Zhang, "Possible artifacts of data biases in the recent global surface warming hiatus," *Science*, 2015.

[33] J.-F. Markert, M. Budde, G. Schindler, M. Klug, and M. Beigl, "Private rendezvous-based calibration of low-cost sensors for participatory environmental sensing," in *Proc. Urb-LoT'16*, 2016.

[34] B. Maag, Z. Zhou, O. Saukh, and L. Thiele, "SCAN: Multi-hop calibration for mobile sensor arrays," in *Proc. ACM IMWUT'17*, vol. 1, no. 2, 2017, pp. 1–21.

[35] K. Fu, W. Ren, and W. Dong, "Multihop calibration for mobile sensing: K-hop calibratability and reference sensor deployment," in *Proc. IEEE Infocom'17*, May 2017, pp. 1–9.

[36] Sensirion Corp., "SHT1x humidity and temperature sensor," 2008, datasheet.

[37] Sharp Corp., "GP2Y1010AU0F compact optical dust sensor," 2006, datasheet.

[38] E. Cochran, J. Lawrence, A. Kaiser, B. Fry, A. Chung, and C. Christensen, "Comparison between low-cost and traditional MEMS accelerometers: a case study from the M7.1 Darfield, New Zealand, aftershock deployment," *Annals of Geophysics*, vol. 54, no. 6, 2012.

[39] A. Cichocki, R. Zdunek, A. H. Phan, and S.-I. Amari, *Nonnegative matrix and tensor factorizations: applications to exploratory multi-way data analysis and blind source separation*. John Wiley & Sons, 2009.

[40] Y. Xu, W. Yin, Z. Wen, and Y. Zhang, "An alternating direction algorithm for matrix completion with nonnegative factors," *Frontiers of Mathematics in China*, vol. 7, no. 2, pp. 365–384, 2012.

[41] S. Zhang, W. Wang, J. Ford, and F. Makedon, "Learning from incomplete ratings using non-negative matrix factorization," in *Proc. SIAM ICDM'06*. SIAM, 2006, pp. 549–553.

[42] W. Xu, X. Liu, and Y. Gong, "Document clustering based on non-negative matrix factorization," in *Proc. SIGIR'03*. ACM, 2003, pp. 267–273.

[43] J. Mairal, F. Bach, J. Ponce, and G. Sapiro, "Online learning for matrix factorization and sparse coding," *Journal of Machine Learning Research*, vol. 11, no. Jan, pp. 19–60, 2010.

[44] M. Puigt, G. Delmaire, and G. Roussel, "Environmental signal processing: new trends and applications," in *Proc. ESANN'17*, 2017, pp. 205–214.

[45] N. Gillis, "The why and how of nonnegative matrix factorization," in *Regularization, Optimization, Kernels, and Support Vector Machines*. Chapman and Hall/CRC, 2014, pp. 257–291.

[46] D. Guillamet, J. Vitria, and B. Schiele, "Introducing a weighted nonnegative matrix factorization for image classification," *Pattern Recognition Letters*, vol. 24, no. 14, pp. 2447–2454, 2003.

[47] A. Limem, G. Delmaire, M. Puigt, G. Roussel, and D. Courcot, "Non-negative matrix factorization under equality constraints—a study of industrial source identification," *Applied Numerical Mathematics*, vol. 85, pp. 1–15, Nov. 2014.

[48] A. Cichocki, S. Cruces, and S. Amari, "Generalized alpha-beta divergences and their application to robust nonnegative matrix factorization," *Entropy*, vol. 13, pp. 134–170, 2011.

[49] E. J. Candès and B. Recht, "Exact matrix completion via convex optimization," *Foundations of Computational Mathematics*, vol. 9, no. 6, pp. 717–772, 2009.

- [50] S. R. Becker, E. J. Candès, and M. C. Grant, “Templates for convex cone problems with applications to sparse signal recovery,” *Math. Progr. Comp.*, vol. 3, no. 3, pp. 165–218, 2011.
- [51] D. D. Lee and H. S. Seung, “Algorithms for non-negative matrix factorization,” in *Proc. NIPS’01*, T. K. Leen, T. G. Dietterich, and V. Tresp, Eds. MIT Press, 2001, pp. 556–562.
- [52] H. Lantéri, C. Theys, C. Richard, and C. Févotte, “Split gradient method for nonnegative matrix factorization,” in *Proc. EUSIPCO’10*, 2010.
- [53] A. Limem, M. Puigt, G. Delmaire, G. Roussel, and D. Courcot, “Bound constrained weighted NMF for industrial source apportionment,” in *Proc. IEEE MLSP’14*, 2014.
- [54] R. Chreiky, G. Delmaire, M. Puigt, G. Roussel, D. Courcot, and A. Abche, “Split gradient method for informed non-negative matrix factorization,” in *Proc. LVA/ICA’15*, vol. LNCS 9237, 2015, pp. 376–383.
- [55] J. M. Stockie, “The mathematics of atmospheric dispersion modeling,” *Siam Review*, vol. 53, no. 2, pp. 349–372, 2011.
- [56] P. O. Hoyer, “Non-negative sparse coding,” in *Proc. IEEE NNSP’02*, 2002, pp. 557–565.
- [57] P. O. Hoyer, “Non-negative matrix factorization with sparseness constraint,” *Journal of Machine Learning Research*, vol. 5, pp. 1457–1469, November 2004.
- [58] Z. Zhang, Y. Xu, J. Yang, X. Li, and D. Zhang, “A survey of sparse representation: Algorithms and applications,” *IEEE Access*, vol. 3, pp. 490–530, 2015.
- [59] Y. Le Roux, F. J. Weninger, and J. R. Hershey, “Sparse NMF—half-baked or well done?” Mitsubishi Electric Research Labs, Tech. Rep. TR2015-023, 2015.
- [60] R. Hamon, V. Emiya, and C. Févotte, “Convex nonnegative matrix factorization with missing data,” in *Proc. IEEE MLSP’16*, 2016.
- [61] R. Tibshirani, “Regression shrinkage and selection via the lasso,” *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, vol. 58, no. 1, pp. 267–288, 1996.
- [62] Y. Pati, R. Rezaifar, and P. Krishnaprasad, “Orthogonal Matching Pursuit: recursive function approximation with application to wavelet decomposition,” in *Proc. IEEE ACSSC’93*, 1993.
- [63] D. Benachir, Y. Deville, S. Hosseini, M. S. Karoui, and A. Hameurlain, “Hyperspectral image unmixing by non-negative matrix factorization initialized with modified independent component analysis,” in *Proc. IEEE WHISPERS’13*, 2013.
- [64] M. Plouvin, A. Limem, M. Puigt, G. Delmaire, G. Roussel, and D. Courcot, “Enhanced NMF initialization using a physical model for pollution source apportionment,” in *Proc. ESANN’14*, 2014, pp. 261–266.
- [65] I. Meganem, Y. Deville, and M. Puigt, “Blind separation methods based on correlation for sparse possibly-correlated images,” in *Proc. IEEE ICASSP’10*, 2010, pp. 1334–1337.
- [66] D. Pavlidi, A. Griffin, M. Puigt, and A. Mouchtaris, “Real-time multiple sound source localization and counting using a circular microphone array,” *IEEE/ACM Trans. Audio, Speech, Language Process.*, vol. 21, no. 10, pp. 2193–2206, October 2013.
- [67] C. A. Coello Coello, G. B. Lamont, and D. A. Van Veldhuizen, *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems*, 2nd ed. Springer, 2007.
- [68] K. Foley, D. Greene, and P. Cunningham, “Optimizing conflicting objectives in NMF using Pareto simulated annealing,” in *Proc. AICS’10*, 2010.
- [69] F. Zhu and P. Honeine, “Biobjective nonnegative matrix factorization: Linear versus kernel-based models,” *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 54, no. 7, pp. 4012–4022, 2016.



approximations.

**Clément Dorffer** received both the B.S. and M.S. degrees in applied mathematics from the Université d’Orléans, France, in 2011 and 2014, respectively. He received the Ph.D. degree in Automatic Control, Computer Engineering, and Signal Processing from the Université du Littoral Côte d’Opale, France, in 2017. He is currently a postdoctoral researcher with ENSTA Bretagne – Lab-STICC, Brest, France. His research interests include signal and image processing methods for environment monitoring, and especially matrix factorization techniques and sparse



**Matthieu Puigt** received both the Bachelor and first year of M.Sc. degrees, in Pure and Applied Mathematics, in 2001 and 2002 respectively, from the Université de Perpignan, France. He then received the M.Sc. degree in Signal, Image Processing, and Acoustics, from the Université Paul Sabatier Toulouse 3, Toulouse, France, in 2003, and his Ph.D. in Signal Processing from the Université de Toulouse in 2007. Currently, he is Associate Professor with the Université du Littoral Côte d’Opale, in Calais and Saint-Omer, France. Prior to this position, he was a Postdoctoral lecturer with the Université Paul Sabatier Toulouse 3 from 2007 to 2009. From September 2009 to June 2010, he held an Assistant Professor position in the University for Information Science and Technology, in Ohrid, Republic of Macedonia (FYROM). From August 2010 to July 2012, he was a Marie Curie postdoctoral fellow in the Signal Processing Lab of the Institute of Computer Science of the Foundation for Research and Technology - Hellas, Heraklion, Crete, Greece. Matthieu Puigt’s current research interests include linear and nonlinear signal processing, and especially sparse and non-negative latent variable analysis methods and their applications to acoustics and environment monitoring.



**Gilles Delmaire** graduated from the French engineering school École Normale Supérieure de Cachan in 1992. He received the PhD degree in Automatic Control and Signal Processing from the University of Lille 1 in 1996. Since September 1996, he is Associate Professor with the Université du Littoral Côte d’Opale, Calais, France. His research interests include inverse problems and non-negative matrix factorization, and their application to environment monitoring.



to environment monitoring.

**Gilles Roussel** graduated with a Master of Science in automatic control and signal processing in 1990 and received the PhD degree in the same speciality in 1994. From September 1994 to August 2017, he was Associate Professor with the Université du Littoral Côte d’Opale, Calais, France. In 2008, he received the “habilitation to manage research” from the Université du Littoral Côte d’Opale and he is full professor with the same university since September 2017. His research interests concern modeling, monitoring, inverse problems, and their applications



## **Annexe D**

# **Non-negative matrix factorization under equality constraints—a study of industrial source identification**

A. Limem, G. Delmaire, M. Puigt, G. Roussel, and D. Courcot (2014). Non-negative matrix factorization under equality constraints—a study of industrial source identification. *Applied Numerical Mathematics*, 85, 1-15.

# Non-negative matrix factorization under equality constraints - a study of industrial source identification.

A. Limem<sup>a,b</sup>, G. Delmaire<sup>a,b,\*</sup>, M. Puigt<sup>a,b</sup>, G. Roussel<sup>a,b</sup>, D. Courcot<sup>a,c</sup>

<sup>a</sup>*Université Lille Nord de France, 59655 Villeneuve d'Ascq, France.*

<sup>b</sup>*Laboratoire d'Informatique Signal Image de la Côte d'Opale, EA 4491  
Université du Littoral Côte d'Opale, Maison de la Recherche Blaise Pascal  
50 rue Ferdinand Buisson, BP 699, 62228 Calais Cedex, France.*

<sup>c</sup>*Unité de Chimie Environnementale et Interactions sur le Vivant EA 4492  
Université du Littoral Côte d'Opale  
Maison de la Recherche en Environnement Industriel de Dunkerque  
145 Avenue Maurice Schumann, 59140 Dunkerque, France.*

---

## Abstract

This work is devoted to the factorization of an observation matrix into additive factors, respectively a contribution matrix  $G$  and a profile matrix  $F$  which enable to identify many pollution sources. The search for  $G$  and  $F$  is achieved through Non-negative Matrix Factorization techniques which alternatively look for the best updates on  $G$  and  $F$ .

These methods are sensitive to noise and initialization, and—as for any blind source separation method—give results up to a scaling factor and a permutation. A Weighted Non-negative Matrix Factorization extension has also been proposed in the literature, so that different standard deviations of the data matrix components are taken into account. However, some estimated profile components may be inconsistent with practical experience. To prevent this issue, we propose an informed Non-negative Matrix Factorization, where some components of the profile matrix are set to zero or to a constant positive value. A special parametrization of the profile matrix is developed

---

\*Corresponding author

*Email addresses:* [abdelhakim.limem@lisic.univ-littoral.fr](mailto:abdelhakim.limem@lisic.univ-littoral.fr) (A. Limem),  
[gilles.delmaire@lisic.univ-littoral.fr](mailto:gilles.delmaire@lisic.univ-littoral.fr) (G. Delmaire),  
[matthieu.puigt@lisic.univ-littoral.fr](mailto:matthieu.puigt@lisic.univ-littoral.fr) (M. Puigt),  
[gilles.roussel@lisic.univ-littoral.fr](mailto:gilles.roussel@lisic.univ-littoral.fr) (G. Roussel),  
[dominique.courcot@univ-littoral.fr](mailto:dominique.courcot@univ-littoral.fr) (D. Courcot)

in order to freeze some profile components and to let free the other ones.

The problem amounts to solve a family of quadratic sub-problems. A Maximization Minimization strategy leads to some global analytical expressions of both factors.

These techniques are used to estimate source contributions of airborne particles from both industrial and natural influences. The relevance of the proposed approach is shown on a real dataset.

*Keywords:* Non-negative Matrix Factorization, Quadratic Optimization, Air quality.

---

## 1. Introduction

Approximate matrix factorization techniques are of great importance in several areas, such as pattern recognition, antenna array processing, or environmental data processing. Non-negative matrix Factorization (NMF) aims to factorize a non-negative matrix as the product between two matrices, such that each entry of the latter matrices is null or positive. It emerged under the name Positive Matrix Factorization (PMF) with Paatero and Tapper's contributions [29, 30]. It then appeared in the field of signal and image processing with the work by Lee and Seung [24]. Some of the most well known approaches have been proposed by Cichocki and Zdunek [7] and Lin [26], and are based on a projected gradient method. Recently, some weighted versions of NMF were investigated and took into account specific standard deviations associated to each data point. Inconsistencies in practical results lead to investigate additional assumptions such as sparseness constraints [20, 2], fixed row and column sums constraints [18], or orthogonality constraints [35, 5].

Over the last decade, matrix factorization has been extensively investigated in the field of atmospheric sciences, and particularly for receptor models with the aim to re-construct the impacts of emissions from different pollutant sources, e.g., airborne particles [19]. Such source apportionment studies enable to identify the main emission sources and their relative contribution at different monitoring sites. However, Viana *et al.* [33] reported that, depending on the applied NMF method, these techniques may provide highly different solutions. Moreover—and to the best of our knowledge—NMF tools fail in discriminating some natural sources (i.e., crustal matter from local or regional re-suspension and road dust), as well as sources containing sulfate and nitrate components. Moreover, the separation of mineral

particles emitted from both industrial dust emissions and natural sources appears as a difficult task [9]. In this paper, we propose to take into account some partial *a priori* knowledge on some source profiles in order to improve the estimation to the unknown components.

The remainder of the paper is organized as follows. In Section 2, we present the concepts of some state-of-the-art NMF methods. Section 3 introduces our proposed approach while its performance is investigated in Section 4. We conclude and discuss future directions of this work in Section 5.

## 2. A short review of Non-negative Matrix Factorization

NMF aims to estimate two non-negative matrices whose product approximates the observed one. The non-negativity constraints make the decomposition purely additive whereas other ones like Principal Components Analysis (PCA) and Independent Components Analysis (ICA) can provide negative components. Informed NMF is located between NMF methods—which only assume non-negativity of the matrices—on one hand, and on the other hand, regression models which assume that one matrix is exactly known. In this paper, we introduce an informed NMF method, since matrices may be partially known.

### 2.1. Receptor modelling

This model is very generic since it is often used in signal and image processing. In environmental field, the factorization model (1) below is best known as receptor modelling and links the data matrix and the active sources. The factorization enables to approximate the  $n \times m$  data matrix  $X$  by the product of two matrices,

$$X \approx G \cdot F, \tag{1}$$

where

- $X$  is the  $n \times m$  data matrix, where  $n$  is the number of samples and  $m$  is the number of species. In environmetrics,  $x_{ij}$ —the  $(i, j)^{th}$  element of  $X$ —accounts for the concentration, expressed in  $\text{ng}/\text{m}^3$ , of the  $j^{th}$  chemical species coming from the  $i^{th}$  sample. A row gathers concentrations of all registered species for the current sample.
- $G$  stands for the  $n \times p$  contribution matrix, where  $p$  is the pre specified number of sources and  $n$  is the number of samples. In environmetrics

and chemometrics, the  $(i, k)^{th}$  element of  $G$ —denoted  $g_{ik}$ —is referred to as the massic contribution from Source  $k$  to Sample  $i$ , expressed in  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ .

- $F$  is a  $p \times m$  matrix of profiles. Its  $(k, j)^{th}$  term  $f_{kj}$  stands for a mass ratio (in  $\text{ng}/\mu\text{g}$ ) corresponding to a percentage of the  $j^{th}$  species with respect to the whole mass of the Source  $k$ .

The number  $p$  of sources is usually chosen such that  $np + pm \ll nm$ . The *a priori* choice for the appropriate value of  $p$  mostly depends on the nature of the investigated data [16] and on the expert’s knowledge of the number of sources. In the absence of such information,  $p$  can be estimated in a pre-processing stage by applying some information theory techniques [11] such as AIC or BIC or extended versions.

## 2.2. Non-negative matrix factorization

Non-negative matrix factorization has received a lot of attention since Lee and Seung [24] published their popular multiplicative algorithm. In fact, NMF looks for an approximate factorization of the data matrix according to receptor modelling (1) under the additional non-negativity constraint. The basic NMF solves

$$\min_{G, F \geq 0} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m ((x_{ij} - (GF)_{ij}))^2 = \min_{G, F \geq 0} \|X - G \cdot F\|_f^2, \quad (2)$$

where  $G, F \geq 0$  means that all components of  $G, F$  are non-negative and  $\|\cdot\|_f$  stands for the Frobenius norm<sup>1</sup>. The problem in (2) is convex with respect to  $G$  and  $F$  separately, but not for both at the same time. As a consequence, most algorithms are only able to yield local minima. Classical NMF algorithms thus alternatively search for  $F$  (respectively  $G$ ) when  $G$  is fixed (respectively  $F$ ). As an alternative, Kim *et al.* proposed a general framework [22], called Block Coordinate Descent, which includes several methods described hereafter. Different iterative approaches to solve (2) were proposed in the literature:

---

<sup>1</sup>Please note that other cost functions are also widely used, e.g., Kullback divergence [24] or flexible parametric divergences such as generalized alpha-beta divergences [6].

- Most commonly used ones are the multiplicative updates rules. Lee and Seung [24] mentioned that this update is a good trade-off between speed of convergence and ease of implementation. The update of  $F$  (respectively  $G$ ) is made through a multiplicative update coefficient which depends on the data matrix  $X$  and the contribution matrix  $G$  (respectively the profile matrix  $F$ ):

$$F \leftarrow F \circ \frac{(G^T X)}{(G^T G F)}, \quad G \leftarrow G \circ \frac{(X F^T)}{(G F F^T)}, \quad (3)$$

where  $X \circ Y$  and  $\frac{X}{Y}$  respectively account for component-wise product and element-wise division between two matrices. According to the update rule (3), the Frobenius norm is not increasing and becomes constant if a limit point is reached.

A limit point  $(G, F)$  is said to be stationary if it checks the Karush-Kuhn Tucker (KKT) conditions, i.e.,

$$\begin{aligned} F &\geq 0, & G &\geq 0, \\ G^T \cdot (G \cdot F - X) &\geq 0, & (G \cdot F - X) \cdot F^T &\geq 0, \\ F \circ (G^T \cdot (G \cdot F - X)) &= 0, & G \circ ((G \cdot F - X) \cdot F^T) &= 0. \end{aligned}$$

Stationarity is only a necessary condition of a local minimum. Moreover, Lin [25] reported that some limit points of (3) which are not stationary may exist, especially if some components of  $F$  and  $G$  are initialized to zero.

- As an alternative, Alternating Non-negative Least Squares (ANLS) consists of alternatively estimating  $G$  (respectively  $F$ ) by setting  $F$  (respectively  $G$ ). The mathematic formulation of the problem at iteration  $r + 1$  may be divided into two sub-problems depending on the results obtained at iteration  $r$  [21]:

$$\begin{aligned} F^{r+1} &= \arg \min_{F \geq 0} \|X - G^r F\|_f^2, \\ G^{r+1} &= \arg \min_{G \geq 0} \|X - G F^{r+1}\|_f^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Each step of (4) may be seen as a set of independent non-negative least squares problems involving one column or one row of the data matrix.

Let  $x_i$  be the  $i^{\text{th}}$  column of the matrix  $X$  and  $f_j^{r+1}$  be the  $j^{\text{th}}$  column of the matrix  $F^{r+1}$ . Searching for  $F$  amounts to find separately each column of  $F$ ,

$$f_j^{r+1} = \arg \min_{f_j \geq 0} \|x_i - G^r f_j\|_f^2 \quad \forall j \in \{1 \dots m\} \quad \forall i \in \{1 \dots m\}.$$

The resolution of this problem is generally more time consuming at each iteration than the multiplicative updates but the number of iterations is expected to be lower. This method may also be considered as a special case of the Block Coordinate Descent framework in the case of two blocks [22]. Grippo and Sciandrone [15] state that every limit point obtained from (4) is a stationary point.

- Lin [26] proposed to develop projected gradient-based techniques for bound constrained optimization. The iterative update of the matrix is done through a projected gradient approach on the feasible region:

$$F^{r+1} \leftarrow P \left[ F^r - \alpha^r \nabla_{F^r} \left( \|X - G^r F\|_f^2 \right) \right],$$

where the projection  $P$  enables to map the candidate back into the bounded region if it lies outside:

$$\forall (i, j) \in \{1 \dots n\} \times \{1 \dots m\}, \quad (P(X))_{i,j} = \begin{cases} X_{i,j} & \text{if } m_{i,j} \leq X_{i,j} \leq M_{i,j}, \\ M_{i,j} & \text{if } X_{i,j} \geq M_{i,j}, \\ m_{i,j} & \text{if } X_{i,j} \leq m_{i,j}. \end{cases}$$

Many articles—such as [3] for example—are devoted to the research of a step  $\alpha^r$  which checks a sufficiently fast decreasing for each step. This stage is also the most time consuming one.

Even if most work—including the above methods and our contribution—focus on approximated solutions of the factorization of  $X$ , please note the existence of recent investigations on *exact* factorization. For example, Vavasis [32] showed the NP-hardness of computing such a factorization. Recently, Arora *et al.* proposed a near-separable NMF algorithm which provably runs in polynomial time under some additional assumptions on the input matrix  $X$  [1]. Near-separability has been furtherly explored in, e.g., [4, 13].

### 2.3. Weighting the Non-negative Matrix Factorization

Recently, some authors have proposed an uncertainty weighted version of NMF, expressed either as a sequence of columns updates [8] or as a whole update [17]. The function to be minimized derives from the classical NMF cost function and involves a weight matrix, i.e.,

$$\min_{G, F \geq 0} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left( \frac{(x_{ij} - (GF)_{ij})}{\sigma_{ij}} \right)^2,$$

where  $\sigma_{ij}$  stands for the standard deviation obtained from the measurement of the  $i^{\text{th}}$  sample and the  $j^{\text{th}}$  species, gathered in the uncertainty matrix  $\Sigma = \{\sigma_{ij}\}$ . A whole weight matrix  $W$  may be expressed:  $W = \frac{1_{n \times m}}{\Sigma \circ \Sigma}$ , where each element of the matrix  $1_{n \times m}$  is equal to 1.

Ho [17] derived the Karush-Kuhn Tucker conditions in the weighted case, which are outlined as

$$\begin{aligned} F &\geq 0, & G &\geq 0, \\ G^T \cdot (W \circ (G \cdot F - X)) &\geq 0, & (W \circ (G \cdot F - X)) \cdot F^T &\geq 0, \\ F \circ (G^T \cdot (W \circ (G \cdot F - X))) &= 0, & G \circ ((W \circ (G \cdot F - X)) \cdot F^T) &= 0. \end{aligned}$$

Ho also introduced a unified expression of an iterative solution of this criterion using the maximization minimization theorem [17]. The main advantage lies in the whole iterative update of each iteration, i.e.,

$$F \leftarrow F \circ \frac{G^T(W \circ X)}{G^T(W \circ (GF))}, \quad G \leftarrow G \circ \frac{(W \circ X)F^T}{(W \circ (GF))F^T}, \quad (5)$$

In order to prevent division by 0, a small quantity  $\varepsilon$  is added to the denominator of the relation (5), i.e.,

$$F \leftarrow F \circ \frac{G^T(W \circ X)}{G^T(W \circ (GF)) + \varepsilon 1_{p \times m}}, \quad G \leftarrow G \circ \frac{(W \circ X)F^T}{(W \circ (GF))F^T + \varepsilon 1_{n \times p}}.$$

Using weights is particularly important in the case of physical measurements, where data are obtained with radically different uncertainties. Note that the update rules in (5) may be viewed as an extension of the classical multiplicative update described in (3) to weighted data. Indeed, by setting  $W$  to the matrix  $1_{n \times m}$ , the updates rules in (3) are exactly those in (5). From this remark, weighted NMF (WNMF) behaves as the classical NMF for convergence aspects. In fact, some non-stationary limit points may exist with



weighted multiplicative updates, especially in the case when some entries of  $F$  and  $G$  are initialized to zero [25].

Other criteria may also be investigated, notably the minimization of the weighted Kullback-Leibler divergence. For this case, the expression of weighted multiplicative updates is available in [17]. To conclude, the main interest for this kind of algorithm lies in the direct update of both matrices and its ease of implementation.

### 3. Solving a constrained problem

Practically, the profiles recovery is never completely blind. In some cases, *a priori* information on components are available and some values can be set to zero if some species are absent from a source profile. This kind of knowledge should be included as constraints in our algorithms. Up to now—and to the best of our knowledge—no state-of-the-art method supports weighted cost functions with constraints.

#### 3.1. Introduction of equality constraints

In many cases, some known components of the source profile may be provided by experts. The aim of this section is to find a parametrization that naturally integrates this knowledge. Constraints may be formulated as follows. Let  $\Omega$  be a  $p \times m$  binary matrix which specifies the presence or the absence of constraints on each element of the profile matrix  $F$ ,

$$\forall (i, j) \in \{1 \dots p\} \times \{1 \dots m\}, \quad \Omega_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } F_{ij} \text{ has to be set,} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$\Phi$  is the  $p \times m$  matrix of set values. By construction,  $\Phi_{ij}$  is equal to zero when  $\Omega_{ij} = 0$ . It may thus be easily checked that

$$\Phi \circ \Omega = \Phi . \tag{6}$$

Using the definition of matrices  $(\Phi, \Omega)$ , known components of  $F$  may easily be set to zero or to other positive values according to the following relationship:

$$F \circ \Omega - \Phi = 0 . \tag{7}$$

Let:

- $f_i$  be the  $i^{th}$  column of the  $F$  matrix,

- $\varphi_i$  be the  $i^{\text{th}}$  column of the  $\Phi$  matrix,
- $M_i$  be the  $(l_i \times p)$  constraint matrix made up with the  $i^{\text{th}}$  column of the matrix  $\Omega$  (i.e., containing  $l_i$  constraints),
- $\delta_i$  be the vector of the constraint values extracted from  $\Phi$ .

Constraints may be expressed for the  $i^{\text{th}}$  column vector of the profile matrix as

$$M_i f_i = M_i \varphi_i = \delta_i, \quad \forall i \in \{1 \dots m\}. \quad (8)$$

As an example, let us consider a case with, say  $p = 5$  sources and  $l_i = 2$  constraints for all  $i$ . The latter are here assumed to be set on the second and the fourth position, and to be respectively equal to, say 80 and 30. The previous matrices then read:

$$M_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \varphi_i^T = \begin{bmatrix} 0 & 80 & 0 & 30 & 0 \end{bmatrix}, \quad \delta_i^T = \begin{bmatrix} 80 & 30 \end{bmatrix}, \quad \forall i \in \{1 \dots m\}.$$

Let  $\Gamma_i$  be the  $(p \times (p - l_i))$  matrix whose columns span the supplementary space to the rows of  $M_i$  such that  $\text{rank} \begin{bmatrix} M_i \\ \Gamma_i^T \end{bmatrix} = p$ .  $\Gamma_i$  checks the following normalization relation

$$\begin{cases} M_i \Gamma_i = 0_{l_i \times (p-l_i)}, \\ \Gamma_i^T \Gamma_i = I_{(p-l_i) \times (p-l_i)}, \end{cases} \quad \forall i \in \{1 \dots m\},$$

where  $0_{l_i \times (p-l_i)}$  and  $I_{(p-l_i) \times (p-l_i)}$  are respectively the null matrix and the identity matrix. By noticing in (8) that  $(f_i - \varphi_i)$  has to lie in the space spanned by the columns of  $\Gamma_i$ , it turns out that

$$\Delta f_i \triangleq f_i - \varphi_i = \Gamma_i \theta_i \quad \forall i \in \{1 \dots m\}, \quad (9)$$

where  $\theta_i$  is the  $((p - l_i) \times 1)$  vector of free parameters. The expression of one column of the profile matrix may then be deduced

$$f_i = \varphi_i + \Gamma_i \theta_i \quad \forall i \in \{1 \dots m\}. \quad (10)$$

The expression in (9) reads in matrix form,

$$\Delta F = F - \Phi, \quad (11)$$

where  $\Delta F$  is the matrix gathering each column  $\Delta f_i$ ,  $i = 1 \dots m$ . It may be easily stated by using (6) and (7) that

$$\Delta F \circ \Omega = 0. \quad (12)$$

From (11), we can express  $F$  with respect to  $\Delta F$  and  $\Phi$  as,

$$F = \Delta F + \Phi. \quad (13)$$

By combining the relationship (13) with the fact that  $1 = \Omega + (1 - \Omega)$ , we obtain

$$F = \Omega \circ \Phi + \Omega \circ \Delta F + (1 - \Omega) \circ \Delta F + (1 - \Omega) \circ \Phi. \quad (14)$$

Introducing the above properties (6) and (12) into (14) leads to the simplified expression of the profile matrix

$$F = \Omega \circ \Phi + (1 - \Omega) \circ \Delta F. \quad (15)$$

Since  $(1 - \Omega)$ ,  $\Omega$ ,  $\Phi$ ,  $\Delta F$  are non-negative matrices, the profile matrix verifies  $F \geq \Phi$ , according to Relation (15). This matrix form is also equivalent to its vectorial expression (10); both may be used in the following sections.

### 3.2. Constrained problem formulation

The aim of this section is to find new update rules which verify the defined above constraints. Constraints defined through (7) have to be incorporated and—similarly to (5)—multiplicative rules are investigated. The whole minimization problem may be formulated as

$$\begin{aligned} & \min_{G, F} \text{Tr} \left( (X - G \cdot F)^T ((X - G \cdot F) \circ W) \right) \\ \text{s. t.} \quad & G \geq 0, \quad F \geq \Phi, \quad F = \Omega \circ \Phi + (1 - \Omega) \circ \Delta F. \end{aligned} \quad (16)$$

The proof of the KKT conditions are detailed in Appendix A for the case  $\Phi = 0$ . The extension of these conditions should be easily derived when  $\Phi$  is different from the null matrix. For the sake of clarity, let us define

$$\bar{\Omega} \triangleq (1 - \Omega) \text{ and } \tilde{F} \triangleq \bar{\Omega} \circ \Delta F + \Phi.$$

The KKT conditions (see Appendix A for details) for the constrained weighted problem remain unchanged, i.e.,

$$\begin{aligned} \Delta F &\geq 0, & G &\geq 0, \\ \bar{\Omega} \circ \left( G^T ((G\tilde{F} - X) \circ W) \right) &\geq 0, & (W \circ (G\tilde{F} - X)) \tilde{F}^T &\geq 0, \\ \Delta F \circ \bar{\Omega} \circ \left( G^T ((G\tilde{F} - X) \circ W) \right) &= 0, & G \circ \left( (W \circ (G\tilde{F} - X)) \tilde{F}^T \right) &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

The profile matrix (respectively the contribution matrix) should be split into columns (respectively rows). The problem (16) is only solved for the profile matrix since the same technique may be applied to the contribution matrix. To solve (16), the criterion may be split into independent parts which are only related to one column of the profile matrix. The problem may be formulated as a collection of quadratic optimization sub-problems,

$$\begin{aligned} J(f_i) = & (x_i - Gf_i)^T D_{w_i} (x_i - Gf_i) \\ \text{s. t.} & M_i f_i = \delta_i \quad \text{and} \quad f_i \geq \varphi_i, \quad \forall i \in \{1 \dots m\}, \end{aligned} \quad (18)$$

where  $x_i$  stands for the  $i^{\text{th}}$  column of the  $X$  matrix. Remember that the matrix  $D_{w_i}$  is defined by  $D_{w_i} \triangleq \text{diag}(w_i)$ , where  $w_i$  accounts for the  $i^{\text{th}}$  column of the weight matrix  $W$ .

The sub-problem (18) shall be investigated for two different cases.

### 3.2.1. The case $\delta_i = 0$

Here, we are interested in the solution of the special case when  $\delta_i = 0$  which leads to  $\varphi_i = 0$ . Substituting  $\varphi_i = 0$  into (10) yields a simplified expression, which tells that  $f_i$  is a linear combination of column vectors from  $\Gamma_i$ :

$$f_i = \Gamma_i \theta_i \quad \forall i \in \{1 \dots m\}, \quad (19)$$

where  $\theta_i$  ( $(p - l_i) \times 1$ ) stands for the free parameters vector extracted from  $f_i$ .

By substituting (19) into (18), it turns out to be a weighted non-negative least square function, depending on the free parameters vector  $\theta_i$ :

$$\begin{aligned} K(\theta_i) = & (x_i - (G\Gamma_i)\theta_i)^T D_{w_i} (x_i - (G\Gamma_i)\theta_i) \\ \text{s. t.} & \theta_i \geq 0 \quad \forall i \in \{1 \dots m\}. \end{aligned} \quad (20)$$

It appears to be a WNMF (as detailed in [17]) applied to the search of the vector  $\theta_i$  and to a new contribution matrix  $G\Gamma_i$ . Ho [17] expressed the vector at iteration  $(k+1)$  as a function of the vector at iteration  $k$  by using a maximization minimization strategy. As a consequence, we can respectively replace  $f_i$  and  $G$  in his contribution by  $\theta_i$  and  $G\Gamma_i$ . The solution may be obtained also by splitting the first part of (5) into vectorial form, and we obtain the following update rule for  $\theta_i$ :

$$\theta_i^{k+1} \leftarrow \theta_i^k \circ \frac{\Gamma_i^T G^T (D_{w_i} x_i)}{\Gamma_i^T G^T (D_{w_i} G \Gamma_i \theta_i^k)} \quad \forall i \in \{1 \dots m\}. \quad (21)$$

Referring to (19), the expression of the  $i^{th}$  column of the profile matrix may be deduced and reads

$$f_i^{k+1} \leftarrow f_i^k \circ \frac{\Gamma_i \Gamma_i^T G^T (D_{w_i} x_i)}{\Gamma_i \Gamma_i^T G^T (D_{w_i} G f_i^k)} \quad \forall i \in \{1 \dots m\}.$$

Given that  $\Gamma_i \Gamma_i^T = \text{diag}(1_{p \times 1} - \omega_i)$ , with  $\omega_i$  the  $i^{th}$  column of the matrix  $\Omega$ , it may be noticed that this operator only selects active components among the profile vector in (5). The previous expression may be summarized into matrix formulation, i.e.,

$$F \leftarrow F \circ \left( (1_{p \times m} - \Omega) \circ \left[ \frac{G^T (W \circ X)}{G^T (W \circ (GF))} \right] \right). \quad (22)$$

In (22),  $(1_{p \times m} - \Omega)$  has to be seen as a constraint mask applied to the components of the profile matrix. As a result, (22) is equivalent to WNMF since an appropriate choice of the initial profile ( $F^0 \circ \Omega = F^0$ ) leads exactly to the same iterations.

### 3.2.2. The case $\delta_i \neq 0$

Back to (10), let us use it in the case when,  $\delta_i$  is different from zero. By replacing it into (18), it appears as a non-negative least square cost function

$$\begin{aligned} K(\theta_i) = & (x_i - G\varphi_i - (G\Gamma_i)\theta_i)^T D_{w_i} (x_i - G\varphi_i - (G\Gamma_i)\theta_i) \\ \text{s. t.} & \theta_i \geq 0 \quad \forall i \in \{1 \dots m\}. \end{aligned} \quad (23)$$

It should be noticed that (20) and (23) are similar, except that  $x_i$  in (20) has been replaced by  $(x - G\varphi)_i$  in (23). From (21), it results in a new expression of the free parameters vector at iteration  $(k + 1)$ :

$$\theta_i^{k+1} \leftarrow \theta_i^k \circ \frac{\Gamma_i^T G^T D_{w_i} (x_i - G\varphi_i)}{\Gamma_i^T G^T (D_{w_i} G \Gamma_i \theta_i^k)} \quad \forall i \in \{1 \dots m\}.$$

Expression (11) enables to update the  $i^{th}$  column of the profile matrix:

$$f_i^{k+1} - \varphi_i \leftarrow (f_i^k - \varphi_i) \circ \frac{\Gamma_i \Gamma_i^T G^T D_{w_i} (x_i - G\varphi_i)}{\Gamma_i \Gamma_i^T G^T (D_{w_i} G (f_i^k - \varphi_i))} \quad \forall i \in \{1 \dots m\}.$$

The previous equation may be written in matrix form, in a similar way as in (22), by noticing that the matrix  $\Gamma_i \Gamma_i^T$  acts as a component selector operator equivalent to the constraint mask  $(1_{p \times m} - \Omega)$ :

$$F - \Phi \leftarrow (F - \Phi) \circ \left( (1_{p \times m} - \Omega) \circ \left[ \frac{G^T(W \circ (X - G\Phi))}{G^T(W \circ (G(F - \Phi)))} \right] \right). \quad (24)$$

This equation is the global expression which enables to update iterates of the profile matrix. It is the generalization of (22) and has to be compared to Expression (5), which stands for the unconstrained version. It can be seen as the constrained WNMF applied to  $(X - G\Phi)$  instead of  $X$  (the non-negativity constraint is required on the equivalent data).

Moreover, it can be easily checked that any limit point called  $\Delta F^*$  verifies the complementary slackness condition (last left condition from (17)). However, this method suffers from the same convergence problems as the NMF multiplicative updates proposed by Lee and Seung<sup>2</sup> [24]. Indeed, Gonzales and Zhang pointed the existence of numerical examples showing the fail of this algorithm to reach a stationary point [14]. As our method can be reduced to the same approach by setting  $W = 1_{n \times m}$  and by imposing  $\Omega = \Phi = 0_{p \times m}$ , the same comment here applies. Non stationarity may typically occur when some profile components are initialized to zero.

In the same way, the contribution matrix is updated according to unconstrained WNMF:

$$G \leftarrow G \circ \frac{(W \circ X)F^T}{(W \circ (GF))F^T}. \quad (25)$$

However, an unconstrained WNMF on the contribution matrix does not ensure the non-negativity of  $(X - G\Phi)$ . A projection step of equivalent data is thus performed before updating the contribution matrix.

### 3.3. Outline of the algorithm

From the previous results, we derive the algorithm whose steps are detailed in Algorithm 1. The normalization is made after each computation step by normalizing each row of the profile matrix and by updating the corresponding column of the contribution matrix. As the normalization has no effect on the product  $G \cdot F$ , the value of the trace in (16) remains unchanged before or after the normalization. However, it makes the constraints unverified within iterations. From a practical point of view, if a limit point is

---

<sup>2</sup>Please note the existence of alternative algorithms which fix this issue [12].

---

**Algorithm 1** Update rules of the CWNMF method.

---

Reading  $\Phi$  and  $\Omega$ .Initialization of  $G$  and  $F$ Normalize  $F$  and  $G$ **while** the stopping rule is not checked **do**    Check for the non-negativity of  $(X - G\Phi)$  and project it if necessary    Search for  $F$  at constant  $G$  according to (24)    Search for  $G$  at constant  $F$  according to (25)    Normalize  $F$  and  $G$ **end while**

---

reached (i.e.,  $\Delta F^{k+1} = \Delta F^k$ ), constraints are observed to be verified asymptotically. Despite the fact that—as for other NMF methods [24, 17]—we cannot guarantee the stationarity when a limit point is reached, we never faced convergence issues—i.e., non-stationarity—in the numerous experiments we conducted on our dataset. It should be noticed that limit points tending to zero should be checked with great care. Indeed, although the third KKT condition is always satisfied, the sign of the gradient in the second KKT condition may be negative.

Lastly, we did not meet any kind of issue with the initialization of the matrices, as reported in Appendix B. It must be noticed that the equality constraints limit the number of free parameters to initialize, which probably tends to make the informed NMF method more robust to initialization than blind NMF, as shown in our experiments described in Appendix B.

## 4. Application to industrial source identification

### 4.1. Introduction

Data relative to airborne particles with size lower than  $10 \mu\text{m}$  collected at Dunkerque were considered. This site is a medium city located in Northern France on the coast of the North Sea (Figure 1). There is an important industrial activity, especially with the presence of an integrated steelwork complex. Sampling was performed on the roof of the Research Institute and the sampling point is directly under the influence of emissions of the industrial sector when the wind blows from direction 260 degrees to 320 degrees. In this work, we have selected 92 samples collected under a wider wind sector (i.e. from 250 degrees to 60 degrees) to consider other influences such as

marine, crustal and long-range transport origins. Concentrations of 19 elements and ions listed in Table 1 have been determined for each sample. In our previous work [8], we focused our attention on the identification of main sources contributing to atmospheric particulate background. Four particles types were evidenced: sea salts, aged sea-salts, secondary inorganic aerosols and crustal particles. Their respective profiles were in good agreement with results from literature [10, 31, 36]. We can assume that the composition of such emissions does not vary with time. In the present work, we aim to identify the industrial emission sources which additionally influence the level of atmospheric particulate at our sampling site. The integrated steelwork complex gathers processes devoted to coke making, iron ores sintering, steel production and slag treatments. A ferromanganese alloys production plant concerned by atmospheric emissions is also located next to the above industrial site. The particulate emissions have different chemical compositions from one process to another and do not always occur simultaneously. For these reasons, it is not adequate to use a single profile to track the impact of this industrial site on atmospheric particulate level. In this study, it is proposed that 5 industrial sources are expected to contribute significantly to airborne particulate matter at a local scale [23].

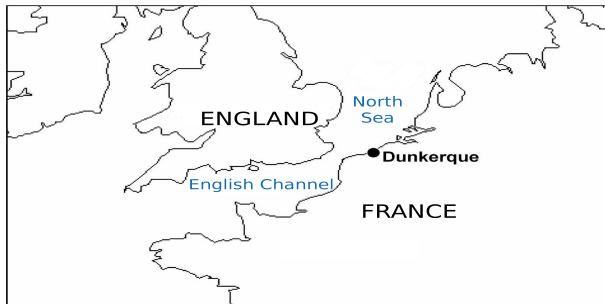


Figure 1: Location of the area under study.

#### 4.2. Major source identification

We assume that 4 background sources are completely known whereas 5 industrial sources are partially unknown. The matrices related to the constraints—i.e.,  $\Omega$  and  $\Phi$ —are respectively given in Tables 1 and 2. The first four rows represent background sources while the others account for industrial sources. When a value is set to 1, it means that the corresponding species is constrained. For example, copper for the sixth source is set to 0.



Table 1: Constraint matrix  $\Omega$ .

| Al | Ca | Cr | Cu | Fe | K | Mg | Mn | Na | Ni | Pb | Sn | Ti | V | Zn | Cl <sup>-</sup> | NO <sub>3</sub> <sup>-</sup> | SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup> | NH <sub>4</sub> <sup>+</sup> |
|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|---|----|-----------------|------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1 | 1  | 1               | 1                            | 1                             | 1                            |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1 | 1  | 1               | 1                            | 1                             | 1                            |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1 | 1  | 1               | 1                            | 1                             | 1                            |
| 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1 | 1  | 1               | 1                            | 1                             | 1                            |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1 | 0  | 1               | 1                            | 0                             | 1                            |
| 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1 | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0 | 1  | 1               | 1                            | 0                             | 1                            |
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1 | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0 | 1  | 1               | 1                            | 1                             | 1                            |
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1 | 0  | 0               | 1                            | 0                             | 0                            |
| 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1 | 1  | 0  | 1  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1 | 0  | 1               | 1                            | 1                             | 1                            |

Table 2: Matrix  $\Phi$  of set profile values.

| Al  | Ca  | Cr | Cu | Fe  | K   | Mg | Mn  | Na  | Ni | Pb | Sn | Ti | V  | Zn | Cl <sup>-</sup> | NO <sub>3</sub> <sup>-</sup> | SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup> | NH <sub>4</sub> <sup>+</sup> |
|-----|-----|----|----|-----|-----|----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|-----------------|------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| 0   | 0   | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0               | 421                          | 316                           | 263                          |
| 367 | 140 | .2 | .1 | 147 | 136 | 64 | 2.5 | 122 | .1 | .1 | 0  | 15 | .3 | .3 | 3               | 2.4                          | .5                            | .5                           |
| 0   | 10  | 0  | 0  | 0   | 9   | 30 | 0   | 253 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 200             | 280                          | 217                           | 0                            |
| 0   | 12  | 0  | 0  | 0   | 12  | 37 | 0   | 312 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 550             | 0                            | 78                            | 0                            |
| 0   | 0   | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0               | 0                            | 0                             | 0                            |
| 0   | 0   | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0               | 0                            | 0                             | 0                            |
| 0   | 0   | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0               | 0                            | 0                             | 0                            |
| 0   | 0   | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0               | 0                            | 0                             | 0                            |
| 0   | 0   | 0  | 0  | 0   | 0   | 0  | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0               | 0                            | 0                             | 0                            |

To sum up, 55 parameters are free in the profile matrix, they are located in the 5 last rows corresponding to the 5 industrial sources. No constraint is applied on the contribution matrix. As a result, it contains  $92 \times 9$  free parameters. The estimation of these parameters is ordered according to sources in Figures 2-6. In each figure, the top plot shows the contribution of one source (corresponding to one column of the contribution matrix) versus samples, while the middle one gives a rate of the whole mass emitted. The bottom graph shows the source profile (corresponding to one row of the profile matrix). The fifth source denoted blast furnace / steel plant sources is represented on Figure 2 while the steel slag source is given in Figure 3. Two sintering plant sources are detailed on Figures 4 and 5 while a ferromanganese plant source is reported in Figure 6. By comparing these profiles with experimental data defined for each source [23], the profile issued from Figure 2 is referred to as iron rich particles emitted by blast furnaces or steel plant. These two sources have got very similar chemical identities. These features have also been reported for similar processes located on other sites all over the world [27, 28]. The second profile (see Figure 3) is characterized by a high proportion of calcium and iron and then various metallic impurities. Unambiguously, this profile can be attributed to fine particles which gather

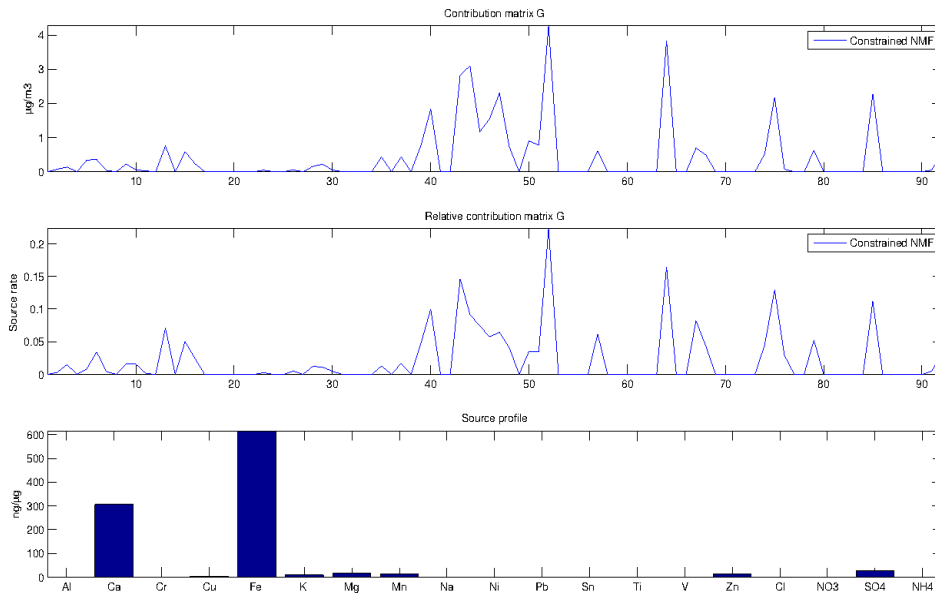


Figure 2: Blast furnaces source.

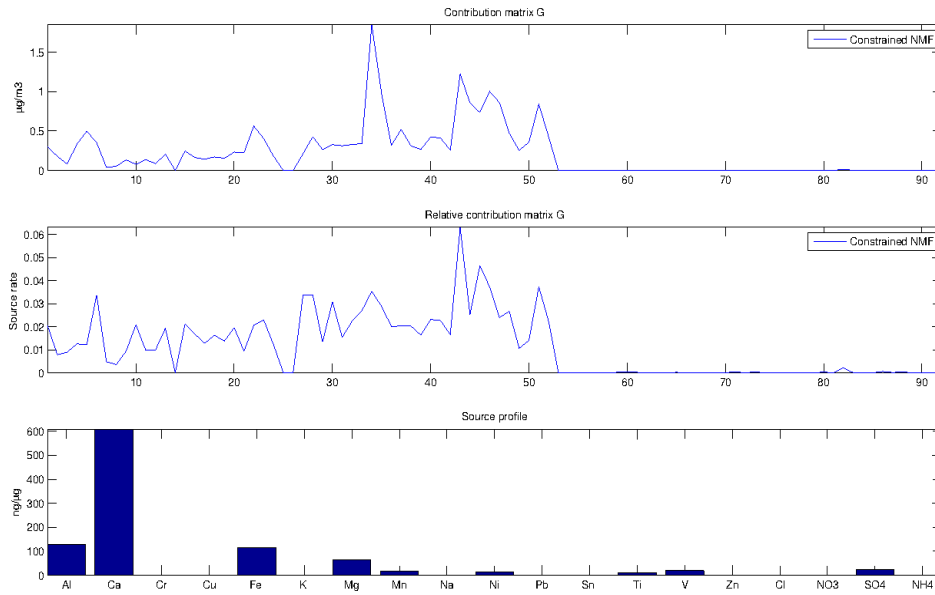


Figure 3: Steel slag source.

a set of undesirable elements in steel composition and which are separated in the form of slags. Such emissions are classified as fugitive emissions.

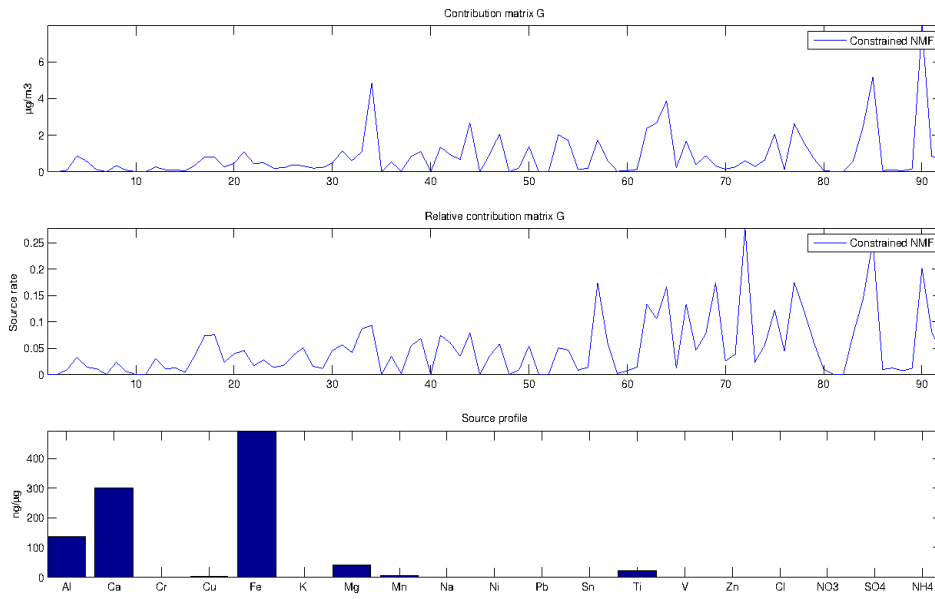


Figure 4: Ores sintering plant non point source.

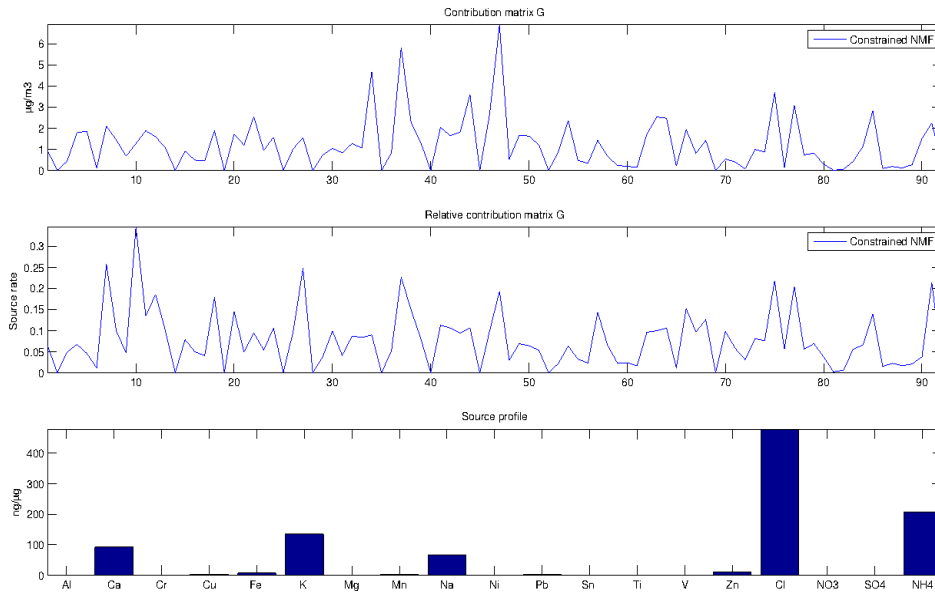


Figure 5: Sintering chimney point source.

The third profile (see Figure 4) highlights species in the following order: Fe > Ca > Al > Mg > Mn > K > Na. It is ascribed to ores sintering plant source

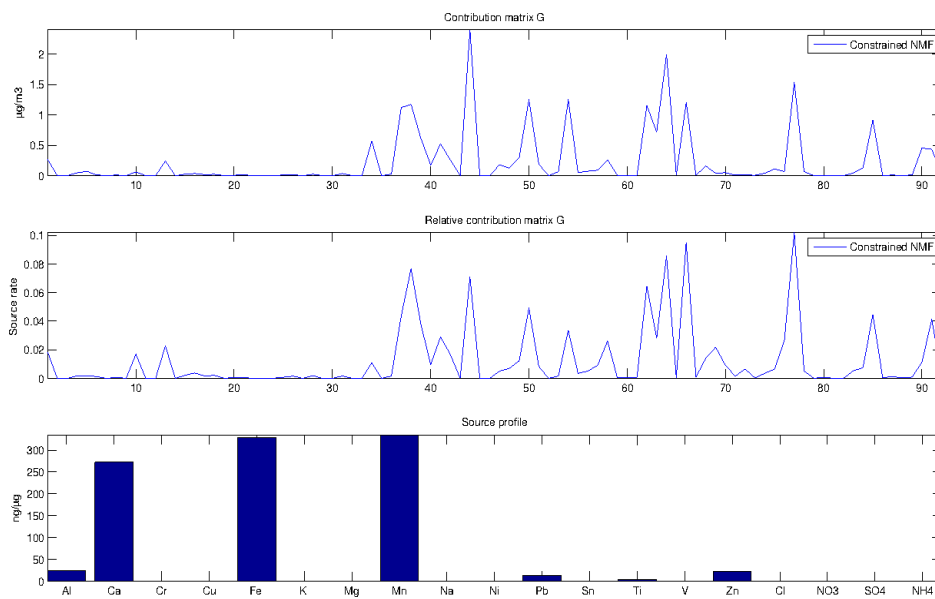


Figure 6: Ferromanganese plant source.

and such particles correspond to fugitive emissions depending on all handling performed on sintered ores. It comes from the heating of raw materials. However, a lack of potassium and sodium may be noted. The fourth source profile (Figure 5) is expected to be mainly composed with  $\text{Cl}^-$ , K, and Fe. It stands for the sintering chimney point source. But it can be noticed that there is a lack of Fe particles and also  $\text{NH}_4^+$  is over estimated. Finally, a Ferromanganese plant source may be recognized on Figure 6, it can be noted that the expected profile is very well recovered.

A brief summary of significant sources show that 3 sources (blast furnaces source, steel slags source, sintering chimney point source) present a few peaks over  $3 \mu\text{g}/\text{m}^3$ . The steel slag source and the ferromanganese plant source are minor contributors to particles pollution. Hence, these results enable to evidence the impact of point source emissions on atmospheric particulate levels and particularly provide for the first time a relative contribution of fugitive emissions from this site.

## 5. Conclusion

We have introduced in this article the use of basic equality constraints and have derived theoretical expressions of constrained WNMF. We provided

global multiplicative rules which take into account at the same time linear equality constraints and weights. The second interest stands in the choice of the application which aims to find natural and industrial profiles. Partial knowledge of these profiles enables to focus the search on species which are completely unknown. As a consequence, according to chemists, our results allow them to better understand the industrial profiles. This shows the relevance of our proposed approach. Upcoming prospects concern the integration of inequality constraints in the algorithms.

### Acknowledgements

The authors would like to thank the anonymous reviewers for their helpful comments and valuable suggestions to improve the quality of the paper. This research was financed by the integrated steel and mining company Arcelor-Mittal.

### Appendix A. Expression of the KKT conditions in the constrained problem

Karush-Kuhn Tucker conditions are carried out without loss of generality in the case when  $\Phi = 0$ . It may be easily extended to the general case. For the sake of concision, let assume that  $\bar{\Omega} \triangleq (1_{p \times m} - \Omega)$ . The minimization of the criterion (16) leads to consider a function  $H(\cdot)$ , defined by

$$H(\Delta F) = \text{Tr} \left( (X - G(\Delta F \circ \bar{\Omega}))^T ((X - G(\Delta F \circ \bar{\Omega})) \circ W) \right) = H_1 - 2H_2 + H_3,$$

where

$$\begin{cases} H_1 &= \text{Tr} (X^T (X \circ W)), \\ H_2 &= \text{Tr} \left( (X \circ W)^T G(\Delta F \circ \bar{\Omega}) \right), \\ H_3 &= \text{Tr} \left( (\Delta F \circ \bar{\Omega})^T G^T ((G(\Delta F \circ \bar{\Omega})) \circ W) \right). \end{cases}$$

The property  $\text{Tr}(U^T(V \circ W)) = \text{Tr}((U \circ W)^T V)$  enables to write the differential of  $H_2, H_3$  as

$$\begin{cases} \partial H_1 &= 0, \\ \partial H_2 &= \text{Tr} \left( (((X \circ W)^T G) \circ \bar{\Omega}^T) \partial \Delta F \right), \\ \partial H_3 &= 2 \cdot \text{Tr} \left( (((W \circ G(\bar{\Omega} \Delta F))^T \cdot G) \circ \bar{\Omega}^T) \partial \Delta F \right). \end{cases}$$

The differentiation of  $H_2$  and  $H_3$  then results in

$$\begin{cases} \frac{\partial H_2}{\partial F} &= \bar{\Omega} \circ (G^T(X \circ W)), \\ \frac{\partial H_3}{\partial F} &= 2[G^T(W \circ (G(\bar{\Omega} \circ \Delta F)))] \circ \bar{\Omega}. \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

According to (A.1), the differentiation of the function  $H(\cdot)$  gives

$$\frac{\partial H}{\partial \Delta F} = 2\bar{\Omega} \circ (G^T((G[\bar{\Omega} \circ \Delta F] - X) \circ W)). \quad (\text{A.2})$$

The Lagrangian function may be expressed as

$$L(G, F) = \frac{1}{2}H(\Delta F) - \text{Tr}(\Gamma_G \circ G) - \text{Tr}(\Gamma_F \circ \Delta F \circ \bar{\Omega}).$$

Cancelling the derivatives of this Lagrangian function with respect to  $\Delta F$  yields the following relation,

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta F} = \bar{\Omega} \circ (G^T((G[\bar{\Omega} \circ \Delta F] - X) \circ W)) - \Gamma_F = 0, \quad (\text{A.3})$$

leading to an expression of  $\Gamma_F$ . Karush-Kuhn Tucker conditions for the minimization of (16) may be summed up as

$$\begin{aligned} \Delta F &\geq 0, & G &\geq 0, \\ \frac{\partial H}{\partial \Delta F} &\geq 0, & \frac{\partial H}{\partial G} &\geq 0, \\ \Delta F \circ \Gamma_F &= 0, & G \circ \Gamma_G &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

For the sake of clarity, let us define  $\tilde{F} \triangleq \bar{\Omega} \circ \Delta F$ . By replacing the relations (A.2) and (A.3) into (A.4) and by using the same analogy with the matrix  $G$ , the final KKT conditions for the constrained weighted problem are

$$\begin{aligned} \Delta F &\geq 0, & G &\geq 0, \\ \bar{\Omega} \circ \left( G^T((G\tilde{F} - X) \circ W) \right) &\geq 0, & (W \circ (G\tilde{F} - X))\tilde{F}^T &\geq 0, \\ \Delta F \circ \bar{\Omega} \circ \left( G^T((G\tilde{F} - X) \circ W) \right) &= 0, & G \circ \left( (W \circ (G\tilde{F} - X))\tilde{F}^T \right) &= 0. \end{aligned}$$

Table B.3: Used matrix  $\Omega$  for the NMF method.

| Fe | Ca | SO <sub>4</sub> | Zn | Mg | Al | Cr |
|----|----|-----------------|----|----|----|----|
| 1  | 0  | 0               | 0  | 0  | 0  | 1  |
| 0  | 1  | 1               | 1  | 0  | 1  | 0  |
| 1  | 0  | 0               | 1  | 0  | 0  | 1  |

Table B.4: Used matrix  $\Phi$  for the NMF method.

| Fe  | Ca  | SO <sub>4</sub> | Zn | Mg | Al | Cr |
|-----|-----|-----------------|----|----|----|----|
| 700 | 0   | 0               | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 0   | 400 | 5               | 0  | 0  | 75 | 0  |
| 400 | 0   | 0               | 0  | 0  | 0  | 0  |

## Appendix B. Sensitivity of the algorithm to the initialization

The proposed NMF algorithm has been tested in the framework of pollutant source separation. As explained in Subsection 3.3—and as it is the case for classical NMF approaches [24, 17]—the robustness of our method to initialization is not theoretically guaranteed (but was shown not to be an issue with the considered application). In this appendix, we aim to investigate this behaviour: we generate synthetic data according to industrial source profiles available in the literature [28]. Seven chemical species—listed in Table B.3—are under consideration. Three industrial sources coming from steel industry (blast furnaces source, steel slag source, ores sintering plant) shown in this order in Table B.5 are assumed to be active.

The data matrix consists of 50 samples and 7 species, with a known uncertainty measure  $\sigma_{ij}$ —provided by a chemical expert—associated to each data point  $x_{ij}$ . The uncertainty measure allows us to compute the weight matrix  $W$ , according to  $w_{ij} = \sigma_{ij}^{-2}$ . A uniform noise ranging in  $[-\min\{\lambda \sigma_{ij}, x_{ij}\}; \lambda \sigma_{ij}]$  is added while keeping non-negativity of the data. Please note that  $\lambda$  is related to an input Signal-to-Noise Ratio (SNR). In the experiments below, the input SNR is equal to 30 dB. The actual profile matrix is given in Table B.5.

In our method, we can select which components of the profile matrix are to be set, making it highly flexible. In the tests reported in this appendix, 9 constraints are taken into account and are shown in Table B.3, where the 1s indicate the location of the constraints in the profile matrix. The matrix  $\Phi$  is provided in Table B.4. Note that 70 percent of the first source profile is set, so that it only subsists 30 percent of it to be distributed over the remaining species. To assess the quality of the fit, we apply different performance

Table B.5: Real profile matrix  $F$ .

| Fe  | Ca  | SO <sub>4</sub> | Zn | Mg  | Al  | Cr |
|-----|-----|-----------------|----|-----|-----|----|
| 700 | 100 | 80              | 60 | 40  | 20  | 0  |
| 300 | 400 | 5               | 0  | 200 | 75  | 20 |
| 400 | 200 | 80              | 0  | 120 | 200 | 0  |

measures—similar to SNRs—on the contribution and the profile matrices.

- When applied to the columns of  $G$ , the chosen measure is named Mixing-Error Ratio (MER) [34]. We express each estimated column  $\hat{g}_j$  of the matrix  $G$  as

$$\hat{g}_j = g_j^{coll} + g_j^{orth},$$

where  $g_j^{coll}$  and  $g_j^{orth}$  are respectively collinear and orthogonal to the *true* vector  $g_j$ . The MER (in dB) associated with this estimated column is then expressed as

$$\text{MER}_j = 10 \log_{10} \left\| \frac{g_j^{coll}}{g_j^{orth}} \right\|^2.$$

This definition provides one MER for each source—respectively denoted as  $S_1$ ,  $S_2$ , and  $S_3$ —so that  $p$  MERs are obtained.

- When applied to the lines of  $F$ —or equivalently to the columns of  $F^T$ —we measure a Signal-to-Interference Ratio (SIR) which is classically met in blind source separation [34]. The SIR is computed for each estimated source. From a practical point of view, we apply the above MER algorithm on the columns of  $F^T$  as an SIR measure.

The sensitivity of the algorithm is studied by choosing different initializations of the profile matrix  $F_{init}$ . We exclusively use initial profile matrices which satisfy the constraints defined in Tables B.3 and B.4. For each initialization, we run the algorithm during 20 thousand iterations.

We performed numerous tests in this configuration and all the obtained enhancement provided by our NMF approach was consistent. For the sake of readability, we only gather 12 significant initial profile matrices in Table B.6. This table provides three performance indices:

1. the first three columns show the SIR obtained for each source when each line of  $F$  is set to its initialization. We see that the performance is pretty low, as it ranges from 1.15 to 24.07 dB. While the SIR can be



Table B.6: Performance of the NMF approach for different initializations. Performance criteria: SIR (in dB) and MER (in dB).

| trial<br>number | SIR (on $F_{init}$ ) |       |       | MER (on $G$ ) |       |       | SIR (on $F$ ) |       |       |
|-----------------|----------------------|-------|-------|---------------|-------|-------|---------------|-------|-------|
|                 | $S_1$                | $S_2$ | $S_3$ | $S_1$         | $S_2$ | $S_3$ | $S_1$         | $S_2$ | $S_3$ |
| 1               | 24.07                | 18.56 | 16.50 | 29.89         | 30.06 | 32.44 | 54.61         | 78.18 | 54.81 |
| 2               | 17.31                | 18.56 | 16.50 | 29.89         | 30.05 | 32.44 | 54.78         | 81.66 | 54.61 |
| 3               | 13.96                | 18.56 | 16.50 | 29.89         | 30.06 | 32.44 | 54.64         | 80.19 | 54.78 |
| 4               | 24.07                | 3.87  | 16.50 | 29.89         | 30.06 | 32.44 | 54.61         | 78.18 | 54.81 |
| 5               | 24.07                | 6.11  | 16.50 | 29.89         | 30.06 | 32.44 | 54.61         | 78.18 | 54.81 |
| 6               | 24.07                | 18.56 | 3.19  | 29.89         | 30.06 | 32.44 | 54.61         | 78.18 | 54.81 |
| 7               | 24.07                | 18.56 | 1.15  | 29.89         | 30.06 | 32.44 | 54.61         | 78.18 | 54.81 |
| 8               | 17.31                | 18.56 | 1.15  | 29.89         | 30.06 | 32.44 | 54.61         | 78.18 | 54.81 |
| 9               | 13.96                | 18.56 | 1.15  | 29.89         | 30.06 | 32.44 | 54.61         | 78.18 | 54.81 |
| 10              | 13.96                | 6.11  | 1.15  | 29.89         | 30.06 | 32.44 | 54.61         | 78.18 | 54.81 |
| 11              | 13.96                | 3.87  | 1.15  | 29.89         | 30.06 | 32.44 | 54.61         | 78.18 | 54.81 |
| 12              | 10.47                | 3.87  | 1.15  | 29.89         | 30.06 | 32.44 | 54.61         | 78.18 | 54.81 |

really low for Source 2 and Source 3, we could not reach an SIR lower than 10 dB with Source 1 because the mass to be distributed over the free parameters is quite low, as discussed above.

- The last three columns show the SIRs obtained after running the algorithm. We notice that, whatever the initialization, the SIR for each source keeps almost constant and is high, i.e., between 54.61 and 81.66 dB. This shows that the algorithm converges to the same stationary point.
- Such a result is seen again in the three middle columns. They show the MERs obtained after applying the NMF algorithm. Here again—and as for the SIR—the measure obtained for each source remains almost constant over the trials. It can be noticed that SIRs—estimated over the profile matrix—are greater than MERs which estimated over the contribution matrix. It may be due to the fact that the constraints are applied on the profile matrix only.

Other experiments have been conducted with less constraints. We noticed that relaxing some of the above constraints made the algorithm more sensitive to the initialization. This was expected as less constraints means more parameters to estimate.

To conclude, these experiments show the relevance of our informed NMF method. It not only provides a good performance using the additional knowledge on the profile matrix  $F$ , but it is also less sensitive to the initialization than its blind counterpart.

## References

- [1] S. Arora, R. Ge, R. Kannan, A. Moitra, Computing a nonnegative matrix factorization – provably, in: Proceedings of the 44th symposium on Theory of Computing, 2012, pp. 145–162.
- [2] W. Berry, M. Browne, N. Langville, V. Pauca, J. Plemmons, Algorithms and applications for approximate non-negative matrix factorization, *Computational Statistics & Data Analysis* 52 (1) (2007) 155–173.
- [3] D. P. Bertsekas, *Nonlinear Programming*, 2nd ed., Athena Scientific, 1999.
- [4] V. Bittorf, C. Ré, B. Recht, J. Tropp, Factoring nonnegative matrices with linear programs, in: *Advances in Neural Information Processing Systems* 25 (NIPS), 2012, pp. 1223–1231.
- [5] S. Choi, Algorithms for orthogonal non-negative matrix factorization, *International Joint Conference on Neural Networks*, Hong Kong, 2008.
- [6] A. Cichocki, S. Cruces, S. Amari, Generalized alpha-beta divergences and their application to robust non-negative matrix factorization, *Entropy* 13 (1) (2011) 134–170.
- [7] A. Cichocki, R. Zdunek, NMFLAB for signal processing, Technical report, Laboratory for Advanced Brain Signal Processing, BSI RIKEN, Saitama, Japan (2006).
- [8] G. Delmaire, G. Roussel, D. Hleis, F. Ledoux, Une version pondérée de la factorisation matricielle non négative pour l’identification de sources de poussières. Application au littoral de la mer du nord, *RS-JESA* 44 (4-5) (2010) 547–566.
- [9] A. Escrig, E. Monfort, I. Celades, X. Querol, F. Amato, M. Minguillón, P. Hopke, Application of optimally scaled target factor analysis for assessing source contribution of ambient PM10, *Journal of the Air Waste Management Association* 59 (29) (2009) 1296–1307.
- [10] M. C. Evans, S. W. Campbell, V. Bhethanabotla, N. D. Poor, Effect of sea salt calcium carbonate interactions with nitric acid on the direct dry deposition of nitrogen to Tampa Bay, Florida, *Atmospheric Environment* 38 (29) (2004) 4847–4858.

- [11] E. Fishler, M. Grossmann, H. Messer, Detection of signals by information theoretic criteria: general asymptotic performance analysis, *IEEE Transactions on Signal Processing* 50 (5) (2002) 1027–1036.
- [12] N. Gillis, F. Glineur, Accelerated multiplicative updates and hierarchical als algorithms for nonnegative matrix factorization, *Neural Computation* 24 (4) (2012) 1085–1105.
- [13] N. Gillis, S. Vavasis, Fast and robust recursive algorithms for separable nonnegative matrix factorization, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 36 (4) (2014) 698–714.
- [14] E. F. Gonzales, Y. Zhang, Accelerating the Lee-Seung algorithm for non-negative matrix factorization, Technical report, Dept. of Computational and Applied Mathematics, Rice University (2005).
- [15] L. Grippo, M. Sciandrone, On the convergence of the block nonlinear gauss-seidel method under convex constraints., *Oper. Res. Lett.* 26 (3) (2000) 127–136.
- [16] D. Guillamet, J. Vitria, B. Schiele, Introducing a weighted non-negative matrix factorization for image classification, *Pattern Recognition Letters* 24 (14) (2003) 2447–2454.
- [17] N.-D. Ho, Non-negative matrix factorizations algorithms and applications, Phd thesis, Université Catholique de Louvain (2008).
- [18] N.-D. Ho, P. Vandooren, Non-negative matrix factorization with fixed row and column sums, *Linear Algebra and its Applications* 429 (5-6) (2008) 1020–1025.
- [19] P. K. Hopke, K. Ito, T. Mar, W. F. Christensen, D. J. Eatough, R. C. Henry, E. Kim, F. Laden, R. Lall, T. V. Larson, H. Liu, L. Neas, J. Pinto, M. Stölzel, H. Suh, P. Paatero, G. D. Thurston, PM source apportionment and health effects: Intercomparison of source apportionment results, *Journal of Exposure Science and Environmental Epidemiology* 16 (3) (2006) 275–286.
- [20] P. O. Hoyer, Non-negative matrix factorization with sparseness constraint, *Journal of Machine Learning Research* 5 (2004) 1457–1469.

- [21] H. Kim, H. Park, Nonnegative matrix factorization based on alternating nonnegativity constrained least squares and active set method, *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications* 30 (2) (2008) 713–730.
- [22] J. Kim, Y. He, H. Park, Algorithms for nonnegative matrix and tensor factorizations: a unified view based on block coordinate descent framework, *Journal of Global Optimization* (2013) 1–35.
- [23] H. Laversin, D. Courcot, F. Ledoux, Tracing the atmospheric particulate emissions from an iron and steel works, *Chemical Engineering Transactions* 10 (2006) 179–184.
- [24] D. D. Lee, H. S. Seung, Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization, *Nature* 401 (6755) (1999) 788–791.
- [25] C. J. Lin, On the convergence of multiplicative update algorithms for non-negative matrix factorization, *IEEE Transactions on Neural Networks* 18 (6) (2007) 1589–1596.
- [26] C. J. Lin, Projected gradients methods for non-negative matrix factorization, *Neural Computation* 19 (10) (2007) 2756–2779.
- [27] S. D. Machemer, Characterization of airborne and bulk particulate from iron and steel manufacturing facilities, *Environ. Sci. Technol.* 38 (2) (2004) 381–389.
- [28] K. Oravisjarvi, K. Timonen, T. Wiikinkoski, A. Ruuskanen, K. Heinanen, J. Ruuskanen, Source contributions to PM<sub>2.5</sub> particles in the urban air of a town situated close to a steel works, *Atmospheric Environment* 37 (2) (2003) 1013–1022.
- [29] P. Paatero, Least squares formulation of robust non negative factor analysis, *Chemometrics* 12 (5) (1997) 788–791.
- [30] P. Paatero, U. Tapper, Positive matrix factorization: a non negative factor model with optimal utilization of error estimates of data values, *Environmetrics* 5 (2) (1994) 111–126.
- [31] M. J. Ten-Harkel, The effects of particle-size distribution and chloride depletion of sea-salt aerosols on estimating atmospheric deposition at a coastal site, *Atmospheric Environment* 31 (3) (1997) 417–427.

- [32] S. Vavasis, On the complexity of nonnegative matrix factorization, *SIAM J. on Optimization* 20 (3) (2009) 1364–1377.
- [33] M. Viana, T. A. J. Kuhlbusch, X. Querol, A. Alastuey, The effects of particle-size distribution and chloride depletion of sea-salt aerosols on estimating atmospheric deposition at a coastal site, *Journal of Aerosol Science* 39 (10) (2008) 827–849.
- [34] E. Vincent, S. Araki, P. Bofill, The 2008 signal separation evaluation campaign: A community-based approach to large-scale evaluation, in: *Proc. of ICA, 2009*, pp. 734–741.
- [35] J. Yoo, S. Choi, Non-negative matrix factorization with orthogonality constraints, *Journal of computing science and engineering* 4 (2) (June 2010) 97–109.
- [36] Y. Zhao, Y. Gao, Acidic species and chloride depletion in coarse aerosol particles in the US east coast, *Science of the total Environment* 407 (1) (2008) 541–547.

## **Annexe E**

# **Real-time multiple sound source localization and counting using a circular microphone array**

D. Pavlidi, A. Griffin, M. Puigt, and A. Mouchtaris (2013). Real-time multiple sound source localization and counting using a circular microphone array. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 21(10), 2193-2206.

# Real-Time Multiple Sound Source Localization and Counting using a Circular Microphone Array

Despoina Pavlidi, *Student Member, IEEE*, Anthony Griffin, Matthieu Puigt,  
and Athanasios Mouchtaris, *Member, IEEE*

**Abstract**—In this work, a multiple sound source localization and counting method is presented, that imposes relaxed sparsity constraints on the source signals. A uniform circular microphone array is used to overcome the ambiguities of linear arrays, however the underlying concepts (sparse component analysis and matching pursuit-based operation on the histogram of estimates) are applicable to any microphone array topology. Our method is based on detecting time-frequency (TF) zones where one source is dominant over the others. Using appropriately selected TF components in these “single-source” zones, the proposed method jointly estimates the number of active sources and their corresponding directions of arrival (DOAs) by applying a matching pursuit-based approach to the histogram of DOA estimates. The method is shown to have excellent performance for DOA estimation and source counting, and to be highly suitable for real-time applications due to its low complexity. Through simulations (in various signal-to-noise ratio conditions and reverberant environments) and real environment experiments, we indicate that our method outperforms other state-of-the-art DOA and source counting methods in terms of accuracy, while being significantly more efficient in terms of computational complexity.

**Index Terms**—direction of arrival estimation, matching pursuit, microphone array signal processing, multiple source localization, real-time localization, source counting, sparse component analysis

**EDICS:** AUD-LMAP:Loudspeaker and Microphone Array Signal Processing

## I. INTRODUCTION

**D**IRECTION of arrival (DOA) estimation of audio sources is a natural area of research for array signal processing, and one that has had a lot of interest over recent decades [1]. Accurate estimation of the DOA of an audio source is a key element in many applications. One of the most common is in teleconferencing, where the knowledge of the location of a speaker can be used to steer a camera, or to enhance the capture of the desired source with beamforming, thus avoiding the need for lapel microphones. Other applications include

event detection and tracking, robot movement in an unknown environment, and next generation hearing aids [2]–[5].

The focus in the early years of research in the field of DOA estimation was mainly on scenarios where a single audio source was active. Most of the proposed methods were based on the time difference of arrival (TDOA) at different microphone pairs, with the Generalized Cross-Correlation PHase Transform (GCC-PHAT) being the most popular [6]. Improvements to the TDOA estimation problem—where both the multipath and the so-far unexploited information among multiple microphone pairs were taken into account—were proposed in [7]. An overview of TDOA estimation techniques can be found in [8].

Localizing multiple, simultaneously active sources is a more difficult problem. Indeed, even the smallest overlap of sources—caused by a brief interjection, for example—can disrupt the localization of the original source. A system that is designed to handle the localization of multiple sources sees the interjection as another source that can be simultaneously captured or rejected as desired. An extension to the GCC-PHAT algorithm was proposed in [9] that considers the second peak as an indicator of the DOA of a possible second source. One the first methods capable of estimating DOAs of multiple sources is the well-known MUSIC algorithm and its wide-band variations [2], [10]–[14]. MUSIC belongs to the classic family of subspace approaches, which depend on the eigen-decomposition of the covariance matrix of the observation vectors.

Derived as a solution to the Blind Source Separation (BSS) problem, Independent Component Analysis (ICA) methods achieve source separation—enabling multiple source localization—by minimizing some dependency measure between the estimated source signals [15]–[17]. The work of [18] proposed performing ICA in regions of the time-frequency representation of the observation signals under the assumption that the number of dominant sources did not exceed the number of microphones in each time-frequency region. This last approach is similar in philosophy to Sparse Component Analysis (SCA) methods [19, ch. 10]. These methods assume that one source is dominant over the others in some time-frequency windows or “zones”. Using this assumption, the multiple source propagation estimation problem may be rewritten as a single-source one in these windows or zones, and the above methods estimate a mixing/propagation matrix, and then try to recover the sources. By estimating this mixing matrix and knowing the geometry of the microphone array, we may localize the sources, as proposed in [20]–[22], for

Copyright (c) 2013 IEEE. Personal use of this material is permitted. However, permission to use this material for any other purposes must be obtained from the IEEE by sending a request to pubs-permissions@ieee.org.

D. Pavlidi, A. Griffin, and A. Mouchtaris are with the Foundation for Research and Technology-Hellas, Institute of Computer Science (FORTH-ICS), Heraklion, Crete, Greece, GR-70013 e-mail: {pavlidi, agriffin, mouchtar}@ics.forth.gr.

D. Pavlidi and A. Mouchtaris are also with the University of Crete, Department of Computer Science, Heraklion, Crete, Greece, GR-71409.

M. Puigt is with the Université Lille Nord de France, ULCO, LISIC, Calais, France, FR-62228 e-mail: matthieu.puigt@lisic.univ-littoral.fr. This work was performed when M. Puigt was with FORTH-ICS.

example. Most of the SCA approaches require the sources to be W-disjoint orthogonal (WDO) [23]—meaning that in each time-frequency component, at most one source is active—which is approximately satisfied by speech in anechoic environments, but not in reverberant conditions. On the contrary, other methods assume that the sources may overlap in the time-frequency domain, except in some tiny “time-frequency analysis zones” where only one of them is active (e.g., [19, p. 395], [24]). Unfortunately, most of the SCA methods and their DOA extensions are computationally intensive and therefore off-line methods (e.g., [21] and the references within). The work of [20] is a frame-based method, but requires WDO sources.

Other than accurate and efficient DOA estimation, an extremely important issue in sound source localization is estimating the number of active sources at each time instant, known as source counting. Many methods in the literature propose estimating the intrinsic dimension of the recorded data, i.e., for an acoustic problem, they perform source counting at each time instant. Most of them are based on information theoretic criteria (see [25] and the references within). In other methods, the estimation of the number of sources is derived from a large set of DOA estimates that need to be clustered. In classification, some approaches to estimating both the clusters and their number have been proposed (e.g. [26]), while several solutions specially dedicated to DOAs have been tackled in [19, p. 388], [27] and [28].

In this work, we present a novel method for multiple sound source localization using a circular microphone array. The method belongs in the family of SCA approaches, but it is of low computational complexity, it can operate in real-time and imposes relaxed sparsity constraints on the source signals compared to WDO. The methodology is not specific to the geometry of the array, and is based on the following steps: (a) finding single-source zones in the time-frequency domain [24] (i.e., zones where one source is clearly dominant over the others); (b) performing single-source DOA estimation on these zones using the method of [29]; (c) collecting these DOA estimations into a histogram to enable the localization of the multiple sources; and (d) jointly performing multiple DOA estimation and source counting through the post-processing of the histogram using a method based on matching pursuit [30]. Parts of this work have been recently presented in [22], [31], [32]. This current work presents a more detailed and improved methodology compared to our recently published results, especially in the following respects: (i) we provide a way of combining the tasks of source counting and DOA estimation using matching pursuit in a natural and efficient manner; and (ii) we provide a thorough performance investigation of our proposed approach in numerous simulation and real-environment scenarios, both for the DOA estimation and the source counting tasks. Among these results, we provide performance comparisons of our algorithm regarding the DOA estimation and the source counting performance with the main relevant state-of-art approaches mentioned earlier. More specifically, DOA estimation performance is compared to WDO-based, MUSIC-based, and frequency domain ICA-based DOA estimation methods, and source counting performance

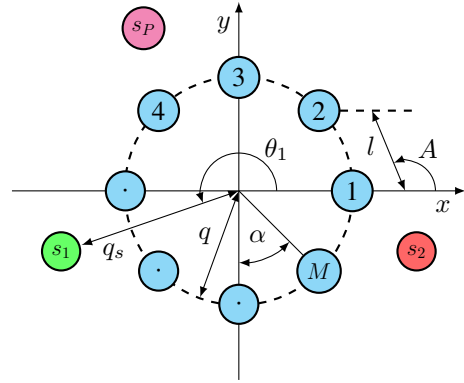


Fig. 1. Circular sensor array configuration. The microphones are numbered 1 to  $M$  and the sound sources are  $s_1$  to  $s_P$ .

is compared to an information-theoretic method. Overall, we show that our proposed method is accurate, robust and of low computational complexity.

The remainder of the paper then reads as follows. We describe the considered localization and source counting problem in Section II. We then present our proposed method for joint DOA estimation and counting in Section III. In this section we also discuss additional proposed methods for source counting. We revise alternative methods for DOA estimation in Section IV. Section V provides an experimental validation of our approaches along with discussion on performance and complexity issues. Finally, we conclude in Section VI.

## II. PROBLEM STATEMENT

We consider a uniform circular array of  $M$  microphones, with  $P$  active sound sources located in the far-field of the microphone array. Assuming the free-field model, the signal received at each microphone  $m_i$  is

$$x_i(t) = \sum_{g=1}^P a_{ig} s_g(t - t_i(\theta_g)) + n_i(t), \quad i = 1, \dots, M, \quad (1)$$

where  $s_g$  is one of the  $P$  sound sources at distance  $q_s$  from the centre of the microphone array,  $a_{ig}$  is the attenuation factor and  $t_i(\theta_g)$  is the propagation delay from the  $g^{\text{th}}$  source to the  $i^{\text{th}}$  microphone.  $\theta_g$  is the DOA of the source  $s_g$  observed with respect to the  $x$ -axis (Fig. 1), and  $n_i(t)$  is an additive white Gaussian noise signal at microphone  $m_i$  that is uncorrelated with the source signals  $s_g(t)$  and all other noise signals.

For one given source, the relative delay between signals received at adjacent microphones—hereafter referred to as microphone pair  $\{m_i, m_{i+1}\}$ , with the last pair being  $\{m_M, m_1\}$ —is given by [29]

$$\begin{aligned} \tau_{m_i, m_{i+1}}(\theta_g) &\triangleq t_i(\theta_g) - t_{i+1}(\theta_g) \\ &= l \sin\left(A + \frac{\pi}{2} - \theta_g + (i-1)\alpha\right)/c, \end{aligned} \quad (2)$$

where  $\alpha$  and  $l$  are the angle and distance between  $\{m_i, m_{i+1}\}$  respectively,  $A$  is the obtuse angle formed by the chord  $m_1 m_2$  and the  $x$ -axis, and  $c$  is the speed of sound. Since the microphone array is uniform,  $\alpha$ ,  $A$  and  $l$  are given by:

$$\alpha = \frac{2\pi}{M}, \quad A = \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}, \quad l = 2q \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (3)$$



where  $q$  is the array radius. We note here that in (2) the DOA  $\theta_g$  is observed with respect to the  $x$ -axis, while in [29] it is observed with respect to a line perpendicular to the chord defined by the microphone pair  $\{m_1 m_2\}$ . We also note that all angles in (2) and (3) are in radians.

We aim to estimate the number of the active sound sources,  $P$  and corresponding DOAs  $\theta_g$  by processing the mixtures of source signals,  $x_i$ , and taking into account the known array geometry. It should be noted that even though we assume the free-field model, our method is shown to work robustly in both simulated and real reverberant environments.

### III. PROPOSED METHOD

#### A. Definitions and assumptions

We follow the framework of [24] that we recall here for the sake of clarity. We partition the incoming data in overlapping time frames on which we compute a Fourier transform, providing a time-frequency (TF) representation of observations. We then define a ‘‘constant-time analysis zone’’,  $(t, \Omega)$ , as a series of frequency-adjacent TF points  $(t, \omega)$ . A ‘‘constant-time analysis zone’’,  $(t, \Omega)$  is thus referred to a specific time frame  $t$  and is comprised by  $\Omega$  adjacent frequency components. In the remainder of the paper, we omit  $t$  in the  $(t, \Omega)$  for simplicity.

We assume the existence, for each source, of (at least) one constant-time analysis zone—said to be ‘‘single-source’’—where one source is ‘‘isolated’’, i.e., it is dominant over the others. This assumption is much weaker than the WDO assumption [23] since sources can overlap in the TF domain except in these few single-source analysis zones. Our system performs DOA estimation and source counting assuming there is always at least one active source. This assumption is only needed for theoretical reasons and can be removed in practice, as shown in [33] for example. Additionally, any recent voice activity detection (VAD) algorithm could be used as a prior block to our system.

The core stages of the proposed method are:

- 1) The application of a joint-sparsifying transform to the observations, using the above TF transform.
- 2) The single-source constant-time analysis zones detection (Section III-B).
- 3) The DOA estimation in the single-source zones (Section III-C).
- 4) The generation and smoothing of the histogram of a block of DOA estimates (Section III-D).
- 5) The joint estimation of the number of active sources and the corresponding DOAs with matching pursuit (Section III-E).

#### B. Single-source analysis zones detection

For any pair of signals  $(x_i, x_j)$ , we define the cross-correlation of the magnitude of the TF transform over an analysis zone as:

$$R'_{i,j}(\Omega) = \sum_{\omega \in \Omega} |X_i(\omega) \cdot X_j(\omega)|. \quad (4)$$

We then derive the correlation coefficient, associated with the pair  $(x_i, x_j)$ , as:

$$r'_{i,j}(\Omega) = \frac{R'_{i,j}(\Omega)}{\sqrt{R'_{i,i}(\Omega) \cdot R'_{j,j}(\Omega)}}. \quad (5)$$

Our approach for detecting single-source analysis zones is based on the following theorem [24]:

*Theorem 1:* A necessary and sufficient condition for a source to be isolated in an analysis zone  $(\Omega)$  is

$$r'_{i,j}(\Omega) = 1, \quad \forall i, j \in \{1, \dots, M\}. \quad (6)$$

We detect all constant-time analysis zones that satisfy the following inequality as single-source analysis zones:

$$\bar{r}'(\Omega) \geq 1 - \epsilon, \quad (7)$$

where  $\bar{r}'(\Omega)$  is the average correlation coefficient between pairs of observations of adjacent microphones and  $\epsilon$  is a small user-defined threshold.

#### C. DOA estimation in a single-source zone

Since we have detected all single-source constant time analysis zones, we can apply any known single source DOA algorithm over these zones. We propose a modified version of the algorithm in [29] and we choose this algorithm because it is computationally efficient and robust in noisy and reverberant environments [22], [29].

We consider the circular array geometry (Fig. 1) introduced in Section II. The phase of the cross-power spectrum of a microphone pair is evaluated over the frequency range of a single-source zone as:

$$G_{m_i m_{i+1}}(\omega) = \angle R_{i,i+1}(\omega) = \frac{R_{i,i+1}(\omega)}{|R_{i,i+1}(\omega)|}, \quad \omega \in \Omega, \quad (8)$$

where the cross-power spectrum is

$$R_{i,i+1}(\omega) = X_i(\omega) \cdot X_{i+1}(\omega)^* \quad (9)$$

and  $*$  stands for complex conjugate.

We then calculate the Phase Rotation Factors [29],

$$G_{m_i \rightarrow m_1}^{(\omega)}(\phi) \triangleq e^{-j\omega \tau_{m_i \rightarrow m_1}(\phi)}, \quad (10)$$

where  $\tau_{m_i \rightarrow m_1}(\phi) \triangleq \tau_{m_1 m_2}(\phi) - \tau_{m_i m_{i+1}}(\phi)$  is the difference in the relative delay between the signals received at pairs  $\{m_1 m_2\}$  and  $\{m_i m_{i+1}\}$ ,  $\tau_{m_i m_{i+1}}(\phi)$  is evaluated according to (2),  $\phi \in [0, 2\pi)$  in radians, and  $\omega \in \Omega$ .

We proceed with the estimation of the Circular Integrated Cross Spectrum (CICS), defined in [29] as

$$\text{CICS}^{(\omega)}(\phi) \triangleq \sum_{i=1}^M G_{m_i \rightarrow m_1}^{(\omega)}(\phi) G_{m_i m_{i+1}}(\omega). \quad (11)$$

The DOA associated with the frequency component  $\omega$  in the single-source zone with frequency range  $\Omega$  is estimated as,

$$\hat{\theta}_\omega = \arg \max_{0 \leq \phi < 2\pi} |\text{CICS}^{(\omega)}(\phi)|. \quad (12)$$

In each single-source zone we focus only on ‘‘strong’’ frequency components in order to improve the accuracy of

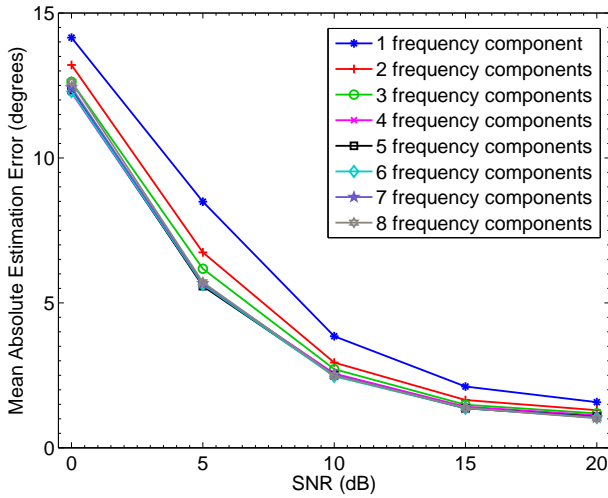


Fig. 2. DOA estimation error vs SNR in a simulated environment. Each curve corresponds to a different number of frequency components used in a single-source zone.

the DOA estimation. In our previous work [22], [31], [32], we used only the  $\omega_i^{\max}$  frequency, corresponding to the strongest component of the cross-power spectrum of the microphone pair  $\{m_i, m_{i+1}\}$  in a single-source zone, giving us a single DOA for each single-source zone. In this work we propose the use of  $d$  frequency components in each single-source zone, i.e., the use of those frequencies that correspond to the indices of the  $d$  highest peaks of the magnitude of the cross-power spectrum over all microphone pairs. This way we get  $d$  estimated DOAs from each single-source zone, improving the accuracy of the overall system.

This is illustrated in Fig. 2, where we plot the DOA estimation error versus signal to noise ratio (SNR) for various choices of  $d$ . It is clear that using more frequency bins (the terms frequency bin and frequency component are used interchangeably) leads in general to a lower estimation error. We have to keep in mind, though, that our aim is a real-time system, and increasing  $d$  increases the computational complexity.

#### D. Improved block-based decision

In the previous sections we described how we determine whether a constant time analysis zone is single-source and how we estimate the DOAs associated with the  $d$  strongest frequency components in a single-source zone. Once we have estimated all the local DOAs in the single-source zones (Sections III-B & III-C), a natural approach is to form a histogram from the set of estimations in a block of  $B$  consecutive time frames. Additionally, any erroneous estimates of low cardinality, due to noise and/or reverberation do not severely affect the final decision since they only add a noise floor to the histogram. We smooth the histogram by applying an averaging filter with a window of length  $h_N$ . If we denote each bin of the smoothed histogram as  $v$ , its cardinality,  $y(v)$ , is given by:

$$y(v) = \sum_{i=1}^N w \left( \frac{v \times 360^\circ / L - \zeta_i}{h_N} \right), \quad 1 \leq v \leq L, \quad (13)$$

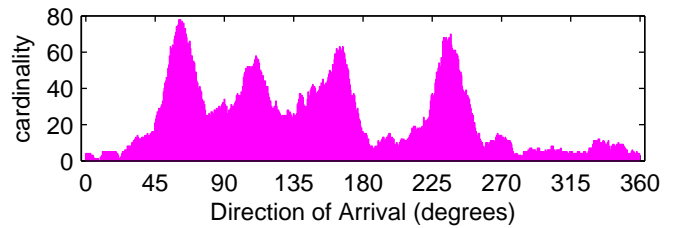


Fig. 3. Example of a smoothed histogram of four sources (speakers) in a simulated reverberant environment at 20 dB SNR.

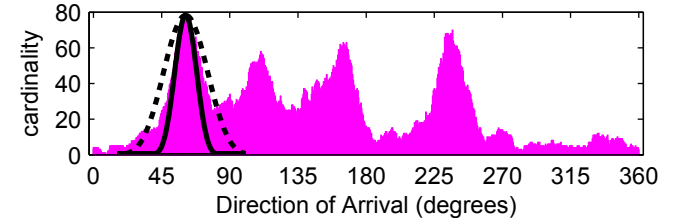


Fig. 4. A wide source atom (dashed line) and a narrow source atom (solid line) applied on the smoothed histogram of four sources (speakers).

where  $L$  is the number of bins in the histogram,  $\zeta_i$  is the  $i^{\text{th}}$  estimate (in degrees) out of  $N$  estimates in a block, and  $w(\cdot)$  is the rectangular window of length  $h_N$ . An example of a smoothed histogram of four sources at  $60^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $165^\circ$ , and  $240^\circ$  at 20 dB SNR of additive white Gaussian noise is shown in Fig. 3.

#### E. DOA Estimation and Counting of Multiple Sources with Matching Pursuit

In each time frame we form a smoothed histogram from the estimates of the current frame and the  $B - 1$  previous frames. Once we have the histogram in the  $n^{\text{th}}$  time frame (the length- $L$  vector,  $\mathbf{y}_n$ ), our goal is to count the number of active sources and to estimate their DOAs. In our previous work, [31], [32] we performed these tasks separately, but here we combine them into a single process.

Let us go back to the example histogram of four active sources at 20 dB SNR, shown in Fig. 3. The four sources are clearly visible and similarly shaped, which inspired us to approach the source counting and DOA estimation problem as one of sparse approximation using source atoms. Thus the idea—proceeding along similar lines to matching pursuit—is to find the DOA of a possible source by correlation with a source atom, estimate its contribution and remove it. The process is then repeated until the contribution of a source is insignificant, according to some criteria. This way we can jointly estimate the number of sources and their DOAs.

We chose to model each source atom as a smooth pulse, such as that of a Blackman window, although the choice of the window did not prove to be critical. The choice of the width is key, and reasoning and experiments showed that a high *accuracy* of the method requires wide source atoms at lower SNRs and narrow source atoms at higher SNRs. Furthermore, the *resolution* of the method—the ability to discriminate between two closely spaced sources—is adversely affected as the width of the source atom increases. This suggests making the width a parameter in the estimation process, however this would come at the cost of an increase in computational

complexity—something we wish to avoid—so we chose to use fixed-width source atoms.

Further investigation revealed that a two-width method provided a good compromise between these constraints, where a narrower width is used to accurately pick the location of each peak, but a wider width is used to account for its contribution to the overall histogram and provide better performance at lower SNRs. This dual-width approach is illustrated in Fig. 4. Note that the wider width source mask is centered on the same index as the narrow one.

The correlation of the source pulse with the histogram must be done in a circular manner, as the histogram “wraps” from  $359^\circ$  to  $0^\circ$ . An efficient way to do this is to form a matrix whose rows (or columns) contain wrapped and shifted versions of the source pulse, as we now describe.

Let  $\mathbf{b}$  be a length- $Q$  row vector containing a length- $Q$  Blackman window, then let  $\mathbf{u}$  be a length- $L$  row vector whose first  $Q$  values are populated with  $\mathbf{b}$  and then padded with  $L-Q$  zeros. Let  $\mathbf{u}^{(k)}$  denote a version of  $\mathbf{u}$  that has been “circularly” shifted to the right by  $k$  elements, the circular shift means that the elements at either end wrap around, and a negative value of  $k$  implies a circular shift to the left.

Choose  $Q = 2Q_0 + 1$  where  $Q_0$  is a positive integer. The maximum value of  $\mathbf{b}$  (or equivalently  $\mathbf{u}$ ) will occur at  $(Q_0 + 1)$ -th position. Define  $\mathbf{c} = \mathbf{u}^{(-Q_0)}$ . The maximum value of the length- $L$  row vector  $\mathbf{c}$  occurs at its first element. Let the elements of  $\mathbf{c}$  be denoted  $c_i$ , and its energy be given by  $E_c = \sum c_i^2$ . Now form the matrix  $\mathbf{C}$ , which consists of circularly shifted versions of  $\mathbf{c}$ . Specifically, the  $k$ -th row of  $\mathbf{C}$  is given by  $\mathbf{c}^{(k-1)}$ .

As previously discussed, we need two widths of source atoms, so let  $\mathbf{C}_N$  and  $\mathbf{C}_W$  be matrices for the peak detection (denoted by “N” for narrow) and the masking operation (denoted by “W” for wide), respectively, with corresponding source atom widths  $Q_N$  and  $Q_W$ .

In order to estimate the number of active sources,  $P_n$ , we create  $\gamma$ , a length- $P_{\text{MAX}}$  vector whose elements  $\gamma_j$  are some predetermined thresholds, representing the relative energy of the  $j$ -th source. Our joint source counting and DOA estimation algorithm then proceeds as follows:

- 1) Set the loop index  $j = 1$
- 2) Form the product  $\mathbf{a} = \mathbf{C}_N \mathbf{y}_{n,j}$
- 3) Let the elements of  $\mathbf{a}$  be given by  $a_i$ ,  
find  $i^* = \arg \max_i a_i$  such that  $i^*$  is further than  $u_w \times L / 360^\circ$  from all formerly located maximum indices, where  $u_w$  denotes a minimum offset between neighbouring sources
- 4) The DOA of this source is given by  $(i^* - 1) \times 360^\circ / L$
- 5) Calculate the contribution of this source as

$$\delta_j = (\mathbf{c}_W^{(i^*-1)})^T \frac{a_{i^*}}{E_{c_N}}$$

- 6) If  $\delta_j < \gamma_j$  go to step 10
- 7) Remove the contribution of this source as

$$\mathbf{y}_{n,j+1} = \mathbf{y}_{n,j} - \delta_j$$

- 8) Increment  $j$
- 9) If  $j \leq P_{\text{MAX}}$  go to step 2

- 10)  $\hat{P}_n = j - 1$  and the corresponding DOAs are those estimated in step 4

It should be noted that this method was developed with the goal of being computationally-efficient so that the source counting and DOA estimation could be done in real-time. By real-time we refer to the response of our system within the strict time constraint defined by the duration of a time frame. It should be clear that  $\mathbf{C}_N$  and  $\mathbf{C}_W$  are circulant matrices and will contain  $L - Q_N$  and  $L - Q_W$  zeros on each row, respectively, and both of these properties may be exploited to provide a reduced computational load.

#### F. Additional proposed source counting methods

In Section III-E we presented a matching pursuit-based method for source counting and described how this method can be combined in a single step with the DOA estimation of the sources. In this section we propose two alternative source counting methods, namely a Peak Search approach and a Linear Predictive Coding (LPC) approach.

1) *Peak Search*: In order to estimate the number of sources we perform a peak search of the smoothed histogram in the  $n^{\text{th}}$  frame (see Section III-D) in the following manner:

- a) We assume that there is always at least one active source in a block of estimates. So we set  $i_s = 1$ , where  $i_s$  corresponds to a counter of the peaks assigned to sources so far. We also set  $u_{i_s} = u_1 = \arg \max y(v)$ , i.e., the histogram bin which corresponds to the highest peak of the smoothed histogram. Finally, we set the threshold  $z_{i_s+1} = \max\{y(u_{i_s})/2, z_{\text{static}}\}$ , where  $z_{\text{static}}$  is a user-defined static threshold.
- b) We locate the next highest peak in the smoothed histogram,  $y(u_{i_s+1})$ . If the following three conditions are simultaneously satisfied:

$$y(u_{i_s+1}) \geq z_{i_s+1} \quad (14)$$

$$u_{i_s+1} \notin \left[ u_{j_s} - \frac{u_w L}{360^\circ}, u_{j_s} + \frac{u_w L}{360^\circ} \right], \quad \forall u_{j_s} \quad (15)$$

$$j_s < (i_s + 1) \quad (16)$$

then  $i_s = i_s + 1$  and  $z_{i_s+1} = \max\{y(u_{i_s})/2, z_{\text{static}}\}$ .  $u_w$  is the minimum offset between neighbouring sources. (14) guaranties that the next located histogram peak is higher than the updated threshold  $z_{i_s+1}$ . (15) and (16) guarantee that the next located peak is not in the close neighbourhood of an already located peak with  $j_s = 1, \dots, i_s$  and  $u_{j_s}$  all the previously identified source peaks.

- c) We stop when a peak in the histogram fails to satisfy the threshold  $z_{i_s+1}$  or if the upper threshold  $P_{\text{MAX}}$  is reached.

The estimated number of sources is  $\hat{P}_n = i_s$ .

We note that peak-search approaches on histograms of estimates have been proposed in literature [27]. Here, we present another perspective on these approaches by processing a smoothed histogram and by using a non-static peak threshold. In Fig. 5 we can see how the Peak Search method is applied

to a smoothed histogram where four sources are active. The black areas indicate the bins around a tracked peak of the histogram that are excluded as candidate source indicators as explained in step b).

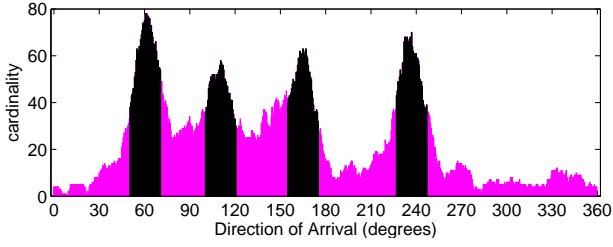


Fig. 5. Peak Search for source counting. The black areas indicate the bins around a tracked peak of the histogram that are excluded as candidate source indicators.

2) *Linear Predictive Coding*: Linear Predictive Coding (LPC) coefficients are widely used to provide an all-pole smoothed spectral envelope of speech and audio signals [34]. This inspired us to apply LPC to the smoothed histogram of estimates to emphasize the peaks and suppress any noisy areas. Thus, the estimated LPC envelope coincides with the envelope of the histogram. We get our estimate of  $\hat{P}_n$  sources by counting the local maxima in the LPC envelope with the constraint that  $\hat{P}_n \leq P_{MAX}$ . In our estimation, we exclude peaks that are closer than  $u_w$ , as a minimum offset between neighbouring sources.

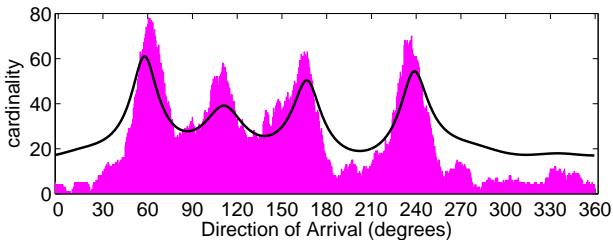


Fig. 6. LPC for source counting. The black curve corresponds to the LPC estimated envelope of the histogram.

A key parameter of this approach is the order of LPC. We want to avoid a very high order that will over-fit our histogram of estimates, in turn leading to an over-estimation of the true number of sources. On the other hand, the use of a very low order risks the detection of less dominant sources (i.e., sources with less estimates in the histogram, thus lower peaks). In order to decide on an optimum LPC order, we tested a wide range of values and chose the one that gave the best results in all our considered simulation scenarios (details can be found in Section V). In Fig. 6 we plot an example LPC envelope with order 16, along with the smoothed histogram.

#### IV. STATE OF THE ART METHODS FOR DOA ESTIMATION

In order to compare our proposed method with other algorithms, we implemented three well-studied methods, a WDO-approach [23], a wideband implementation of MUSIC [2] and the Independent Component Analysis-Generalised State Coherence Transform (ICA-GSCT) algorithm [18]. The WDO-based and the ICA-GSCT approaches were chosen since they originate from the BSS research field as does our proposed

method, therefore they are similar in philosophy. The MUSIC algorithm is an extensively studied and tested algorithm for DOA estimation of multiple sources, thus it is also a well suited algorithm for comparative tests. We now provide a brief description of these methods.

##### A. WDO-based approach

Considering the source signals as W-disjoint orthogonal, the time-frequency representations of the signals are assumed to not overlap. So, if  $S_i(t, \omega)$  and  $S_j(t, \omega)$  are the TF supports of the signals  $s_i(t)$  and  $s_j(t)$ , according to the W-disjoint orthogonality assumption [23]:

$$S_i(t, \omega)S_j(t, \omega) = 0, \quad \forall t, \omega \quad (17)$$

In that sense at each TF point,  $(t, \omega)$ , at most one source is active and we can apply the method described in Section III-C for all  $(t, \omega)$ . We then form a smoothed histogram of the estimates of  $B$  consecutive frames (see Section III-D) and we apply matching pursuit (see Section III-E) to it the same way we did for the proposed method.

##### B. Broadband MUSIC

The MUSIC algorithm was originally proposed as a localization algorithm for narrowband signals. It is based on the covariance matrix of the observations,  $C_X$ . The sorted eigenvalues of  $C_X$  define the signal subspace,  $U_S$  and the noise subspace,  $U_N$  and the DOAs of the sources are derived from the maxima of the narrowband pseudospectrum:

$$h_{\text{narrow}}(\phi) = \frac{1}{V^H(\phi)U_N U_N^H V(\phi)}, \quad 0 \leq \phi < 2\pi, \quad (18)$$

where  $V(\phi) = [e^{-j\omega\tau_1(\phi)}, e^{-j\omega\tau_2(\phi)}, \dots, e^{-j\omega\tau_M(\phi)}]$  is the steering vector, angle  $\phi$  is in radians,  $\omega$  is the frequency of the narrowband signals and  $\tau_i(\phi)$  is the time difference of arrival of a source emitting from DOA  $\phi$  between the  $i^{\text{th}}$  microphone and a reference point. Among the various wideband extensions that have appeared in the literature, the most popular one is comprised of estimating the narrow pseudospectrum at each frequency component of the wideband signals and deriving its wideband counterpart as the average over all frequencies [2]:

$$h_{\text{wide}}(\phi) = \frac{1}{N_b} \sum_{b=1}^{N_b} h_{\text{narrow}}(\phi), \quad (19)$$

where  $N_b$  is the number of frequency bins. Then, the DOA estimation is performed by looking for  $P < M$  maxima in the final average pseudospectrum.

##### C. ICA-GSCT

The ICA-GSCT method can be divided into two main parts, the estimation of the mixing matrices at each frequency component and the extraction of the DOAs from the estimated mixing matrices. For the first step in our implementation we have used the Joint Approximate Diagonalization of Eigenmatrices (JADE) method [35] which exploits the fourth-order cumulants relying on the statistical independence of the sources. The

code is provided by the authors and can be found in [36], where as input we provide the STFT of the observations of  $B$  consecutive time frames. Given the mixing matrices, we then estimate the GSCT [18] which is a multivariate likelihood measure between the acoustic propagation model and the observed propagation vectors, obtained by row-wise ratios between the elements of each mixing matrix. The GSCT is given by:

$$\text{GSCT}(\mathbf{T}) = \sum \mathbf{g}(E(\mathbf{T})), \quad (20)$$

where  $\mathbf{T}$  is the model vector of time differences of arrival between adjacent microphones,  $E(\mathbf{T})$  is the error measure between the model and the observation vectors and  $\mathbf{g}(E(\mathbf{T}))$  is a non-linear monotonic function which decreases as the error measure increases. The summation in (20) takes place over all frequency components and ratios in all the columns of the mixing matrices. For non-linear function  $\mathbf{g}(E(\mathbf{T}))$ , we use the kernel-based one recommended by the authors of [18]

$$\mathbf{g}(E(\mathbf{T})) = \frac{1}{\omega} e^{-E^2(\mathbf{T}) / (2(\omega \frac{2q \sin(\alpha/2)}{cd_K})^2)}, \quad (21)$$

where  $d_K$  is a resolution factor.

By associating each time delay vector,  $\mathbf{T}$  of the propagation model to its corresponding DOA, we estimate the DOAs of  $P$  sources by looking for  $P$  local maxima of the GSCT function.

#### D. Computational Complexity

In order to study the computational complexity of our proposed method for DOA estimation and the above methods, we estimated the total number of operations that each method performs to derive a curve whose local maxima act as DOA indicators. More specifically, we estimated the total number of the following operations: for our proposed method and WDO, to obtain the smoothed version of the histogram of the estimates; for MUSIC, to estimate the average pseudospectrum; and for ICA-GST, to estimate the GSCT-kernel density function at each time instant. By the term ‘‘operation’’, we refer to any multiplication, addition or comparison, as many dedicated processors—such as DSPs—only take one cycle for each of these operations.

We present the results for a scenario with six sources in Table I. Note that for the implementation of the methods we used the same parameter values as the proposed method in order to compare them fairly. The only change was the range of frequencies of interest used for the ICA-GSCT, where instead of using frequencies up to 4000 Hz, we were constrained in the range 300 – 4000 Hz as recommended in [18], since ICA does not behave well in terms of convergence for frequencies lower than 200 Hz. Furthermore, the resolution factor for the kernel density estimation was set to  $d_K = 4$ , which gave the best results for the specific simulation set-up (for more details about the parameters and their values see Section V, Table II).

Our proposed method clearly has the lowest computational complexity. MUSIC requires almost one and a half times as many operations, while WDO needs almost three times as many operations. The complexity of ICA-GSCT is much higher than all the other methods. These results were expected, since WDO follows the same procedure as the proposed

TABLE I  
COMPUTATIONAL COMPLEXITY

| Method          | number of operations |
|-----------------|----------------------|
| proposed method | 2,638,424            |
| WDO             | 10,235,565           |
| MUSIC           | 3,903,280            |
| ICA-GSCT        | 35,254,348           |

method, but for all the frequency components whereas we work with  $d$  components in single-source zones only. On the other hand, MUSIC performs eigenvalue decomposition for each frequency component and averages the information from all frequency components, contributing significantly to its high complexity. However, we note that there are wideband MUSIC approaches with significantly lower complexity than the one used in this study (e.g., Section IV in [2]). These are mainly based on spherical harmonics beampattern synthesis which is still an open research problem for circular array topologies [37]–[39]. For frequency domain ICA-based methods, the estimation of the demixing matrix at each frequency bin is a cost-demanding operation. Furthermore the estimation of the GSCT function requires averaging over all frequency bins, all sources and all time frames in a block of estimates.

Note that the matching pursuit method applied to the smoothed histogram, as well as the search for maxima in the MUSIC average pseudospectrum and in the ICA-GSCT function, require an insignificant number of operations compared to the overall complexity of the methods.

TABLE II  
EXPERIMENTAL PARAMETERS

| parameter                         | notation   | value                         |
|-----------------------------------|------------|-------------------------------|
| number of microphones             | $M$        | 8                             |
| sampling frequency                | $f_s$      | 44100 Hz                      |
| array radius                      | $q$        | 0.05 m                        |
| speaker distance                  | $q_s$      | 1.5 m                         |
| frame size                        |            | 2048 samples                  |
| overlapping in time               |            | 50%                           |
| FFT size                          |            | 2048 samples                  |
| TF zones width                    | $\Omega$   | 344 Hz                        |
| overlapping in frequency          |            | 50%                           |
| highest frequency of interest     | $f_{\max}$ | 4000 Hz                       |
| single-source zones threshold     | $\epsilon$ | 0.2                           |
| frequency bins/single-source zone | $d$        | 2                             |
| number of bins in the histogram   | $L$        | 720                           |
| histogram bin size                |            | $0.5^\circ$                   |
| averaging filter window length    | $h_N$      | $5^\circ$                     |
| history length (block size)       | $B$        | 43 frames (1 second)          |
| narrow source atom width          | $Q_N$      | 81                            |
| wide source atom width            | $Q_W$      | 161                           |
| noise type                        |            | additive white Gaussian noise |

## V. RESULTS AND DISCUSSION

We investigated the performance of our proposed method in simulated and real environments. In both cases we used a uniform circular array placed in the centre of each environment. All the parameters and their corresponding values can be found in Table II, unless otherwise stated.

Since the radius of the circular array is  $q = 0.05$  m, the highest frequency of interest is set to  $f_{\max} = 4000$  Hz in order to avoid spatial aliasing [21], [40]. Note that the final

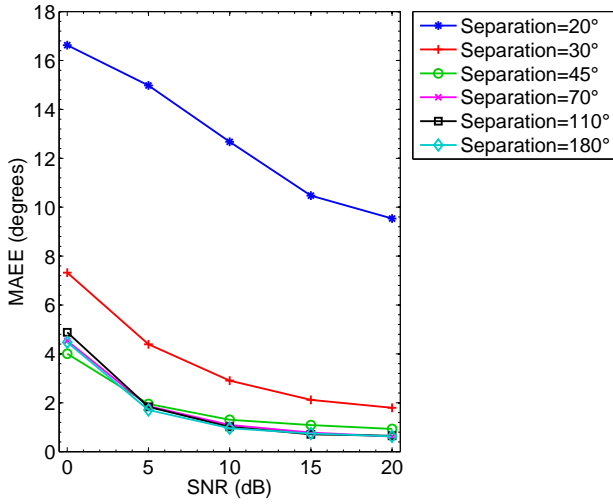


Fig. 7. DOA estimation error vs SNR for pairs of simultaneously active speakers in a simulated reverberant environment.

values chosen for the source atom widths (i.e.,  $Q_N = 81$  and  $Q_W = 161$ ) correspond to  $40^\circ$  and  $80^\circ$  respectively. However, due to the shape of the Blackman window, the effective widths are closer to  $20^\circ$  and  $40^\circ$ .

#### A. Simulated Environment

We conducted various simulations in a reverberant room using speech recordings. We used the fast image-source method (ISM) [41], [42] to simulate a room of  $6 \times 4 \times 3$  meters, characterised by reverberation time  $T_{60} = 250$  ms. The uniform circular array was placed in the centre of the room, coinciding with the origin of the  $x$  and  $y$ -axis. The speed of sound was  $c = 343$  m/s. In each simulation the sound sources had equal power and the signal-to-noise ratio at each microphone was estimated as the ratio of the power of each source signal to the power of the noise signal.

It must be noted that we simulated each orientation of sources in  $10^\circ$  steps around the array in order to more accurately measure the performance all around the array.

The performance of our system was measured by the mean absolute estimated error (MAEE) which measures the difference between the true DOA and the estimated DOA over all speakers, all orientations and all the frames of the source signals, unless otherwise stated.

$$\text{MAEE} = \frac{1}{N_O N_F} \sum_{o,n} \frac{1}{P_n} \sum_g |\theta_{(o,n,g)} - \hat{\theta}_{(o,n,g)}|, \quad (22)$$

where  $\theta_{(o,n,g)}$  is the true DOA of the  $g^{\text{th}}$  speaker in the  $o^{\text{th}}$  orientation around the array in the  $n^{\text{th}}$  frame and  $\hat{\theta}_{(o,n,g)}$  is the estimated DOA.  $N_O$  is the total number of different orientations of the speakers around the array, i.e., the speakers move in steps of  $10^\circ$  in each simulation, which leads to  $N_O = 36$  different runs.  $N_F$  is the total number of frames after subtracting  $B - 1$  frames of the initialization period. We remind the reader that  $P_n$  is the number of active speakers in the  $n^{\text{th}}$  frame.

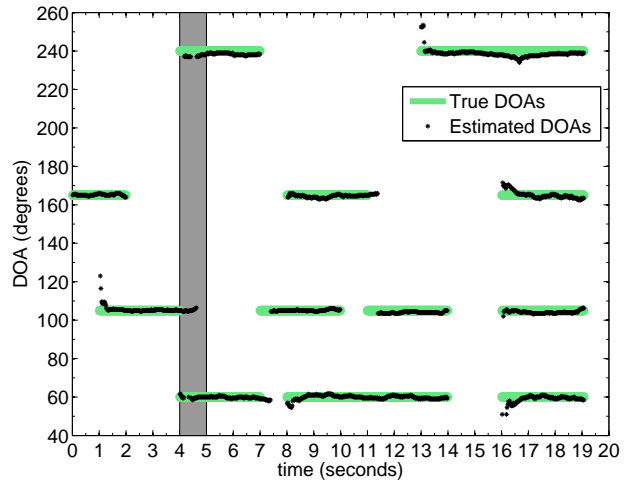


Fig. 8. Estimation of DOA of four intermittent speakers at  $60^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $165^\circ$ , and  $240^\circ$  in a simulated reverberant environment with 20 dB SNR and a one-second block size. The gray-shaded area denotes an example “transition period”.

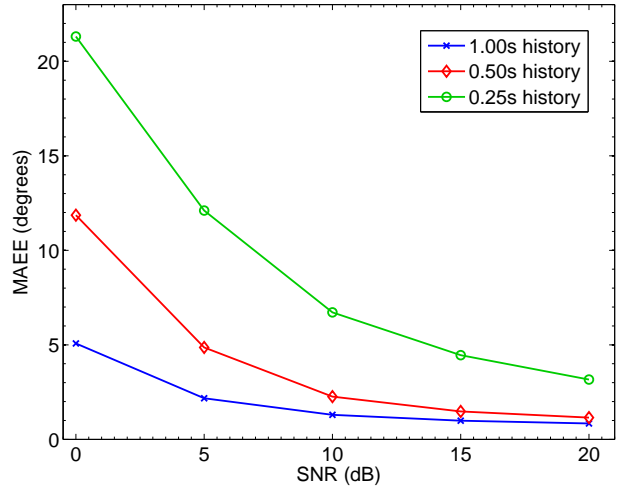


Fig. 9. DOA estimation error vs SNR for four intermittent speakers in a simulated reverberant environment.

1) *DOA estimation*: We present and discuss our results for DOA estimation assuming known number of active sources. In our first set of simulations we investigated the spatial resolution of our proposed method, i.e., how close two sources can be in terms of angular distance while accurately estimating their DOA. Fig. 7 shows the MAEE against SNR of additive white Gaussian noise, for pairs of static, continuously active speakers for angular separations from  $180^\circ$  down to  $20^\circ$ . The duration of the speech signals was approximately three seconds. Our method performs well for most separations, but the effective resolution with the chosen parameters is apparently around  $30^\circ$ .

In Fig. 8 we plot an example DOA estimation of four intermittent speakers across time with the speakers at  $60^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $165^\circ$ , and  $240^\circ$ . Note that the estimation of each source is prolonged for some period of time after he/she stops talking or respectively is delayed when he/she starts talking. This is due to the fact that the DOA estimation at each time instant is based on a block of estimates of length  $B$  seconds ( $B = 1$  second in this example). We refer to these periods as “transition periods”, which we define as the time interval starting when a new or existing speaker starts or stops talking



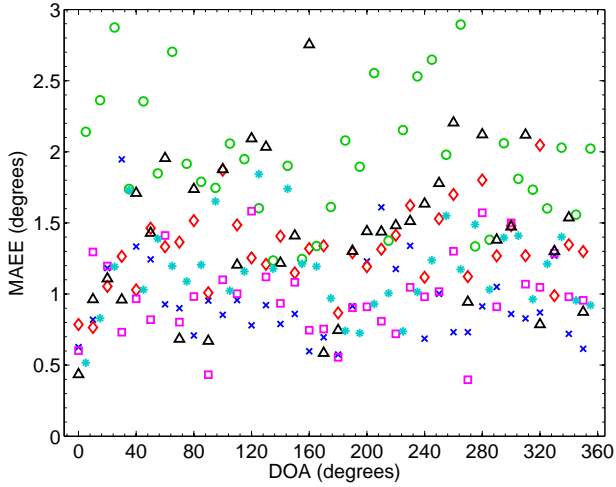


Fig. 10. DOA estimation error of six static sources versus the true DOA. Different markers correspond to different speakers.

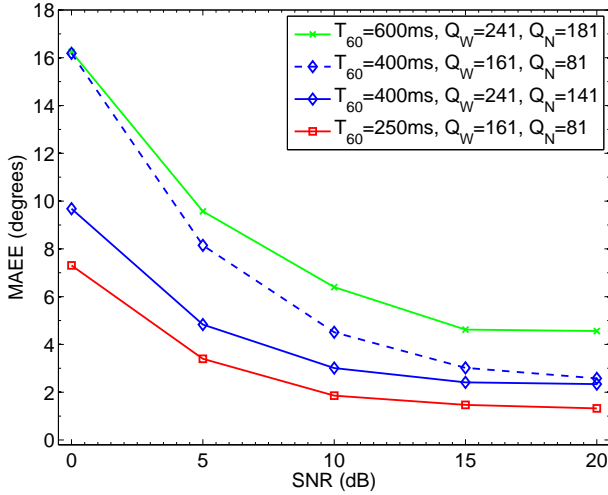


Fig. 11. DOA estimation error vs SNR for three static, continuously active speakers in a simulated environment for  $T_{60} = \{250, 400, 600\}$  ms.

and ending  $B$  seconds later. An example of a transition period is also shown in Fig. 8 as the grey-shaded area.

We demonstrate how the size of a block of estimates affects the DOA estimation in Fig. 9. We plot the MAEE versus SNR for the four intermittent speakers scenario for block sizes—also referred to as history lengths—equal to 0.25s, 0.5s and 1s. The speakers were originally located at  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $105^\circ$  and  $180^\circ$  and even though they were intermittent, there was a significant part of the signals where all four speakers were active simultaneously. There is an obvious performance improvement as the history length increases, as the algorithm has more data to work with in the histogram. However increasing the history also increases the latency of the system, in turn decreasing responsiveness.

Aiming to highlight the consistent behaviour of our proposed method no matter where the sources are located around the array, in Fig. 10 we plot the absolute error as an average over time, separately for each of six static, simultaneously active speakers and each of 36 different orientations around the array. For the first simulation the sources were located at  $0^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $250^\circ$ , and  $315^\circ$  in a simulated reverberant environment with 20 dB SNR and a one-second history. They were shifted by  $10^\circ$  for each next simulation preserving their

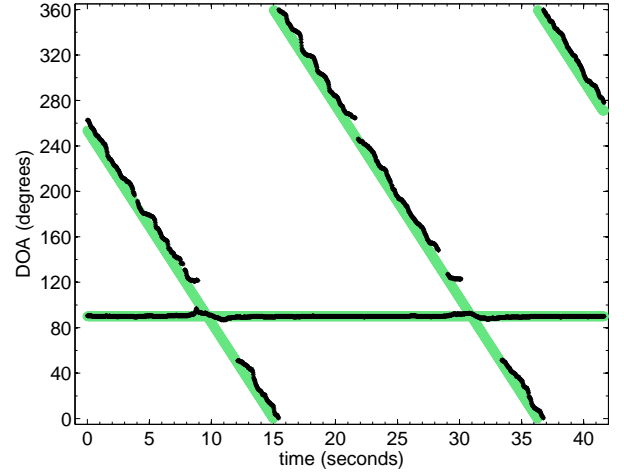


Fig. 12. Estimated DOA of one static and one moving speaker around the circular array in a simulated reverberant environment at 20 dB SNR.

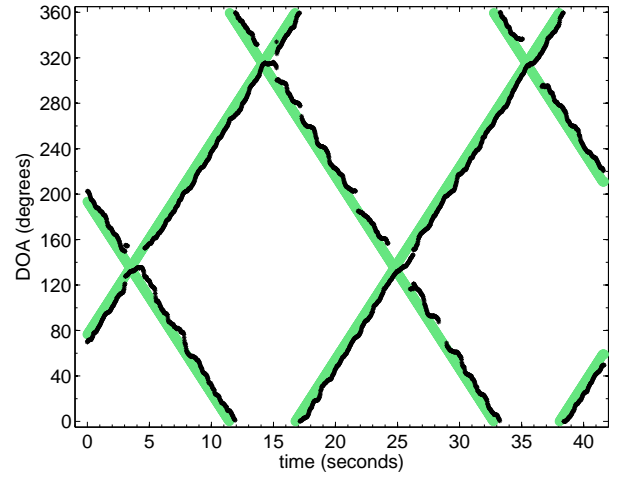


Fig. 13. Estimated DOA of two moving speakers around the circular array in a simulated reverberant environment at 20 dB SNR.

angular separations. The duration of the speech signals was approximately 10 seconds and, as already stated, the MAEE was evaluated as the average absolute error in the estimation over time. The MAEE is always below  $3^\circ$  for any positioning of the sources around the array for all the sources.

We investigate the robustness to reverberation in Fig. 11, which shows the MAEE versus SNR for three static, continuously active speakers originally located at  $0^\circ$ ,  $160^\circ$ , and  $240^\circ$  for reverberation time  $T_{60} = \{250, 400, 600\}$  ms. For low reverberation conditions— $T_{60} = 250$  ms—the proposed method performs very well for all SNR conditions as was expected and shown in the preceding results. For medium reverberation with  $T_{60} = 400$  ms and source atom widths  $Q_W = 161(80^\circ)$  and  $Q_N = 81(40^\circ)$  the MAEE is low for high SNR but increases rapidly for lower signal-to-noise ratios. However, by using wider pulses—i.e.,  $Q_W = 241(120^\circ)$  and  $Q_N = 141(70^\circ)$ —we can mitigate erroneous estimates due to reverberation and keep the error lower than  $10^\circ$  for all SNR values. For  $T_{60} = 600$  ms—which could characterize a highly reverberant environment—the DOA estimation is effective for SNR values above 5 dB, exhibiting an MAEE lower than  $7^\circ$ , when using  $Q_W = 241(120^\circ)$  and  $Q_N = 181(90^\circ)$ . Note that increasing the source atom widths improves the DOA

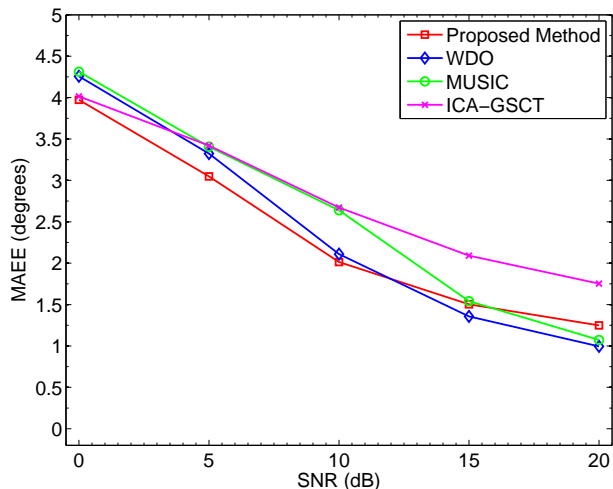


Fig. 14. DOA estimation error vs SNR for six static speakers in a simulated reverberant environment.

estimation accuracy, but also decreases the resolution of the method.

In order to investigate the tracking potential of our proposed method, we ran simulations that included moving sources. In Fig. 12 one speaker is static at  $90^\circ$  and the other is moving clockwise. Both speakers were males. In Fig. 13 two male speakers are moving in a circular fashion around the array. One of them is moving anticlockwise while the other is moving clockwise. We observe a consistent DOA estimation in both scenarios, even though we do not use any source labelling techniques. This preliminary simulation results, along with their real-environment experiments counterparts, indicate that the proposed method could be extended to a multiple source tracking method. The slight shift of the estimations to the right of the true DOA is due to the one-second history length. Anomalies in the DOA estimation are mainly present around the crossing points, which was expected, since the effective resolution of the proposed method is around  $30^\circ$  (see also Fig. 7).

2) *Comparison with alternative methods:* We also compared the performance of the proposed method against WDO, MUSIC, and ICA-GSCT (see Section IV). The performance of the methods was evaluated by using the MAEE over those estimates where the absolute error was found to be lower than  $10^\circ$ —where an estimate is considered to be successful. Along with the MAEE, we provide “success scores”, i.e., percentages of estimates where the absolute error was lower than  $10^\circ$  (Table III to be discussed later). Since the error was very high for plenty of estimates especially at lower SNR values for some of the methods, the MAEE over all estimates was considerably affected, not allowing us to have a clear image of the performance. Furthermore, in a real system, a stable consistent behaviour—which is reflected in the “success scores”—is equally important as accuracy and computational complexity. We note that a similar method of performance evaluation was adopted in [21]. In Fig. 14 we plot the MAEE versus the SNR for six static, continuously active speakers, originally located at  $0^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $250^\circ$ , and  $315^\circ$  in a simulated reverberant environment with a one-second block size. The simulation was performed for each orientation of

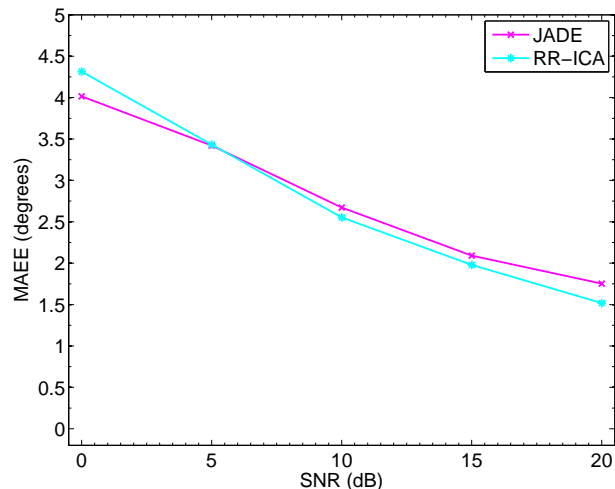


Fig. 15. DOA estimation error vs SNR for six static speakers in a simulated reverberant environment.

sources in  $10^\circ$  steps around the array. All four methods exhibit very good results, with an increasing performance from lower to higher SNR values. Even though the differences are small between the methods, we note that the proposed one exhibits the lowest MAEE for SNR values below 15 dB (and the highest success scores, shown in Table III to be discussed later).

Since the accuracy of the estimation of the demixing matrices (and consequently of the corresponding mixing matrices) for ICA-GSCT at each frequency bin depends on the sufficiency of the observed data—i.e., the block size—we ran the preceding simulation scenario using mixing matrices obtained with the Recursively Regularized ICA (RR-ICA) algorithm [43]. The RR-ICA algorithm exploits the consistency of demixing matrices across frequencies and the continuity of the time activity of the sources and recursively regularizes ICA. In this way, it provides improved estimates of the demixing matrices even when a short amount of data is used. We note that the code for RR-ICA is provided by the authors of [43] and can be found in [44]. The maximum number of ICA iterations was set to 20 and the natural gradient step-size to 0.1. The maximum order of the least mean square (LMS) filter was set to 10 and the corresponding step size to 0.01. These values gave the best results among various parametrizations and are in the range of values recommended in [43]. In Fig. 15 we compare the performance of ICA-GSCT using these two different methods for the estimation of the mixing matrices, i.e., the JADE algorithm and RR-ICA method. We observe that both methods exhibit good and similar results for all SNR values. We note that RR-ICA performs slightly better for SNR higher than 5 dB as was expected but did not provide a significant improvement compared to JADE for our particular simulation scenario.

In Table III we provide success scores (percentages of frames with absolute error  $< 10^\circ$ ) for the proposed and all aforementioned methods. We observe that for an SNR of 20 dB, all methods successfully estimate the DOAs for more than 90% out of a total amount of approximately 83,000 estimates. Specifically, the proposed method along with WDO and MUSIC almost achieve score of 100%, with the proposed one



TABLE III  
DOA ESTIMATION SUCCESS SCORES

| Method        | SNR(dB) |        |        |        |        |
|---------------|---------|--------|--------|--------|--------|
|               | 0       | 5      | 10     | 15     | 20     |
| proposed      | 61.62%  | 84.07% | 95.45% | 99.16% | 99.69% |
| WDO           | 54.96%  | 80.38% | 95.40% | 99.57% | 99.94% |
| MUSIC         | 47.89%  | 64.82% | 77.34% | 92.58% | 99.89% |
| JADE ICA-GSCT | 55.44%  | 68.66% | 80.38% | 89.17% | 93.90% |
| RR-ICA-GSCT   | 40.66%  | 57.69% | 73.70% | 88.04% | 96.48% |

being much more efficient in terms of complexity. When the SNR gets lower, the performance of the methods deteriorates, which can also be observed in Fig. 14 and 15. However, our proposed method's score is higher than the other methods for SNR values below 15 dB.

3) *Source Counting results*: In order to evaluate our matching pursuit-based (MP) source counting method (see Section III-E), we provide source counting results for simulation scenarios ranging from one to six static, simultaneously active sound sources in a reverberant environment with an SNR of 20 dB. In these six simulation scenarios, the smallest angular distance between sound sources was  $45^\circ$  and the highest was  $180^\circ$  while the sources were active for approximately 10 seconds, leading to roughly 14,000 source number estimations for each scenario. The thresholds vector was set to  $\gamma = [0.15, 0.14, 0.12, 0.1, 0.065, 0.065, 0.065]$  and the minimum offset between neighbouring located sources was set to  $u_w = 10^\circ$ . We present these results in terms of a confusion matrix in Table IV where the rows correspond to true numbers of sources and the columns correspond to the estimated ones. The method correctly estimates the number of sources more than 87% of the time for all the cases. Overall the method presents very good performance with a mean percentage of success equal to 93.52%.

TABLE IV  
CONFUSION MATRIX FOR THE MP PROPOSED SOURCE COUNTING METHOD

|   | $\hat{P}$ |       |        |        |        |        |       |
|---|-----------|-------|--------|--------|--------|--------|-------|
|   | 1         | 2     | 3      | 4      | 5      | 6      | 7     |
| 1 | 100%      | 0%    | 0%     | 0%     | 0%     | 0%     | 0%    |
| 2 | 0%        | 100%  | 0%     | 0%     | 0%     | 0%     | 0%    |
| 3 | 0%        | 3.76% | 96.16% | 0.08%  | 0%     | 0%     | 0%    |
| 4 | 0%        | 0.42% | 8.50%  | 88.84% | 2.20%  | 0.04%  | 0%    |
| 5 | 0.01%     | 2.23% | 2.99%  | 0.55%  | 88.28% | 5.76%  | 0.18% |
| 6 | 0.87%     | 2.91% | 1.42%  | 0.17%  | 5.91%  | 87.84% | 0.88% |

We compared our MP proposed source counting method with our additional proposed source counting methods (see Sections III-E and III-F) and the minimum description length (MDL) information criterion [45] under the four intermittent speakers scenario, an example of which can be seen in Fig. 8. For the Peak Search method (PS),  $z_{\text{static}} = 0.05 \sum_v y(v)$  and the LPC order used was 16. The thresholds for the MP were  $\gamma = [0.15, 0.14, 0.12, 0.1]$ . The minimum offset between neighbouring located sources was set to  $u_w = 10^\circ$  and was common for all these histogram-based methods. The MDL was estimated in the frequency domain from the STFT of the observations in blocks of B frames. In Table V we give

TABLE V  
SOURCE COUNTING SUCCESS RATES EXCLUDING TRANSITION PERIODS

| Method | History Length | SNR (dB) |       |       |        |        |
|--------|----------------|----------|-------|-------|--------|--------|
|        |                | 0        | 5     | 10    | 15     | 20     |
| MDL    | 0.25s          | 0%       | 0%    | 2.3%  | 15.7%  | 21.6%  |
| PS     | 0.25s          | 34.7%    | 44.8% | 60.2% | 71.5%  | 79.1%  |
| LPC    | 0.25s          | 25.7%    | 40.5% | 57.0% | 63.0%  | 64.6%  |
| MP     | 0.25s          | 42.9%    | 61.5% | 77.8% | 84.7%  | 86.7%  |
| MDL    | 0.5s           | 0%       | 0%    | 6.8%  | 38.8%  | 74.8%  |
| PS     | 0.5s           | 44.5%    | 60.1% | 77.5% | 84.9%  | 88.2%  |
| LPC    | 0.5s           | 35.5%    | 59.5% | 73.8% | 75.6%  | 74.2%  |
| MP     | 0.5s           | 64.3%    | 84.8% | 95.7% | 96.7%  | 96.7%  |
| MDL    | 1s             | 0%       | 0%    | 21.2% | 70.8%  | 87.7%  |
| PS     | 1s             | 47.3%    | 68.7% | 83.6% | 90.5%  | 92.7%  |
| LPC    | 1s             | 45.4%    | 81.9% | 85.4% | 82.5%  | 80.1%  |
| MP     | 1s             | 82.1%    | 99.2% | 100%  | 100.0% | 100.0% |

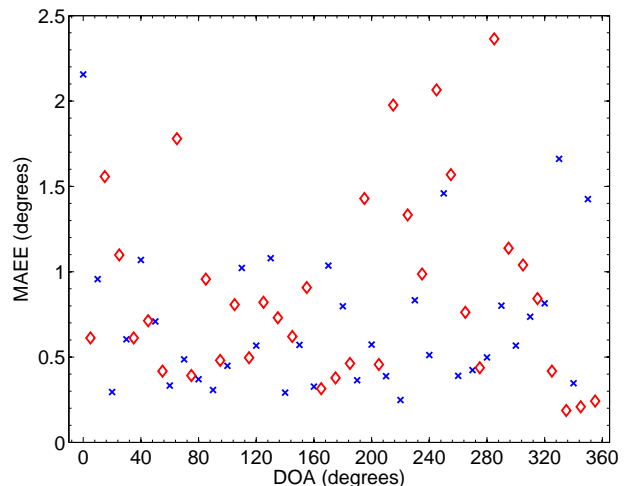


Fig. 16. DOA estimation error for two speakers separated by  $45^\circ$  versus the true DOA in a real environment. Each different marker corresponds to a different speaker

success rates of the source counting (percentage of frames correctly counting the number of sources) for the four methods under consideration with various history lengths and differing values of SNR. The success rates were again calculated over all orientations of the sources in  $10^\circ$  steps around the array (preserving the angular separations) while the transition periods were not taken into account.

We can observe similar behaviour as in Fig. 9. Longer history length leads to increased success rates for all four methods, affecting however, the responsiveness of the system. The MDL method is severely affected by noise and the amount of available data. While it achieves a high percentage of success for one-second history length and 20 dB SNR, this percentage falls dramatically as the history length is reduced and most obviously as the SNR becomes lower. For SNRs equal to 0 and 5 dB the criterion fails completely since it always responds as if there are no active sources. The matching pursuit method is clearly the best performing source counting method. Moreover, matching pursuit can be used in a single step both for the DOA estimation and the source counting (as explained in Section III-E), resulting in computational efficiency.

### B. Real Environment

We conducted experiments in a typical office room with approximately the same dimensions and placement of the

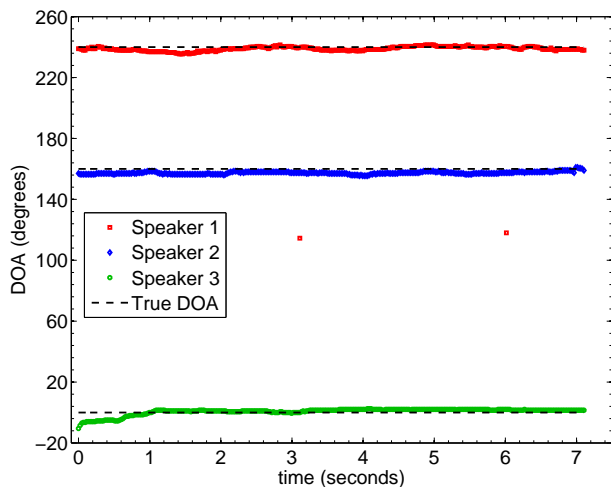


Fig. 17. Estimated DOA of 3 static speakers in a real environment.

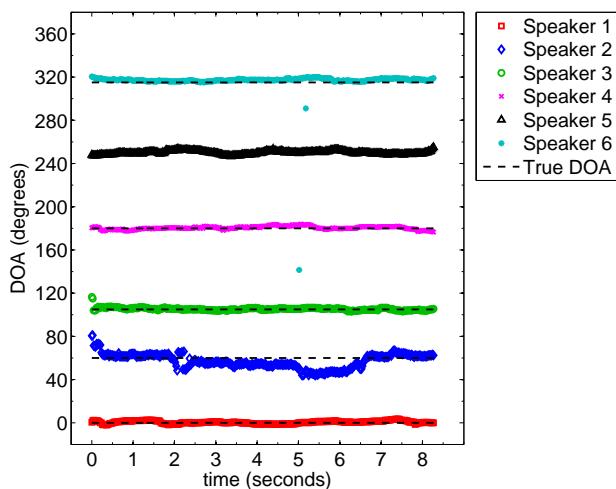


Fig. 18. Estimated DOA of six static speakers in a real environment.

microphone array as in the simulations and with reverberation time approximately equal to 400 ms. The algorithm was implemented in software executed on a standard PC (Intel 2.40 GHz Core 2 CPU, 2GB RAM). We used eight Shure SM93 microphones (omnidirectional) with a TASCAM US2000 8-channel USB soundcard. We measured the execution time and found it to be 55% real time (i.e., 55% of the available processing time). In the following results, some percentage of the estimated error can be attributed to the inaccuracy of the source positions.

We demonstrate the performance of our system for two simultaneously active male speakers in Fig. 16. The speakers were separated by  $45^\circ$  and they moved  $10^\circ$  in each experiment in order to test the performance all around the array. The duration of each experiment was approximately six seconds. The signal to noise ratio in the room was, on average, 15 dB. We plot the MAEE versus each different DOA, where the MAEE is evaluated as the mean absolute error in the estimation over time. The mean absolute error is lower than  $2.5^\circ$  for every positioning of the speakers around the array (among 36 different orientations) while for about half of the orientations, the MAEE is below  $1^\circ$  for both speakers.

The next experiment involved three speakers sitting around the microphone array at  $0^\circ$ ,  $160^\circ$ , and  $240^\circ$ . The speakers

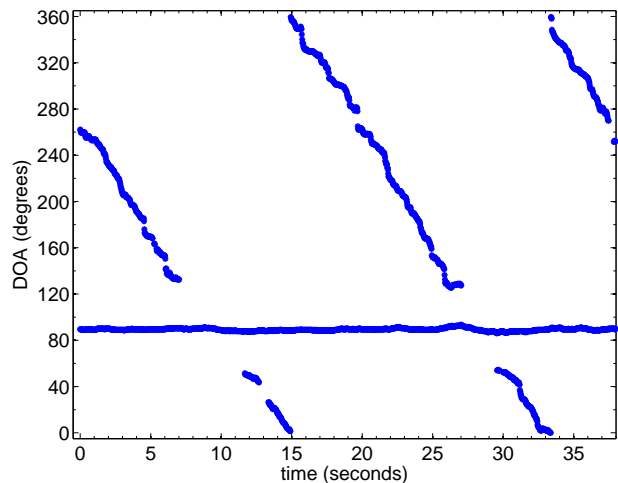


Fig. 19. Estimated DOA of one static speaker and one moving speaker around the circular array in a real environment.

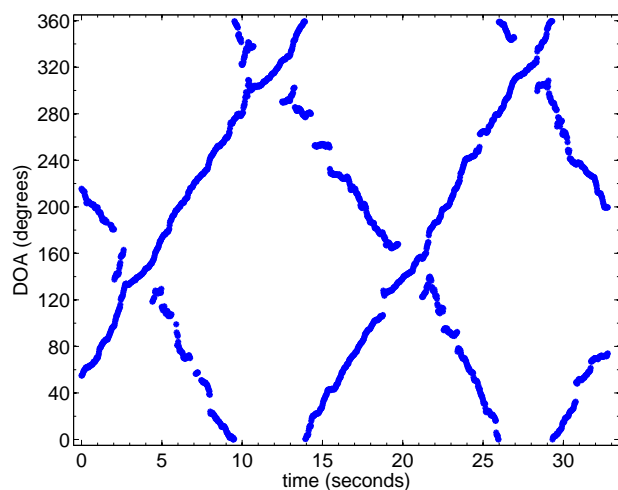


Fig. 20. Estimated DOA of two moving speakers around the circular array in a real environment.

at  $0^\circ$  and  $240^\circ$  were males, while the speaker at  $160^\circ$  was female. The signal to noise ratio in the room was also around 15 dB. In Fig. 17 we plot the estimated DOA in time. All three speakers are accurately located through the whole duration of the experiment.

In Fig. 18 we plot the estimated DOAs of six static speakers versus time. This experiment is the only one that involved loudspeakers instead of actual speakers. We used six Genelec 8050 loudspeakers that reproduced pre-recorded audio files of six continuously active, actual speakers, three males and three females positioned alternately. The loudspeakers were approximately located at  $0^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $250^\circ$ , and  $315^\circ$  at a distance of 1.5 meters from the centre of the array. The signal to noise ratio in the room was estimated at 25 dB. The DOA of all six sources is in general accurately estimated. The DOA estimation of the second speaker deviates slightly from the true DOA for some periods of time (e.g., around the sixth second of the experiment). This might be attributed to a lower energy of the signal of the particular speaker over these periods in comparison to the other speakers.

We also conducted experiments with moving sources. The scenarios followed the simulations (see Fig. 12 and 13). For these experiments, the signal to noise ratio in the room was,

on average, 20 dB. We plot the DOA estimation in Fig. 19 and 20. The DOA estimation is in general effective except for the areas around the crossing points. Nevertheless, as we stated for the corresponding simulations, our method shows the potential of localizing moving sources that cross each other.

## VI. CONCLUSION

In this work, we presented a method for jointly counting the number of active sound sources and estimating their corresponding DOAs. Our method is based on the sparse representation of the observation signals in the TF-domain with relaxed sparsity constraints. This fact—in combination with the matching pursuit-based technique that we apply to a histogram of a block of DOA estimations—improves accuracy and robustness in adverse environments. We performed extensive simulations and real environment experiments for various numbers of sources and separations, and in a wide range of SNR conditions. In our tests, our method was shown to outperform other localization and source counting methods, both in accuracy and in computational complexity. Our proposed method is suitable for real-time applications, requiring only 55% of the available processing time of a standard PC. We implemented our method using a uniform circular array of microphones, in order to overcome the ambiguity constraints of linear topologies. However, the philosophy of the method is suitable for any microphone array topology.

## ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to acknowledge the anonymous reviewers for their valuable comments to improve the present work. This research was co-financed by the Marie Curie IAPP “AVID-MODE” grant within the European Commission’s FP7 and by the European Union (European Social Fund - ESF) and Greek national funds through the Operational Program “Education and Lifelong Learning” of the National Strategic Reference Framework (NSRF) - Research Funding Program: THALES, Project “MUSINET”.

## REFERENCES

- [1] H. Krim and M. Viberg, “Two decades of array signal processing research - the parametric approach,” *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 67–94, July 1996.
- [2] S. Argentieri and P. Danès, “Broadband variations of the music high-resolution method for sound source localization in robotics,” in *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, November 2007, pp. 2009–2014.
- [3] T. Van den Bogaert, E. Carrette, and J. Wouters, “Sound source localization using hearing aids with microphones placed behind-the-ear, in-the-canal, and in-the-pinna,” *International Journal of Audiology*, vol. 50, no. 3, pp. 164–176, 2011.
- [4] K. Nakadai, D. Matsuura, H. Kitano, H. G. Okuno, and H. Kitano, “Applying scattering theory to robot audition system: Robust sound source localization and extraction,” in *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2003, pp. 1147–1152.
- [5] D. Bechler, M. Schlosser, and K. Kroschel, “System for robust 3D speaker tracking using microphone array measurements,” in *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, vol. 3, September 2004, pp. 2117–2122.
- [6] C. Knapp and G. Carter, “The generalized correlation method for estimation of time delay,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 24, no. 4, August 1976.
- [7] J. Benesty, J. Chen, and Y. Huang, “Time-delay estimation via linear interpolation and cross correlation,” *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, vol. 12, no. 5, September 2004.
- [8] J. Chen, J. Benesty, and Y. Huang, “Time delay estimation in room acoustic environments: An overview,” *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, pp. 1–19, 2006.
- [9] D. Bechler and K. Kroschel, “Considering the second peak in the GCC function for multi-source TDOA estimation with microphone array,” in *Proceedings of the International Workshop on Acoustic Signal Enhancement (IWAENC)*, 2003, pp. 315–318.
- [10] R. Schmidt, “Multiple emitter location and signal parameter estimation,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, no. 3, pp. 276–280, March 1986.
- [11] J. P. Dmochowski, J. Benesty, and S. Affes, “Broadband music: Opportunities and challenges for multiple source localization,” in *IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics*, October 2007, pp. 18–21.
- [12] F. Belloni and V. Koivunen, “Unitary root-music technique for uniform circular array,” in *Proceedings of the 3rd IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT)*, December 2003, pp. 451–454.
- [13] J. Zhang, M. Christensen, J. Dahl, S. Jensen, and M. Moonen, “Robust implementation of the music algorithm,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, April 2009, pp. 3037–3040.
- [14] C. Ishi, O. Chatot, H. Ishiguro, and N. Hagita, “Evaluation of a music-based real-time sound localization of multiple sound sources in real noisy environments,” in *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, October 2009, pp. 2027–2032.
- [15] B. Loesch, S. Uhlich, and B. Yang, “Multidimensional localization of multiple sound sources using frequency domain ica and an extended state coherence transform,” in *Proceedings of the IEEE/SP 15th Workshop on Statistical Signal Processing (SSP)*, September 2009, pp. 677–680.
- [16] A. Lombard, Y. Zheng, H. Buchner, and W. Kellermann, “TDOA estimation for multiple sound sources in noisy and reverberant environments using broadband independent component analysis,” *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, vol. 19, no. 6, pp. 1490–1503, August 2011.
- [17] H. Sawada, R. Mukai, S. Araki, and S. Malcino, “Multiple source localization using independent component analysis,” in *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 4B, July 2005, pp. 81–84.
- [18] F. Nesta and M. Omologo, “Generalized state coherence transform for multidimensional TDOA estimation of multiple sources,” *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, vol. 20, no. 1, pp. 246–260, January 2012.
- [19] P. Comon and C. Jutten, *Handbook of blind source separation: independent component analysis and applications*, ser. Academic Press. Elsevier, 2010.
- [20] M. Swartling, B. Sällberg, and N. Grbić, “Source localization for multiple speech sources using low complexity non-parametric source separation and clustering,” *Signal Processing*, vol. 91, pp. 1781–1788, August 2011.
- [21] C. Blandin, A. Ozerov, and E. Vincent, “Multi-source TDOA estimation in reverberant audio using angular spectra and clustering,” *Signal Processing*, October 2011.
- [22] D. Pavlidi, M. Puigt, A. Griffin, and A. Mouchtaris, “Real-time multiple sound source localization using a circular microphone array based on single-source confidence measures,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, March 2012, pp. 2625–2628.
- [23] O. Yilmaz and S. Rickard, “Blind separation of speech mixtures via time-frequency masking,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 52, no. 7, pp. 1830–1847, July 2004.
- [24] M. Puigt and Y. Deville, “A new time-frequency correlation-based source separation method for attenuated and time shifted mixtures,” in *Proceedings of the 8th International Workshop (ECMS and Doctoral School) on Electronics, Modelling, Measurement and Signals*, 2007, pp. 34–39.
- [25] E. Fishler, M. Grosmann, and H. Messer, “Detection of signals by information theoretic criteria: general asymptotic performance analysis,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 5, pp. 1027–1036, may 2002.
- [26] G. Hamerly and C. Elkan, “Learning the  $k$  in  $k$ -means,” in *Neural Information Processing Systems*. MIT Press, 2003, pp. 281–288.

- [27] B. Loesch and B. Yang, "Source number estimation and clustering for underdetermined blind source separation," in *Proceedings of the International Workshop for Acoustics Echo and Noise Control, (IWAENC)*, 2008.
- [28] S. Araki, T. Nakatani, H. Sawada, and S. Makino, "Stereo source separation and source counting with map estimation with dirichlet prior considering spatial aliasing problem," in *Independent Component Analysis and Signal Separation*, ser. Lecture Notes in Computer Science. Springer Berlin Heidelberg, 2009, vol. 5441, pp. 742–750.
- [29] A. Karbasi and A. Sugiyama, "A new DOA estimation method using a circular microphone array," in *Proceedings of the European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, 2007, pp. 778–782.
- [30] S. Mallat and Z. Zhang, "Matching pursuit with time-frequency dictionaries," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 41, pp. 3397–3415, 1993.
- [31] D. Pavlidi, A. Griffin, M. Puigt, and A. Mouchtaris, "Source counting in real-time sound source localization using a circular microphone array," in *Proceedings of the IEEE 7th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)*, June 2012, pp. 521–524.
- [32] A. Griffin, D. Pavlidi, M. Puigt, and A. Mouchtaris, "Real-time multiple speaker DOA estimation in a circular microphone array based on matching pursuit," in *Proceedings of the 20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, August 2012, pp. 2303–2307.
- [33] Y. Deville and M. Puigt, "Temporal and time-frequency correlation-based blind source separation methods. part i: Determined and underdetermined linear instantaneous mixtures," *Signal Processing*, vol. 87, pp. 374–407, March 2007.
- [34] J. Makhoul, "Linear prediction: A tutorial review," *Proceedings of the IEEE*, vol. 63, no. 4, pp. 561–580, April 1975.
- [35] J.-F. Cardoso and A. Souloumiac, "Blind beamforming for non Gaussian signals," *IEE Proceedings-F*, vol. 140, no. 6, pp. 362–370, December 1993.
- [36] [Online]. Available: <http://math.uci.edu/>
- [37] H. Teutsch and W. Kellermann, "Acoustic source detection and localization based on wavefield decomposition using circular microphone arrays," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 120, no. 5, pp. 2724–2736, 2006.
- [38] J. Meyer and G. Elko, "Spherical harmonic modal beamforming for an augmented circular microphone array," in *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, (ICASSP) 2008*, 2008, pp. 5280–5283.
- [39] T. Abhayapala and A. Gupta, "Spherical harmonic analysis of wavefields using multiple circular sensor arrays," *Audio, Speech, and Language Processing, IEEE Transactions on*, vol. 18, no. 6, pp. 1655–1666, 2010.
- [40] J. Dmochowski, J. Benesty, and S. Affès, "Direction of arrival estimation using the parameterized spatial correlation matrix," *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, vol. 15, no. 4, pp. 1327–1339, May 2007.
- [41] E. Lehmann and A. Johansson, "Diffuse reverberation model for efficient image-source simulation of room impulse responses," *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, vol. 18, no. 6, pp. 1429–1439, August 2010.
- [42] [Online]. Available: <http://www.eric-lehmann.com/>
- [43] F. Nesta, P. Svaizer, and M. Omologo, "Convolutional BSS of short mixtures by ICA recursively regularized across frequencies," *Audio, Speech, and Language Processing, IEEE Transactions on*, vol. 19, no. 3, pp. 624–639, 2011.
- [44] [Online]. Available: <http://bssnesta.webatu.com/software.html>
- [45] M. Wax and T. Kailath, "Detection of signals by information theoretic criteria," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 33, no. 2, pp. 387–392, 1985.



**Despoina Pavlidi** (S'12) received the diploma degree in Electrical and Computer Engineering in 2009 from the National Technical University of Athens (NTUA), Greece, and the M.Sc. degree in Computer Science in 2012 from the Computer Science Department of the University of Crete, Greece. She is currently pursuing the Ph.D. degree at the Computer Science Department of the University of Crete. Since 2010 she is affiliated with the Institute of Computer Science at the Foundation for Research and Technology-Hellas (FORTH-ICS) as a research

assistant. Her research interests include audio signal processing, microphone arrays and sound source localization and audio coding.



**Anthony Griffin** received his Ph.D. in Electrical & Electronic Engineering from the University of Canterbury in Christchurch, New Zealand in 2000. He then spent three years programming DSPs for 4RF, a Wellington-based company selling digital microwave radios. He subsequently moved to Industrial Research Limited—also based in Wellington—focussing on signal processing for audio signals and wireless communications. In 2007, he joined the Institute of Computer Science, Foundation for Research and Technology-Hellas (FORTH-ICS), Heraklion, Greece as a Marie Curie Fellow, where he is working on real-time audio signal processing, compressed sensing, and wireless sensor networks. He also occasionally teaches a postgraduate course in Applied DSP at the University of Crete.



**Matthieu Puigt** is an Associate Professor at the Université du Littoral Côte d'Opale (ULCO) since September 2012. His research activities are conducted at the Laboratoire d'Informatique, Signal et Image de la Côte d'Opale, while he is teaching at the University Institute of Technology of Saint-Omer Dunkerque, in the Industrial Engineering and Maintenance Department. He received both the Bachelor and first year of M.S. degrees in Pure and Applied Mathematics, in 2001 and 2002 respectively, from the Université de Perpignan, France. He then received the M.S. degree in Signal, Image Processing, and Acoustics, from the Université Paul Sabatier Toulouse 3, Toulouse, France, in 2003, and his Ph.D. in Signal Processing from the Université de Toulouse in 2007. From 2007 to 2009 he was a Postdoctoral Lecturer at the Université Paul Sabatier Toulouse 3 and the Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes. From September 2009 to June 2010, he held an Assistant Professor position at the University for Information Science and Technology, in Ohrid, Republic of Macedonia (FYROM). From August 2010 to July 2012, he was a Marie Curie postdoctoral fellow in the Signal Processing Lab of the Institute of Computer Science of the Foundation for Research and Technology – Hellas (FORTH-ICS). Matthieu Puigt's current research interests include linear and nonlinear signal processing, time-frequency and wavelet analysis, unsupervised classification, and especially blind source separation methods and their applications to acoustics and astrophysics. He has authored or co-authored more than 15 publications in journal or conference proceedings and has served as a reviewer for several scientific journals and international conferences in these areas.



**Athanasios Mouchtaris** (S'02-M'04) received the Diploma degree in electrical engineering from Aristotle University of Thessaloniki, Greece, in 1997 and the M.S. and Ph.D. degrees in electrical engineering from the University of Southern California, Los Angeles, CA, USA in 1999 and 2003 respectively. He is currently an Assistant Professor in the Computer Science Department of the University of Crete, and an Affiliated Researcher in the Institute of Computer Science of the Foundation for Research and Technology-Hellas (FORTH-ICS), Heraklion, Crete.

From 2003 to 2004 he was a Postdoctoral Researcher in the Electrical and Systems Engineering Department of the University of Pennsylvania, Philadelphia. From 2004 to 2007 he was a Postdoctoral Researcher in FORTH-ICS, and a Visiting Professor in the Computer Science Department of the University of Crete. His research interests include signal processing for immersive audio environments, spatial and multichannel audio, sound source localization and microphone arrays, and speech processing with emphasis on voice conversion and speech enhancement. He has contributed to more than 70 publications in various journal and conference proceedings in these areas. Dr. Mouchtaris is a member of IEEE.

## **Annexe F**

# **Post-nonlinear speech mixture identification using single-source temporal zones & curve clustering**

M. Puigt, A. Griffin, and A. Mouchtaris (2011). Post-nonlinear speech mixture identification using single-source temporal zones & curve clustering. In *2011 19th European Signal Processing Conference* (pp. 1844-1848). IEEE.

# POST-NONLINEAR SPEECH MIXTURE IDENTIFICATION USING SINGLE-SOURCE TEMPORAL ZONES & CURVE CLUSTERING

Matthieu Puigt<sup>1</sup>, Anthony Griffin<sup>1</sup>, and Athanasios Mouchtaris<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Foundation for Research and Technology – Hellas, Institute of Computer Science, Heraklion, Crete, Greece, GR-70013

<sup>2</sup> University of Crete, Department of Computer Science, Heraklion, Crete, Greece, GR-71409  
email: {mpuigt, agriffin, mouchtar}@ics.forth.gr

## ABSTRACT

In this paper, we propose a method for estimating the nonlinearities which hold in post-nonlinear source separation. In particular and contrary to the state-of-art methods, our proposed approach uses a weak joint-sparsity sources assumption: we look for tiny temporal zones where only one source is active. This method is well suited to non-stationary signals such as speech. The main novelty of our work consists of using nonlinear single-source confidence measures and curve clustering. Such an approach may be seen as an extension of linear instantaneous sparse component analysis to post-nonlinear mixtures. The performance of the approach is illustrated with some tests showing that the nonlinear functions are estimated accurately, with mean square errors around  $4e-5$  when the sources are “strongly” mixed.

## 1. INTRODUCTION

Blind Source Separation (BSS) consists of estimating a set of  $N$  unknown source signals  $s_j$  from a set of  $P$  observations  $x_i$  resulting from mixtures of these sources through unknown propagation channels [1]. Among all the proposed approaches, the ones based on sources joint-sparsity, known under the name of Sparse Component Analysis (SCA) methods, have met with great interest from the community in the last decade (see e.g. Chap. 10 of [1]). Indeed, they are naturally adapted to stationary, non-stationary and/or dependent signals and are thus an alternative to classical Independent Component Analysis (ICA) approaches which assume source mutual independence. Moreover, they allow processing of the underdetermined case where  $N > P$ .

Most of the SCA approaches have been proposed for linear mixtures, i.e. linear instantaneous (LI), anechoic or convolutive mixtures. While many methods assume the sources to be (approximately) W-disjoint orthogonal (WDO) in an analysis domain<sup>1</sup> [2], several other methods highly relax this assumption, by looking for “single-source zones” (i.e. zones where one source is dominant over the others) [3–6]. Interestingly, while many SCA methods have been proposed for linear mixtures, only a few sparsity-based methods process nonlinear configurations [7–10]. In [7, 8], the authors consider post-nonlinear (PNL) mixtures (i.e. a special configuration where linear mixes of sources are distorted by a function which models data acquisition/sensor nonlinearities, such as saturation), and assume the sources to be approximately WDO<sup>2</sup>. Unfortunately, these approaches are not tested with real source signals, mainly because of the strong sparsity assumption. In [9, 10], the authors extend the measures for finding single-source zones to other classes of nonlinear mixtures but restrict their approach to overdetermined or determined mixtures.

This work is funded by the Marie Curie IAPP “AVID MODE” grant within the 7th European Community Framework Program.

<sup>1</sup>The WDO assumption means that in each atom of an analysis domain (time, time-frequency, time-scale domain), at most one source is non-zero.

<sup>2</sup>Actually, in [7], the authors assume the sources to be  $(P-1)$ -sparse, which is equivalent to WDO if  $P=2$ . In [8], the approximate WDO is not explicitly assumed but is needed by authors and satisfied in their tests.

In this paper, we propose an approach for identifying PNL mixtures based on single-source zones, as in [9, 10], and which possibly processes the underdetermined case, as in [7, 8]. We thus avoid the strong source joint-sparsity assumption of [7, 8] while treating the same class of mixtures and applying our approach to mixtures of real speech signals. We only focus on the identification of mixtures and not on the whole separation. Indeed, it is proved that a good estimation of the nonlinearities is crucial for a good separation (see e.g. Chapter 14 of [1]), hence the importance of an accurate approach. Once the identification of the mixtures is done, the separation is straightforward, e.g. using methods proposed in [7, 8]. The main novelty of the paper consists of combining single-source zones and curve clustering and may be seen as a way for extending linear SCA [3–6] to PNL-SCA.

The remainder of the paper is structured as follows: in Section 2, we describe the considered BSS problem. We then introduce our proposed method in Section 3. Section 4 provides an experimental validation of the approach while we conclude and discuss future directions of the incoming work in Section 5.

## 2. PROBLEM STATEMENT

In this paper, we assume that  $N$  real source signals  $\underline{s}(n) = [s_1(n), \dots, s_N(n)]^T$  are mixed by a LI unknown  $P \times N$  mixing matrix  $A$ , thus providing a set of linearly mixed signals

$$\underline{z}(n) = A\underline{s}(n), \quad (1)$$

to which a nonlinear componentwise vector mapping  $\underline{f} = [f_1, \dots, f_P]^T$ , assumed to be invertible, is applied. It can e.g. model data acquisition/sensor nonlinearities such as saturation. Such a situation e.g. arises in audio processing with small and cheap microphones in a mobile device. Observed signals  $\underline{x}(n)$  thus read

$$\underline{x}(n) = \underline{f}(\underline{z}(n)) = \underline{f}(A\underline{s}(n)). \quad (2)$$

We aim to estimate the source signals  $\underline{s}(n)$ , up to a scale coefficient/permutation indeterminacy. This means that we want to suppress or reduce as much as possible the distortions introduced by the nonlinear mappings  $f_i$ . For that purpose, we use a separating structure which is the *mirror* of the mixing one (see e.g. Chap.14 of [1]): we first have to estimate  $g_i$ , the inverse of the nonlinear mappings  $f_i$ , and to apply them to the observations. We then obtain a linear problem comparable to (1) and we process a linear SCA approach to estimate the sources. The global mixing and separating structure is drawn in Fig. 1. The proposed separating structure may be summarised as follows:

1. We first look for temporal zones where one source is dominant over the others (See Section 3.3).
2. We then estimate the nonlinear mappings  $f_i$  (See Sections 3.2 and 3.4)
3. We then invert the nonlinearities and get a LI-BSS problem, that we solve using a LI-SCA approach (see Section 3.5).

Let us emphasize that we here focus on the first two above items and that we will not perform the inversion of the nonlinearities.



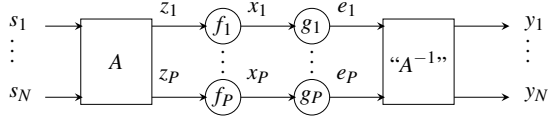


Figure 1: PNL Mixing-separating structure.

### 3. PROPOSED APPROACH

#### 3.1 Definitions and assumptions

We first present the only assumptions that we make in this approach, and the associated definitions.

**Definition 1 ([7])** Let  $A = [a_{ij}]_{i,j}$  be an  $P \times N$  matrix. Then  $A$  is said to be “mixing” if  $A$  has at least 2 nonzero entries in each row. And  $A$  is said to be “absolutely degenerate” if there are two normalised columns  $a_{ik}$  and  $a_{il}$  with  $k \neq l$  such that  $a_{ik}^2 = a_{il}^2$ , i.e.  $a_{ik}$  and  $a_{il}$  differ only by the sign of the entries.

- Assumption 1 (Mixing assumptions)**
1.  $A$  has nonzero entries on the first row and at least one nonzero entry in each other row. We cannot find two collinear vectors  $a_{ik}^2$  and  $a_{il}^2$ , with  $k \neq l$ .
  2. In the underdetermined case when  $N > P$ , every  $P \times P$ -submatrix of  $A$  is invertible.
  3. We also assume that, for each index  $i$ ,  $f_i(0) = 0$ .

Assumption 1.1 is needed for the following reasons [7]: if  $A$  is not “mixing” (according to Definition 1), then this means that there is an index  $i$  such that the  $i$ -th row of  $A$  contains only one non-zero element and consequently  $f_i$  cannot be identified. As an extreme case, let us imagine that  $A$  is diagonal (up to a permutation in its columns order), then each observed signal reads

$$x_i(n) = f_i(a_{ik}s_k(n)), \quad (3)$$

i.e. we already get separated signals for which we cannot do nothing more without extra information. If  $A$  is absolutely degenerate, it can be estimated but the nonlinear mappings cannot [7]. Assumption 1.2 is a classical assumption in underdetermined BSS. This means that locally, if only  $P$  sources are active, we get a determined BSS problem which needs to be separable. Lastly, Assumption 1.3 is not limiting for practical applications and is shared by many PNL-BSS approaches.

**Definition 2** A “temporal analysis zone” is a set  $T$  of  $M$  adjacent samples  $T = \{n_1, \dots, n_M\}$  in the time domain.

**Definition 3** A source is said to be “isolated” in a temporal analysis zone  $T$  if only this source (among all considered mixed sources) has a nonzero variance in this zone. We then say that this zone is “single-source”.

This definition corresponds to the theoretical point of view. From a practical point of view, this means that the variances of all other sources are negligible with respect to the variance of the source that is isolated.

**Definition 4** A source is said to be “accessible” in the time domain if there exist at least one temporal analysis zone where it is isolated.

- Assumption 2 (Source assumptions)**
1. Source signals are mutually independent.
  2. At least  $P$  sources are accessible in the time domain.
  3. By considering several single-source zones associated with the same source, the amplitude of the observations spans a “wide” range allowing the estimation of the nonlinear functions  $f_i$ .

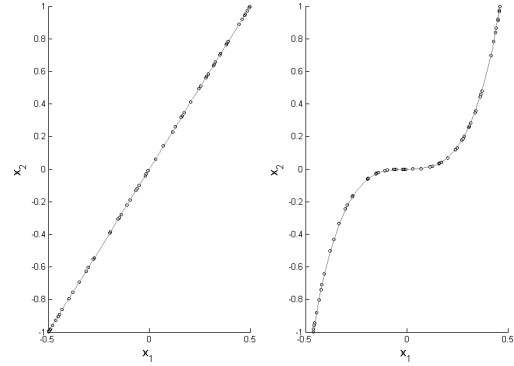


Figure 2: Scatter plots of observations on a single-source zone and theoretical curves. *Left*: LI mixtures. *Right*: PNL mixtures.

Note that, contrary to linear BSS methods [5] which needed source linear independence, we here need source mutual independence. This is due to the more complex mixing model, as we will see in Section 3.3. We need  $P$  isolated sources in order to be able to invert the  $P$  nonlinear functions  $f_i$  [7]. Assumption 2.3 is needed because we want to estimate the nonlinear mappings  $f_i$  on their whole domains. In the case when we should be able to estimate the functions  $f_i$  on a subset of their domain, the whole estimation might be coarse, thus yielding a poor separation quality.

#### 3.2 Geometrical behavior

Before introducing the proposed method, let us focus on the intuitive idea behind it. In LI-SCA methods, the common main principle can be seen from a geometrical point of view. Let us first recall that in that case, the mapping  $f$  in Eq. (2) is set to the identity function, i.e. the observations  $\underline{x}(n)$  are equal to the signals  $\underline{z}(n)$  defined in Eq. (1). If one source, say  $s_k$ , is isolated in several adjacent samples  $T = \{n_1, \dots, n_M\}$ , the local scatter plot of observations is concentrated in a line, whose slope is given by the mixing column of  $A$  associated with this source (see Fig. 2 for an example with  $P = 2$  observations). Indeed, in that case:

$$x_i(n) = a_{ik}s_k(n) \quad \forall i \in \{1, \dots, P\}, \forall n \in T \quad (4)$$

and we get the following relationship between observations  $x_1$  and  $x_i$ :

$$a_{ik}x_1(n) - a_{1k}x_i(n) = 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, P\}, \forall n \in T. \quad (5)$$

In [3–6], authors propose to find such single-source zones by means of a “single-source confidence measure” (resp. based on ratios of observations [3], correlation [4, 5], and local PCA [6]). In these zones, they estimate the mixing parameters. However, several zones may lead to the same mixing column and they thus have to discard the multiple estimations, e.g. using a threshold distance between mixing columns [3, 4] or by clustering estimated scale coefficients [5, 6].

For PNL mixtures, in the same case when only one source, say  $s_k$ , is isolated in an analysis zone  $T$ , observations (2) read:

$$x_i(n) = f_i(a_{ik}s_k(n)) \quad \forall i \in \{1, \dots, P\}, \forall n \in T \quad (6)$$

and we obtain, assuming that  $a_{ik} \neq 0$ ,

$$s_k(n) = \frac{f_i^{-1}(x_i(n))}{a_{ik}} \quad \forall i \in \{1, \dots, P\}, \forall n \in T. \quad (7)$$

We thus have the following relationship between observations  $x_1$  and  $x_i$ :

$$x_i(n) = f_i \left( \frac{a_{ik}}{a_{1k}} f_1^{-1}(x_1(n)) \right) \quad (8)$$

$$= \phi_{ik}(x_1(n)) \quad \forall i \in \{1, \dots, P\}, \forall n \in T, \quad (9)$$

where the functions  $\phi_{ik}$  are defined as:

$$\phi_{ik}(t) = f_i \left( \frac{a_{ik}}{a_{1k}} f_1^{-1}(t) \right) \quad (10)$$

The main difference with respect to LI mixtures is that we now do not have to estimate a slope which describes a line, but a *function* which describes the nonlinear dependencies between observations. This can e.g. be done by interpolation or approximation. As different analysis zones might be associated with the same source, we propose to cluster these estimated functions. Indeed, clustering usually provides more robustness to noise. Moreover, and contrary to LI mixtures, the accuracy of the curve fitting also depends on the range of  $x_1(n)$  in the local scatter plot. In particular, we need our observed points  $(x_1(n), x_i(n))$  to span the whole curve. This may not be guaranteed in a unique single-source analysis zone associated with one source, but may happen if we interpolate the function on *several* zones associated with the same source. Merging single-source zones associated with the same source may be done by *curve clustering* and we will present such an approach in Section 3.4.

### 3.3 Nonlinear single-source confidence measures

We now detail how to find single-source zones in PNL mixtures. Let us first go back to the simpler LI problem. If a source, say  $s_k$  is isolated, then Eq. (4) holds and we can see that the observations are proportional. A way to find such zones consists of estimating the correlation coefficient of a pair of observations [4, 5]. Indeed, this coefficient is equal to 1 in absolute value when one source is isolated and is much lower otherwise.

In the considered PNL mixture, we need to measure the *nonlinear* correlation between observations. Mutual Information  $\mathcal{I}(\underline{x})$ , defined as:

$$\mathcal{I}(\underline{x}) = -\mathbb{E} \left\{ \log \frac{\prod_{i=1}^P \mathbb{P}_{x_i}(x_i)}{\mathbb{P}_{\underline{x}}(\underline{x})} \right\}, \quad (11)$$

where  $\mathbb{E}\{\cdot\}$  stands for expectation,  $\mathbb{P}_{\underline{x}}$  and  $\mathbb{P}_{x_i}$  ( $i \in \{1, \dots, P\}$ ) are resp. the joint and marginal probability density functions of the observations, provides such a measure [11]: it takes null values when variables are independent and much higher values otherwise. However, if we want this measure to have the same behavior as linear correlation, we need to normalise it, which is classically done as follows:

$$\mathcal{I}^{\text{norm}}(\underline{x}) = \sqrt{1 - e^{-2\mathcal{I}(\underline{x})}}. \quad (12)$$

This measure has also been used in [10], for another class of nonlinear mixtures and we use it in the same way as [10]: a source is isolated in an analysis zone iff  $\mathcal{I}^{\text{norm}}(\underline{x}) = 1$ . We thus only consider the analysis zones which maximise Eq. (12).

However, a problem may appear if in a zone  $T$ , sources  $s_j(n)$  are constant, whose value is denoted  $\bar{s}_j \neq 0$ <sup>3</sup>: in that case, we still have  $\mathcal{I}^{\text{norm}}(\underline{x}) = 1$  but Eq. (6) then becomes

$$x_i(n) = f_i(a_{ik}s_k(n) + \alpha_i(T)) \quad \forall i \in \{1, \dots, P\}, \quad (13)$$

where  $\alpha_i(T) = \sum_{j \neq k} a_{ij}\bar{s}_j$ . Eq. (7) and (8) then resp. read

$$s_k(n) = \frac{f_i^{-1}(x_i(n) - \alpha_i(T))}{a_{ik}} \quad \forall i \in \{1, \dots, P\} \quad (14)$$

and

$$x_i(n) = f_i \left( \frac{a_{ik}}{a_{1k}} \left( f_1^{-1}(x_1(n)) \right) - a_{ik}\alpha_1(T) + \alpha_i(T) \right). \quad (15)$$

Let us recall that we are looking for zones where all the constant coefficients  $\alpha_i(T)$  are zero. As we are applying the proposed approach to speech signals, the situation when one can find an index  $i$

<sup>3</sup>Such a scenario is not a problem in LI-SCA: observations can be locally centred in each analysis zone, thus zeroing the constant signals [4].

such that  $\alpha_i(T) \neq 0$  should not occur. Additionally, due to Assumption 1.3, we know the value of each nonlinear function  $f_i$  is zero at zero and we can estimate  $\widehat{\phi}_{ik}$ , the nonlinear relationship between observations defined in Eq. (10) (see Section 3.4) and discard the zones where  $\widehat{\phi}_{ik}(0) \neq 0$ .

Finally, we look for analysis zones which satisfy:

$$\begin{cases} \mathcal{I}^{\text{norm}}(\underline{x}) > 1 - \varepsilon_1 \\ \left| \widehat{\phi}_{ik}(0) \right| < \varepsilon_2 \quad \forall i \in \{2, \dots, P\} \end{cases}, \quad (16)$$

where  $\varepsilon_1$  and  $\varepsilon_2$  are user-defined thresholds.

### 3.4 Curve clustering

If we consider all the single-source analysis zones, then we get a subset of the original observations where the approximate WDO assumption holds. We thus can use the clustering techniques proposed in [7, 8]. However, in [7], the authors propose a geometrical preprocessing which is not robust to noise in general and in particular to *non-ideal* single-source zones<sup>4</sup>. On the other hand, [8] proposes the use of a spectral clustering technique in order to separate the curves (and so the sources). Spectral clustering techniques are well suited to nonlinearities in the data and are more robust to noise than the approach proposed in [7]. However, such techniques are sensitive to the distance between the curves and do not allow the clusters to overlap. This last criterion is obviously not satisfied in the BSS framework and the authors of [8] proposed a solution: they remove the points of  $\underline{x}$  which are close to zero, and try to find  $2N$  clusters. By assuming that the nonlinear mappings are almost linear for the lowest values of  $\underline{x}$ , they link the half-clusters.

In this paper, we propose to take advantage of the single-source analysis zones to cluster our data. Indeed, in each single-source zone, as we saw above (see Fig. 2), all the data points belong to the same curve and give us extra information which is not provided in [7, 8]. We thus can cluster the data according to these zones. The underlying idea can be seen as an extension of scale-coefficients clustering in [5, 6] to nonlinear mixtures: while the linear relationships between observations were limited to scale coefficients to be clustered, we here have to cluster the whole curves, i.e. to estimate some parameters adequately describing the functions  $\phi_{ik}$  defined in Eq. (10) to realise a cluster. Such techniques are named *curve clustering* [12] which we summarise as follows in the framework of our problem.

Given an interval  $[x_1(n_b), x_1(n_e)]$ , we define a subdivision  $\xi_0 = x_1(n_b) \leq \xi_1 \leq \xi_2 \leq \dots \leq \xi_K \leq \xi_{K+1} = x_1(n_e)$ . The points  $\xi_l$  are named *knots*. Note that a same knot may be repeated several times, say  $p$  times. We then say that it is a multiple knot of *multiplicity order*  $p$ . We aim to fit the curve  $\{(x_1(n_j), x_i(n_j))\}_{j=1, \dots, M}$  on such interval by using splines. A spline is a polynomial of degree  $d$  (or order  $d+1$ ) on any interval  $[\xi_{l-1}, \xi_l]$  which has  $d+1$  continuous derivatives on the open interval  $[x_1(n_b), x_1(n_e)]$ . For a fixed sequence of knots, the set of such splines is a linear space of functions with  $K+d+1$  free parameters. A useful basis  $(B_{1,d}, \dots, B_{K+d+1,d})$  for this linear space is given by B-splines, recursively defined as

$$\begin{cases} B_{l,0}(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } \xi_l \leq t < \xi_{l+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \\ B_{l,u}(t) = \frac{t - \xi_l}{\xi_{l+u} - \xi_l} B_{l,u-1}(t) + \frac{\xi_{l+u+1} - t}{\xi_{l+u+1} - \xi_{l+1}} B_{l+1,u-1}(t). \end{cases} \quad (17)$$

A spline, denoted  $\zeta(x_1, \underline{\beta})$  hereafter, can now be written with respect to the above basis:

$$\zeta(x_1, \underline{\beta}) = \sum_{l=1}^{K+d+1} \beta_l B_{l,d}(x_1), \quad (18)$$

<sup>4</sup>An ideal single-source zone is an analysis zone where all the sources except one are *exactly* zero.



where  $\underline{\beta} = [\beta_1, \dots, \beta_{K+d+1}]^T$  are the spline coefficients. For a set of fixed knots, coefficients  $\underline{\beta}$  may be estimated as a linear problem. Let  $\{(x_1(n_j), x_i(n_j))\}_{j=1, \dots, M}$  be a regression type data set of  $M$  measurements of the curve  $\phi_{ik}$  defined in Eq. (10), ranging over  $[x_1(n_e), x_1(n_b)] \times \mathbb{R}$ . The spline coefficients are estimated as:

$$\hat{\beta}_l = \arg \min_{\beta_l} \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (x_i(n_j) - \zeta(x_1(n_j), \underline{\beta}))^2 \quad (19)$$

The main interest of B-splines is due to the fact that the B-spline basis is only knot-dependent. Once the knots are fixed, the estimated coefficients  $\hat{\beta}_l$  describe the curve shape. If we use the *same* knots for *all* the single-source analysis zones selected in Section 3.3, then all the  $K + d + 1$  B-spline coefficients have the same meaning and may be compared. If two curves have close estimated B-splines coefficients, then they should be associated with the same source. Otherwise, they should be associated with different sources. Clustering techniques can be applied to such coefficients [12]: while the authors of [12] used K-means to this end, we propose to use the median-based version of K-means, named K-medians which has been used in [5]. Other approaches, such as DEMIX [6], may also be employed.

Once the classification is performed, we group all the curves associated with the same source  $s_k$  and we estimate each function  $\phi_{ik}$  as a spline with optimised knot locations and multiplicity order.

### 3.5 Nonlinear inversion and linear identification

Once the nonlinear functions are estimated, we have to invert them and apply them to the observations  $\underline{x}(n)$ , in order to get the linearly mixed signals  $\underline{e}(n) = [e_1(n), \dots, e_P(n)]^T$  (see Fig. 1). This is straightforward by e.g. applying one of the neural-network-based methods, proposed in [7, 8], which are based on the same property but are differently implemented. The underlying common property was first defined for PNL-ICA methods and is adapted to PNL-SCA as follows: we estimate a nonlinear mapping  $\underline{g} = [g_1, \dots, g_P]^T$  such that for all indices  $i, k$ ,  $g_i \circ \phi_{ik}$  is linear. To this end, [7] proposes finding a linear relationship between the same components of different clusters while [8] suggests finding a linear relationship between different components in the same cluster.

Once the nonlinearities are inverted, we thus obtain a classical LI-SCA problem. The estimation of the linear mixing parameters is then straightforward if we estimated the  $N$  nonlinear curves: once we have linearised the clusters obtained in Section 3.4, each cluster fits a line whose parameters, defined in Eq. (5), may be estimated using a criterion proposed in [3–6].

If we estimated more than  $P$  curves but less than  $N$ , we are still able to invert the nonlinearities. However, we now do not have all the linearised curves and we will thus have to estimate the linear mixing parameters thanks to a *whole* linear SCA approach, and probably by first applying a linear sparsifying transform to  $\underline{e}(n)$ , in order to find a zone associated with each source.

Let us remind the reader that the main novelty of our proposed approach consists of the first stages of the whole approach, and that we only test these first stages in Section 4.

## 4. TESTS

In this section, we test the performance of our proposed approach on PNL mixtures of speech. Indeed, and contrary to [7, 8], we test our approach on simulations made using real speech signals which can be locally sparse in the time domain, due to silence of speakers [4].

We first employ a configuration involving  $N = 3$  sources and  $P = 2$  sensors, i.e. an underdetermined mixture. The source signals were three speech signals, sampled at 20 kHz, which last 5 s and contain silent parts. These sources are presented in Fig. 3.

We then mixed them with the following mixing matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.9 \\ -0.9 & 0.5 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

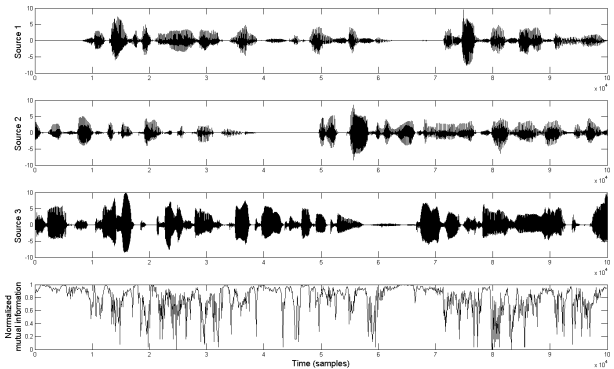


Figure 3: Normalised mutual information measures between two PNL mixtures (below) of three speech sources (plotted above).

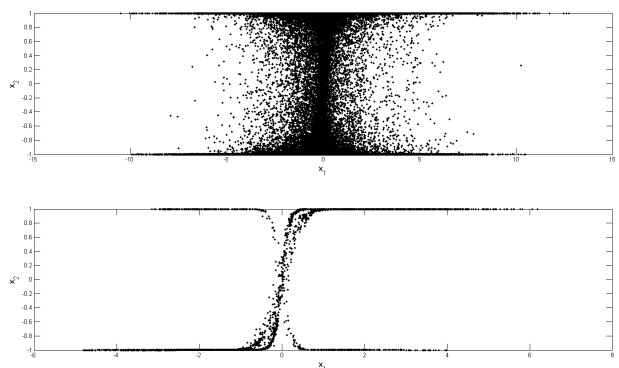


Figure 4: Scatter plots between observations. *Top*: on the full signals. *Bottom*: on the single-source analysis zones.

and then applied the following nonlinear mappings to the resulting signals  $\underline{z}(t)$ :

$$\begin{cases} f_1(t) = \tanh(t) + t \\ f_2(t) = \tanh(10t) \end{cases} \quad (21)$$

Please note that the mixing matrix  $A$  is close to being an absolutely degenerate matrix, and thus the configuration under consideration is challenging. Moreover, the nonlinear functions have been chosen so that they can model audio effects like *soft-clipping*.

We set the size of our temporal analysis zones to 100 samples, which is long enough to guarantee the independence of the source signals [13]. Mutual information was estimated using the approach in [14]. Fig. 3 shows the plot of speech sources and the obtained normalised mutual information measures. We can see that  $\mathcal{I}_n(\underline{x})$  is close to 1 when one source is isolated. We then considered all the zones where  $\varepsilon_1$  and  $\varepsilon_2$ , defined in Eq. (16), are resp. set to 0.01 and 0.1. Fig. 4 shows two scatter plots: on the top, we provided the scatter plot of the original observations. It is clear that the sparsity assumptions needed in [7, 8] are not satisfied at all. In the bottom, we only plotted the scatter plots obtained from zones satisfying Eq. (16). Now, we can clearly see three curves associated with nonlinearities. This thus shows the relevance of the single-source confidence measures and an easy way to improve [7, 8]. We then estimated the different curves on the local scatter plots using B-spline approximations. Because the choice of the knots is data-dependent, we decided to perform a “coarse” fitting, i.e. an approximation whose knot locations and B-spline order are not necessarily optimised but that allow us to separate the curves of the functions  $\phi_{ik}$  defined in Eq. (10). In the example provided here, we used the

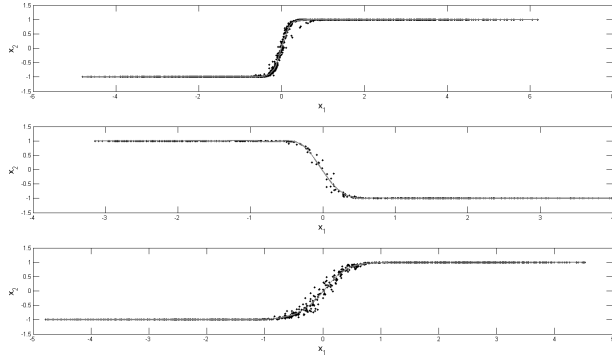


Figure 5: Scatter plots of the separated curves after the clustering procedure (in black) and estimated nonlinear functions (in gray).

| $\lambda$ | 0.1    | 0.5    | 0.9    |
|-----------|--------|--------|--------|
| Mean MSE  | 6.7e-2 | 4.5e-5 | 4.6e-5 |
| Std.      | 2.3e-1 | 5.9e-5 | 1.0e-4 |

Table 1: MSE and standard deviation, vs. the value of  $\lambda$

following knots  $\xi_i = -1.5 + 0.3i$  for  $i \in \{0, \dots, 10\}$ , without multiplicity order. We set the degree of the B-spline to 4, in order to obtain smooth estimates of the curves. We then obtain the B-spline coefficients  $\hat{\beta}$  that we then cluster using K-medians. Fig. 5 shows the separated curves obtained after classification, i.e. the superposition of the local scatter plots on the zones belonging to the same cluster. Such separated curves then allow us to estimate the inverse nonlinear mappings.

We do this using B-splines functions of order 4, with 20 knots. The obtained curves, drawn in Fig. 5, fit very well the scatter plots and are really close to the theoretical ones, as the mean square errors (MSEs) on the sampled curves are resp. set to  $2.5e-4$ ,  $5.3e-5$ , and  $2.1e-5$ .

Lastly, we generated a series of determined mixture simulations with  $P = N = 2$  sources and sensors: the mixing matrix was set to  $A = \begin{bmatrix} 1 & \lambda \\ -\lambda & 1 \end{bmatrix}$ , with  $\lambda = 0.9, 0.5$ , and  $0.1$ , and the nonlinear functions were set as in Eq. (21). We chose 49 pairs of sources among 8 real male and female speech sources, sampled at 20 kHz, lasting 5 s and containing silent parts. We fixed the values of all the parameters as in the previous underdetermined example. We aimed to measure the influence of the mixing parameters on the global quality of estimation of the nonlinear mappings. Our proposed approach succeeded in estimating the nonlinear functions in all the tests. The average MSEs and their associated standard deviations are given in Tab. 1. The obtained performance shows a really good accuracy of estimation of the nonlinear mappings, except when the sources are “weakly” mixed, which is consistent with the performance of other PNL-ICA methods (see Chap. 14 of [1]) and the one obtained in [4] for an LI-SCA method.

## 5. CONCLUSION AND FUTURE WORK

In this paper, we introduced a PNL mixture identification method which uses weak sparsity assumptions in order to estimate the mixing parameters. The main novelty of the proposed method is that we combine single-source confidence measures with curve clustering using B-splines and classical clustering techniques. The proposed approach thus improves on the previously proposed PNL-SCA methods which assume strong joint-sparsity assumptions and cannot be applied to real signals. We presented some tests showing the performance and the interest of our approach. In future work,

we will also test the influence of the knots in the clustering procedure. We will propose an approach for inverting the nonlinearities. Indeed, we focused on the estimation of the nonlinear functions, whose accuracy has a direct consequence on the final separation. We could use the inversion approaches presented in [7, 8] but both use neural networks, whose drawbacks are the speed of convergence and the possibility to reach a local optimum. Another future direction will consist of investigating sparsifying transforms well-suited to nonlinear mixtures. Indeed, while the proposed approach may be applied to speech signals, the required sparsity assumption is not met with music signals. Lastly, we will extend our approach to other nonlinear mixtures like PNL convolutive mixtures.

## REFERENCES

- [1] P. Comon and C. Jutten, *Handbook of blind source separation. Independent component analysis and applications*. Academic press, 2010
- [2] O. Yilmaz and S. Rickard, “Blind separation of speech mixtures via time-frequency masking”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 52, No. 7, pp. 1830–1847, 2004.
- [3] F. Abrard and Y. Deville, “A time-frequency blind signal separation method applicable to underdetermined mixtures of dependent sources”, *Signal Processing*, Vol. 85, No. 7, pp. 1389–1403, 2005.
- [4] Y. Deville and M. Puigt, “Temporal and time-frequency correlation-based blind source separation methods. Part I: determined and underdetermined linear instantaneous mixtures”, *Signal Processing*, Vol. 87, No. 3, pp. 374–407, Mar. 2007.
- [5] M. Puigt and Y. Deville, “Iterative-shift cluster-based time-frequency BSS for fractional-time-delay mixtures,” in *Proc. of ICA 2009*, LNCS, vol. 5441, pp. 306–313, Paraty, Brazil, 2009.
- [6] S. Arberet, R. Gribonval, and F. Bimbot, “A robust method to count and locate audio sources in a multichannel underdetermined mixture”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 58, No. 1, Jan. 2010.
- [7] F. Theis and S. Amari, “Postnonlinear overcomplete blind source separation using sparse sources,” in *Proc. of ICA 2004*, LNCS, vol. 3195, pp. 718–725, Granada, Spain, 2004.
- [8] S. Van Vaerenbergh and I. Santamaría, “A spectral clustering approach to underdetermined postnonlinear blind source separation of sparse sources”, *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 17, No. 3, pp. 811–814, 2006.
- [9] Y. Deville and S. Hosseini, “Blind identification and separation methods for linear-quadratic mixtures and/or linearly independent non-stationary signals,” in *Proc. of ISSPA 2007*, Sharjah, United Arab Emirates, Feb. 12–15, 2007.
- [10] L. T. Duarte and C. Jutten, “A nonlinear source separation approach for the Nicolsky-Eisenman model,” in *Proc. of EUSIPCO 2008*, Lausanne, Switzerland, 2008.
- [11] A. Dionisio, R. Menezes, and D. A. Mendes, “Mutual information: a measure of dependency for nonlinear time series”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 344, No. 1–2, pp. 326–329, 2004.
- [12] C. Abraham, P. A. Cornillon, E. Matzner-Løber, and N. Molinari, “Unsupervised curve clustering using B-splines”, *Scandinavian Journal of Statistics*, Vol. 30, No. 3, pp. 581–595, Sep. 2003.
- [13] M. Puigt, E. Vincent, and Y. Deville “Validity of the independence assumption for the separation of instantaneous and convolutive mixtures of speech and music sources,” in *Proc. of ICA 2009*, LNCS, vol. 5441, pp. 613–620, Paraty, Brazil, 2009.
- [14] G.A. Darbellay and I. Vajda, “Estimation of the information by an adaptive partitioning of the observation space”, *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 45, No. 4, pp. 1315–1321, May 1999.



# Bibliographie

- [Abb+22a] K. ABBAS, M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « Filtering-based endmember identification method for snapshot spectral images ». In : *Proc. IEEE WHISPERS 2022*. Roma, Italy / Virtual, 2022.
- [Abb+22b] K. ABBAS, M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « Méthode de démixage et dématricage conjoints fondée sur la complétion de rang un pour les images multispectrales « snapshot » ». In : *Actes du GRETSI*. Nancy, France, 2022, p. 925-928.
- [Abb+23] K. ABBAS, M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « Joint unmixing and demosaicing methods for snapshot spectral images ». In : *Proc. IEEE ICASSP'23*. Rhodes, Greece, 2023.
- [Abr+03] C. ABRAHAM, P.-A. CORNILLON, E. MATZNER-LØBER et N. MOLINARI. « Unsupervised curve clustering using B-splines ». In : *Scandinavian journal of statistics* 30.3 (2003), p. 581-595.
- [AD05] F. ABRARD et Y. DEVILLE. « A time–frequency blind signal separation method applicable to underdetermined mixtures of dependent sources ». In : *Signal processing* 85.7 (2005), p. 1389-1403.
- [Ach01] D. ACHLIOPTAS. « Database-friendly random projections ». In : *Proc. 20th ACM SIGMOD-SIGACT-SIGART symposium on Principles of database systems*. ACM, 2001, p. 274-281.
- [Ais+07] A. AISSA-EL-BEY, N. LINH-TRUNG, K. ABED-MERAIM, A. BELOUHRANI et Y. GRENIER. « Underdetermined blind separation of nondisjoint sources in the time-frequency domain ». In : *IEEE Trans. Signal Process.* 55.3 (2007), p. 897-907.
- [Alb+21] A. ALBOODY, M. PUIGT, G. ROUSSEL, V. VANTREPOTTE, C. JAMET et T. K. TRAN. « Experimental comparison of multi-sharpening methods applied to Sentinel-2 MSI and Sentinel-3 OLCI images ». In : *Proc. IEEE WHISPERS 2021*. Amsterdam, Netherlands / Virtual, mars 2021.
- [Alb+22] A. ALBOODY, M. PUIGT, G. ROUSSEL, V. VANTREPOTTE, C. JAMET et T. K. TRAN. « Deep-Sen3 : Deep multi-scale learning model for spatial-spectral fusion of Sentinel-2 and Sentinel-3 remote sensing images ». In : *Proc. IEEE WHISPERS 2022*. Roma, Italy / Virtual, 2022.
- [Ama09] S. AMARI. « alpha-divergence is unique, belonging to both f-divergence and Bregman divergence classes. » In : *IEEE Trans. Inf. Theory* 55.11 (2009), p. 4925-4931.

- [An19] T. AN. « Science opportunities and challenges associated with SKA big data ». In : *SCIENCE CHINA Physics, Mechanics & Astronomy* 62.8 (2019), p. 1-6.
- [AG19] A. M. S. ANG et N. GILLIS. « Accelerating nonnegative matrix factorization algorithms using extrapolation ». In : *Neural computation* 31.2 (2019), p. 417-439.
- [AGB10] S. ARBERET, R. GRIBONVAL et F. BIMBOT. « A robust method to count and locate audio sources in a multichannel underdetermined mixture ». In : *IEEE Trans. Signal Process.* 58.1 (jan. 2010), p. 121-133.
- [AMM15] A. ARFIRE, A. MARJOVI et A. MARTINOLI. « Model-based rendezvous calibration of mobile sensor networks for monitoring air quality ». In : *Proc. 2015 IEEE SENSORS*. 2015, p. 1-4.
- [AD07] S. ARGENTIERI et P. DANES. « Broadband variations of the MUSIC high-resolution method for sound source localization in robotics ». In : *Proc. IEEE/RSJ IROS 2007*. IEEE. 2007, p. 2009-2014.
- [Aro+12] S. ARORA, R. GE, R. KANNAN et A. MOITRA. « Computing a nonnegative matrix factorization- Provably ». In : *Proc. STOC'12*. 2012, p. 145-161.
- [Bar11] R. G. BARANIUK. « More is less : Signal processing and the data deluge ». In : *Science* 331.6018 (2011), p. 717-719.
- [BTD11] N. K. BATMANGHELICH, B. TASKAR et C. DAVATZIKOS. « Generative-discriminative basis learning for medical imaging ». In : *IEEE Trans. Med. Imag.* 31.1 (2011), p. 51-69.
- [BCG11] S. R. BECKER, E. J. CANDÈS et M. C. GRANT. « Templates for convex cone problems with applications to sparse signal recovery ». In : *Math. Progr. Comp.* 3.3 (2011), p. 165-218. ISSN : 1867-2949.
- [BA98] A. BELOUHRANI et M. G. AMIN. « Blind source separation based on time-frequency signal representations ». In : *IEEE Trans. Signal Process.* 46.11 (1998), p. 2888-2897.
- [Ber+09] O. BERNÉ, C. JOBLIN, A. TIELENS, Y. DEVILLE, M. PUIGT, R. GUIDARA, S. HOSSEINI, G. MULAS et J. CAMI. « Source separation algorithms for the analysis of hyper-spectral observations of very small interstellar dust particles ». In : *Proc. IEEE WHISPERS 2009*. IEEE. 2009, p. 1-4.
- [Ber+07] M. W. BERRY, M. BROWNE, A. N. LANGVILLE, V. P. PAUCA et R. J. PLEMMONS. « Algorithms and applications for approximate nonnegative matrix factorization ». In : *Computational statistics & data analysis* 52.1 (2007), p. 155-173.
- [BWZ21] L. BIAN, Y. WANG et J. ZHANG. « Generalized MSFA Engineering With Structural and Adaptive Nonlocal Demosaicing ». In : *IEEE Trans. Image Process.* 30 (2021), p. 7867-7877.
- [BDP22] B. BIGOT, H. DEVULDER et M. PUIGT. « Amélioration de l'intelligibilité de la parole dans des enregistrements de « boîtes noires aéronautiques » à l'aide de méthodes de Séparation Aveugle de Sources ». In : *Actes des JEP 2022*. Noirmoutier, France, juin 2022.

- [Bih21] P. BIHOUIX. *L'âge des low tech. Vers une civilisation techniquement soutenable*. Edition revue et augmentée d'une post-face. Editions du seuil, mars 2021.
- [Bil+14] C. BILEN, G. PUY, R. GRIBONVAL et L. DAUDET. « Convex Optimization Approaches for Blind Sensor Calibration Using Sparsity ». In : *IEEE Trans. Signal Process.* 62.18 (sept. 2014), p. 4847-4856.
- [Bio+12] J. M. BIOUCAS-DIAS, A. PLAZA, N. DOBIGEON, M. PARENTE, Q. DU, P. GADER et J. CHANUSSOT. « Hyperspectral unmixing overview : Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches ». In : *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens.* 5.2 (2012), p. 354-379.
- [Bit+12] V. BITTORF, B. RECHT, C. RÉ et J. TROPP. « Factoring nonnegative matrices with linear programs ». In : *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2012, p. 1214-1222.
- [BOV12] C. BLANDIN, A. OZEROV et E. VINCENT. « Multi-source TDOA estimation in reverberant audio using angular spectra and clustering ». In : *Signal Processing* 92.8 (2012), p. 1950-1960.
- [Bob+07] J. BOBIN, J.-L. STARCK, J. FADILI et Y. MOUDDEN. « Sparsity and morphological diversity in blind source separation ». In : *IEEE Transactions on Image Processing* 16.11 (2007), p. 2662-2674.
- [Bor+21] R. A. BORSOI, T. IMBIRIBA, J. C. M. BERMUDEZ, C. RICHARD, J. CHANUSSOT, L. DRUMETZ, J.-Y. TOURNERET, A. ZARE et C. JUTTEN. « Spectral Variability in Hyperspectral Data Unmixing : A comprehensive review ». In : *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 9.4 (2021), p. 223-270.
- [BDB17] A. BOULAIS, Y. DEVILLE et O. BERNÉ. « A Blind Identification and Source Separation Method Based on Subspace Intersections for Hyperspectral Astrophysical Data ». In : *Proc. LVA-ICA 2017*. Springer International Publishing, 2017, p. 367-380.
- [BA06] J. BRAUERS et T. AACH. « A Color Filter Array Based Multispectral Camera ». In : *12. Workshop Farbbildverarbeitung*. Sous la dir. de G. C. GROUP. Ilmenau, oct. 2006.
- [Cap+19] A. CAPPONI, C. FIANDRINO, B. KANTARCI, L. FOSCHINI, D. KLIAZOVICH et P. BOUVRY. « A survey on mobile crowdsensing systems : Challenges, solutions, and opportunities ». In : *IEEE Commun. Surveys Tuts.* 21.3 (2019), p. 2419-2465.
- [Car] I. CARRON. *The Advanced Matrix Factorization Jungle*. Dernier accès : 23/12/2022. URL : <https://sites.google.com/site/igorcarron2/matrixfactorizations>.
- [Cha+21] P. CHATELAIN, G. DELMAIRE, A. ALBOODY, M. PUIGT et G. ROUSSEL. « Semi-Automatic Spectral Image Stitching for a Compact Hybrid Linescan Hyperspectral Camera towards Near Field Remote Monitoring of Potato Crop Leaves ». In : *Sensors* 21.22 (nov. 2021).
- [Cha+22] P. CHATELAIN, G. DELMAIRE, M. PUIGT et G. ROUSSEL. « Inversion de réseaux de filtres de Fabry-Perot pour la restauration de cubes hyperspectraux ». In : *Actes du GRETSI*. Nancy, France, 2022, p. 858-888.

- [CZP22] W.-S. CHEN, Q. ZENG et B. PAN. « A survey of deep nonnegative matrix factorization ». In : *Neurocomputing* 491 (2022), p. 305-320.
- [Chr17] R. CHREIKY. « Informed Non-Negative Matrix Factorization for Source Apportionment ». Thèse de doct. Université du Littoral Côte d’Opale et University of Balamand, 2017.
- [Chr+16a] R. CHREIKY, G. DELMAIRE, C. DORFFER, M. PUIGT, G. ROUSSEL et A. ABCHE. « Robust informed split gradient NMF using  $\alpha\beta$ -divergence for source apportionment ». In : *Proc. IEEE MLSP’16*. 2016.
- [Chr+16b] R. CHREIKY, G. DELMAIRE, M. PUIGT, G. ROUSSEL et A. ABCHE. « Informed split gradient non-negative matrix factorization using Huber cost function for source apportionment ». In : *Proc. IEEE ISSPIT’16*. 2016.
- [Chr+15] R. CHREIKY, G. DELMAIRE, M. PUIGT, G. ROUSSEL, D. COURCOT et A. ABCHE. « Split Gradient Method for Informed Non-negative Matrix Factorization ». In : *Proc. LVA/ICA’15*. T. LNCS 9237. 2015, p. 376-383.
- [CCA11] A. CICHOCKI, S. CRUCES et S. AMARI. « Generalized Alpha-Beta divergences and their application to robust nonnegative matrix factorization ». In : *Entropy* 13 (2011), p. 134-170.
- [Cic+07] A. CICHOCKI, R. ZDUNEK, S. CHOI, R. PLEMMONS et S. AMARI. « Nonnegative tensor factorization using Alpha and Beta divergences ». In : *Proc. IEEE ICASSP’07*. T. 3. 2007, p. 1393-1396.
- [Cic+09] A. CICHOCKI, R. ZDUNEK, A. H. PHAN et S.-I. AMARI. *Nonnegative matrix and tensor factorizations : applications to exploratory multi-way data analysis and blind source separation*. John Wiley & Sons, 2009.
- [CZA07] A. CICHOCKI, R. ZDUNEK et S.-i. AMARI. « Hierarchical ALS algorithms for nonnegative matrix and 3D tensor factorization ». In : *International Conference on Independent Component Analysis and Signal Separation*. Springer. 2007, p. 169-176.
- [Cis+22a] C. T. CISSÉ, A. ALBOODY, M. PUIGT, G. ROUSSEL, V. VANTREPOTTE, C. JAMET et T. K. TRAN. « A New Deep Learning Method for Multispectral Image Time Series Completion Using Hyperspectral Data ». In : *Proc. IEEE ICASSP 2022*. Singapore, Singapore / Virtual, 2022, p. 1546-1550.
- [Cis+22b] C. T. CISSÉ, A. ALBOODY, M. PUIGT, G. ROUSSEL, V. VANTREPOTTE, C. JAMET et T. K. TRAN. « Complétion par apprentissage profond de séries temporelles d’images multi-spectrales à partir d’images hyper-spectrales ». In : *Actes du GRETSI*. Nancy, France, 2022, p. 1305-1308.
- [CW17] K. L. CLARKSON et D. P. WOODRUFF. « Low-rank approximation and regression in input sparsity time ». In : *Journal of the ACM (JACM)* 63.6 (2017), p. 1-45.
- [Coh22] J. COHEN. « Dictionary-Based Low-Rank Approximations and the Mixed Sparse Coding Problem ». In : *Frontiers in Applied Mathematics and Statistics* 8 (2022).

- [CCG09] S. COMERO, L. CAPITANI et B. M. GAWLIK. « Positive Matrix Factorisation (PMF) ». In : *JRC Sci. Technol. Rep* 59 (2009), p. 3-59.
- [CJ10] P. COMON et C. JUTTEN. *Handbook of blind source separation. Independent component analysis and applications*. Academic press, 2010.
- [CTM22] R. COUILLET, D. TRYSTRAM et T. MÉNISSIER. « The Submerged Part of the AI-Ceberg ». In : *IEEE Signal Process. Mag.* 39.5 (2022), p. 10-17.
- [dAc21] V. D'ACREMONT. *Technologies et santé : Quels compromis entre éthique, environnement et climat ? Analyse réflexive et expérience de terrain*. Conférence-débat « Comprendre et agir », [en ligne], [https://youtu.be/oKcy\\_cY0Q0w](https://youtu.be/oKcy_cY0Q0w). Dernier accès : 29/01/2023. Sept. 2021.
- [DV99] G. A. DARBELLAY et I. VAJDA. « Estimation of the information by an adaptive partitioning of the observation space ». In : *IEEE Trans. Inf. Theory* 45.4 (1999), p. 1315-1321.
- [Del+22] N. DEL BUONO, F. ESPOSITO, L. SELICATO et R. ZDUNEK. « Bi-level Optimization for hyperparameters in Nonnegative Matrix Factorizations ». In : *arXiv preprint arXiv :2203.13129* (2022).
- [DLR19] F. DELAINE, B. LEBENTAL et H. RIVANO. « In situ calibration algorithms for environmental sensor networks : A review ». In : *IEEE Sensors Journal* 19.15 (2019), p. 5968-5978.
- [Del+19] G. DELMAIRE, M. OMIÐVAR, M. PUIGT, F. LEDOUX, A. LIMEM, G. ROUSSEL et D. COURCOT. « Informed weighted non-negative matrix factorization using  $\alpha\beta$ -divergence applied to source apportionment ». In : *Entropy* 21.3 (2019), p. 253.
- [Del+10] G. DELMAIRE, G. ROUSSEL, D. HLEIS et F. LEDOUX. « Une version pondérée de la factorisation matricielle non négative pour l'identification de sources de particules atmosphériques : Application au littoral de la mer du Nord ». In : *Journal européen des systèmes automatisés* 44.4-5 (2010), p. 547-566.
- [Dev15] Y. DEVILLE. « Matrix factorization for bilinear blind source separation : Methods, separability and conditioning ». In : *Proc. EUSIPCO'15*. Août 2015, p. 1900-1904.
- [Dev+06] Y. DEVILLE, D. BISSESSUR, M. PUIGT, S. HOSSEINI et H. CARFANTAN. « A time-scale correlation-based blind separation method applicable to correlated sources ». In : *Proc. ESANN 2006*. Avr. 2006, p. 337-344.
- [DH07] Y. DEVILLE et S. HOSSEINI. « Blind identification and separation methods for linear-quadratic mixtures and/or linearly independent non-stationary signals ». In : *Proc. IEEE ISSPA 2007*. IEEE. 2007, p. 1-4.
- [Dev14] Y. DEVILLE. « Sparse component analysis : A general framework for linear and nonlinear blind source separation and mixture identification ». In : *Blind Source Separation*. Springer, 2014, p. 151-196.



- [DP07] Y. DEVILLE et M. PUIGT. « Temporal and time-frequency correlation-based blind source separation methods. Part I : Determined and underdetermined linear instantaneous mixtures ». In : *Signal Processing* 87.3 (2007), p. 374-407.
- [DPA04] Y. DEVILLE, M. PUIGT et B. ALBOUY. « Time-frequency blind signal separation : extended methods, performance evaluation for speech sources ». In : *Proc. IEEE IJCNN 2004*. T. 1. IEEE. 2004, p. 255-260.
- [Dij+18] K. DIJKSTRA, J. van de LOOSDRECHT, L. R. B. SCHOMAKER et M. A. WIERING. « Hyper-spectral demosaicking and crosstalk correction using deep learning ». In : *Machine Vision and Applications* 30.1 (juill. 2018), p. 1-21.
- [DLJ10] C. H. Q. DING, T. LI et M. I. JORDAN. « Convex and semi-nonnegative matrix factorizations ». In : *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 32.1 (2010), p. 45-55.
- [DLJ08] C. H. DING, T. LI et M. I. JORDAN. « Convex and semi-nonnegative matrix factorizations ». In : *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 32.1 (2008), p. 45-55.
- [DMM04] A. DIONISIO, R. MENEZES et D. A. MENDES. « Mutual information : a measure of dependency for nonlinear time series ». In : *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications* 344.1-2 (2004), p. 326-329.
- [DS04] D. DONOHO et V. STODDEN. « When does non-negative matrix factorization give a correct decomposition into parts ? » In : *Proc. NIPS'04*. 2004, p. 1141-1148.
- [Dor17] C. DORFFER. « Méthodes informées de factorisation matricielle pour l'étalonnage de réseaux de capteurs mobiles et la cartographie de champs de pollution ». Thèse de doct. Université du Littoral Côte d'Opale, 2017.
- [Dor+15] C. DORFFER, M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « Blind Calibration of Mobile Sensors Using Informed Nonnegative Matrix Factorization ». In : *Proc. LVA-ICA'15*. T. 9237. LNCS. 2015, p. 497-505.
- [Dor+16a] C. DORFFER, M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « Blind mobile sensor calibration using a nonnegative matrix factorization with a relaxed rendezvous model ». In : *Proc. IEEE ICASSP'16*. Mars 2016, p. 2941-2945.
- [Dor+16b] C. DORFFER, M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « Nonlinear Mobile Sensor Calibration Using Informed Semi-Nonnegative Matrix Factorization With a Vandermonde Factor ». In : *Proc. IEEE SAM'16*. Juill. 2016.
- [Dor+17a] C. DORFFER, M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « Fast nonnegative matrix factorization and completion using Nesterov iterations ». In : *Proc. LVA/ICA'17*. T. LNCS 10179. 2017, p. 26-35.
- [Dor+17b] C. DORFFER, M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « Outlier-robust calibration method for sensor networks ». In : *Proc. IEEE ECMSM'17*. 2017.

- [Dor+18] C. DORFFER, M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « Informed Nonnegative Matrix Factorization Methods for Mobile Sensor Network Calibration ». In : *IEEE Trans. Signal Inf. Process. Netw.* 4.4 (déc. 2018), p. 667-682.
- [DM16] P. DRINEAS et M. W. MAHONEY. « RandNLA : randomized numerical linear algebra ». In : *Communications of the ACM* 59.6 (2016), p. 80-90.
- [Dua+12] L. T. DUARTE, R. A. ANDO, R. ATTUX, Y. DEVILLE et C. JUTTEN. « Separation of sparse signals in overdetermined linear-quadratic mixtures ». In : *Proc. LVA/ICA 2012*. Springer. 2012, p. 239-246.
- [DJ08] L. T. DUARTE et C. JUTTEN. « A nonlinear source separation approach for the Nicolsky-Eisenman model ». In : *Proc. EUSIPCO 2008*. IEEE. 2008, p. 1-5.
- [Eri+19] N. B. ERICHSON, L. MATHELIN, J. N. KUTZ et S. L. BRUNTON. « Randomized dynamic mode decomposition ». In : *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems* 18.4 (2019), p. 1867-1891.
- [Eri+18] N. B. ERICHSON, A. MENDIBLE, S. WIHLBORN et J. N. KUTZ. « Randomized Nonnegative Matrix Factorization ». In : *Pattern Recognition Letters* (2018).
- [Fer+18] H. FERREBOEUF, Z. KAHRAMAN, M. EFOUI-HESS, F. BERTHOUD, P. BIHOUIX, P. FABRE, D. KAPLAN, L. LEFÈVRE, A. MONNIN, O. RIDOUX et al. « LEAN ICT—Pour une sobriété numérique ». In : *Rapport Intermédiaire du Groupe de Travail—The Shift Project; Agence française de développement and the Caisse des Dépôts : Paris, France* (2018).
- [FBD09] C. FÉVOTTE, N. BERTIN et J.-L. DURRIEU. « Nonnegative matrix factorization with the Itakura-Saito divergence. With application to music analysis ». In : *Neural Computation* 21.3 (mars 2009), p. 793-830.
- [FD15] C. FÉVOTTE et N. DOBIGEON. « Nonlinear hyperspectral unmixing with robust nonnegative matrix factorization ». In : *IEEE Trans. Image Process.* 24.12 (déc. 2015), p. 4810-4819.
- [FD04] C. FÉVOTTE et C. DONCARLI. « Two contributions to blind source separation using time-frequency distributions ». In : *IEEE Signal Process. Lett.* 11.3 (2004), p. 386-389.
- [FI11] C. FÉVOTTE et J. IDIER. « Algorithms for nonnegative matrix factorization with the beta-divergence ». In : *Neural computation* 23.9 (2011), p. 2421-2456.
- [Fu+15] X. FU, W.-K. MA, K. HUANG et N. D. SIDIROPOULOS. « Blind separation of quasi-stationary sources : Exploiting convex geometry in covariance domain ». In : *IEEE Trans. Signal Process.* 63.9 (2015), p. 2306-2320.
- [Gee+15] B. GEELEN, C. BLANCH, P. GONZALEZ, N. TACK et A. LAMBRECHTS. « A tiny VIS-NIR snapshot multispectral camera ». In : *Advanced Fabrication Technologies for Micro/Nano Optics and Photonics VIII*. Sous la dir. de G. von FREYMAN, W. V. SCHOENFELD, R. C. RUMPF et H. HELVAJIAN. SPIE, mars 2015.

- [GTL14] B. GEELLEN, N. TACK et A. LAMBRECHTS. « A compact snapshot multispectral imager with a monolithically integrated per-pixel filter mosaic ». In : *Advanced Fabrication Technologies for Micro/Nano Optics and Photonics VII*. Sous la dir. de G. von FREYMAN, W. V. SCHOENFELD et R. C. RUMPF. SPIE, mars 2014.
- [GS22] K. GHALAMKARI et M. SUGIYAMA. « Fast Rank-1 NMF for Missing Data with KL Divergence ». In : *International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*. PMLR. 2022, p. 2927-2940.
- [Gil14] N. GILLIS. « The why and how of nonnegative matrix factorization ». In : *Regularization, Optimization, Kernels, and Support Vector Machines*. Chapman et Hall/CRC, 2014, p. 257-291.
- [GG11] N. GILLIS et F. GLINEUR. « Low-rank matrix approximation with weights or missing data is NP-hard ». In : *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications* 32.4 (2011), p. 1149-1165.
- [GLT+21] N. GILLIS, V. LEPLAT, V. TAN et al. « Distributionally robust and multi-objective nonnegative matrix factorization ». In : *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* (2021).
- [Gon+18] M. GONG, X. JIANG, H. LI et K. C. TAN. « Multiobjective sparse non-negative matrix factorization ». In : *IEEE Trans. Cybern.* 49.8 (2018), p. 2941-2954.
- [Gri+21] R. GRIBONVAL, A. CHATALIC, N. KERIVEN, V. SCHELLEKENS, L. JACQUES et P. SCHNITER. « Sketching data sets for large-scale learning : Keeping only what you need ». In : *IEEE Signal Process. Mag.* 38.5 (2021), p. 12-36.
- [Gri+12] A. GRIFFIN, D. PAVLIDI, M. PUIGT et A. MOUCHTARIS. « Real-time multiple speaker DOA estimation in a circular microphone array based on matching pursuit ». In : *Proc. EUSIPCO 2012*. Bucharest, Romania, août 2012, p. 2303-2307.
- [Gru] GRUPO DE INTELIGENCIA COMPUTACIONAL, UPV/EHU. *Hyperspectral Imagery Synthesis (EIAs) toolbox*. [http://www.ehu.es/ccwintco/index.php/Hyperspectral\\_Imagery\\_Synthesis\\_tools\\_for\\_MATLAB](http://www.ehu.es/ccwintco/index.php/Hyperspectral_Imagery_Synthesis_tools_for_MATLAB), Last accessed : 2022-02-25. Spain.
- [Gua+12] N. GUAN, D. TAO, Z. LUO et B. YUAN. « NeNMF : An optimal gradient method for nonnegative matrix factorization ». In : *IEEE Trans. Signal Process.* 60.6 (2012), p. 2882-2898.
- [GVS03] D. GUILLAMET, J. VITRIA et B. SCHIELE. « Introducing a weighted non-negative matrix factorization for image classification ». In : *Pattern Recognition Letters* 24.14 (2003), p. 2447-2454.
- [GBV01] D. GUILLAMET, M. BRESSAN et J. VITRIA. « A weighted non-negative matrix factorization for local representations ». In : *Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. CVPR 2001*. T. 1. IEEE. 2001, p. I-I.
- [HRS19] T. A. HABTEGEBRIAL, G. REIS et D. STRICKER. « Deep Convolutional Networks For Snapshot Hyperspectral Demosaicking ». In : *Proc. IEEE WHISPERS'19*. Sept. 2019.

- [Had+] A. HADIR, A. ALBOODY, M. PUIGT, G. ROUSSEL, V. VANTREPOTTE, C. JAMET et T. K. TRAN. *S2S3-STFGAN : a GAN-based spatio-temporal fusion method for Sentinel-2 and Sentinel-3 data*. preprint.
- [HGP18] W. HAENSCH, T. GOKMEN et R. PURI. « The next generation of deep learning hardware : Analog computing ». In : *Proc. IEEE* 107.1 (2018), p. 108-122.
- [HMT11] N. HALKO, P.-G. MARTINSSON et J. A. TROPP. « Finding structure with randomness : Probabilistic algorithms for constructing approximate matrix decompositions ». In : *SIAM review* 53.2 (2011), p. 217-288.
- [HJA85] J. HÉRAULT, C. JUTTEN et B. ANS. « Détection de grandeurs primitives dans un message composite par une architecture de calcul neuromimétique en apprentissage non supervisé ». In : *Actes du GRETSI 1985*. Nice, France, 1985, p. 1017-1022.
- [Hes+21] D. HESSLOW, A. CAPPELLI, I. CARRON, L. DAUDET, R. LAFARGUE, K. MÜLLER, R. OHANA, G. PARIENTE et I. POLI. *Photonic co-processors in HPC : using LightOn OPUs for Randomized Numerical Linear Algebra*. 2021. URL : <https://arxiv.org/abs/2104.14429>.
- [HB+92] F. HLAWATSCH, G. F. BOUDREAUX-BARTELS et al. « Linear and quadratic time-frequency signal representations ». In : *IEEE Signal Process. Mag.* 9.2 (1992), p. 21-67.
- [Ho08] N.-D. HO. « Non negative matrix factorization algorithms and applications ». Phd Thesis. Université Catholique de Louvain, 2008.
- [Hof99] T. HOFMANN. « Probabilistic latent semantic analysis ». In : *Proc. Uncertainty in Artificial Intelligence*. 1999, p. 289-296.
- [Hop16] P. K. HOPKE. « Review of receptor modeling methods for source apportionment ». In : *Journal of the Air & Waste Management Association* 66.3 (2016), p. 237-259.
- [Hoy02] P. O. HOYER. « Non-negative sparse coding ». In : *Proc. IEEE NNSP'02*. 2002, p. 557-565.
- [HKO01] A. HYVÄRINEN, J. KARHUNEN et E. OJA. *Independent Component Analysis*. New York : Wiley-Interscience, 2001.
- [JRL23] P. JACQUET, R. ROUYOY et T. LEDOUX. *La chasse au gaspillage dans le cloud et les data centers*. The Conversation, [en ligne], <https://theconversation.com/la-chasse-au-gaspillage-dans-le-cloud-et-les-data-centers-196669>, dernier accès : 29 janvier 2023. Jan. 2023.
- [JL84] W. B. JOHNSON et J. LINDENSTRAUSS. « Extensions of Lipschitz mappings into a Hilbert space ». In : *Contemp. Math.* 26 (1984), p. 189-206.
- [KPW16] M. KAPRALOV, V. POTLURU et D. WOODRUFF. « How to fake multiply by a Gaussian matrix ». In : *Proc. ICML 2016*. 2016, p. 2101-2110.

- [Kar+19] F. KARAGULIAN, M. BARBIERE, A. KOTSEV, L. SPINELLE, M. GERBOLES, F. LAGLER, N. REDON, S. CRUNAIRE et A. BOROWIAK. « Review of the Performance of Low-Cost Sensors for Air Quality Monitoring ». In : *Atmosphere* 10.9 (2019).
- [KS07] A. KARBASI et A. SUGIYAMA. « A new DOA estimation method using a circular microphone array ». In : *Proc. EUSIPCO 2007*. IEEE. 2007, p. 778-782.
- [Kar+12] M. S. KAROUI, Y. DEVILLE, S. HOSSEINI et A. OUAMRI. « Blind spatial unmixing of multispectral images : New methods combining sparse component analysis, clustering and non-negativity constraints ». In : *Pattern Recognition* 45.12 (2012), p. 4263-4278.
- [Kas18] H. KASAI. « Stochastic variance reduced multiplicative update for nonnegative matrix factorization ». In : *Proc. IEEE ICASSP 2018*. IEEE. 2018, p. 6338-6342.
- [Kfo13] A. KFOURY. « Origin and physicochemical behaviour of atmospheric PM<sub>2.5</sub> in cities located in the area of the Nord-Pas-de-Calais region, France ». Thèse de doct. Université du Littoral Côte d'Opale, 2013.
- [KSD07] D. KIM, S. SRA et I. S. DHILLON. « Fast Newton-type methods for the least squares nonnegative matrix approximation problem ». In : *Proc. ICDM 2007*. SIAM. 2007, p. 343-354.
- [KP08] H. KIM et H. PARK. « Nonnegative matrix factorization based on alternating nonnegativity constrained least squares and active set method ». In : *SIAM journal on matrix analysis and applications* 30.2 (2008), p. 713-730.
- [KHP14] J. KIM, Y. HE et H. PARK. « Algorithms for nonnegative matrix and tensor factorizations : A unified view based on block coordinate descent framework ». In : *Journal of Global Optimization* 58.2 (2014), p. 285-319.
- [KC09] Y.-D. KIM et S. CHOI. « Weighted nonnegative matrix factorization ». In : *Proc. IEEE ICASSP 2009*. IEEE. 2009, p. 1541-1544.
- [KC76] C. KNAPP et G. CARTER. « The generalized correlation method for estimation of time delay ». In : *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.* 24.4 (1976), p. 320-327.
- [KBV09] Y. KOREN, R. BELL et C. VOLINSKY. « Matrix Factorization Techniques for Recommender Systems ». In : *Computer* 42.8 (août 2009), p. 30-37.
- [KSG04] A. KRASKOV, H. STÖGBAUER et P. GRASSBERGER. « Estimating mutual information ». In : *Physical review E* 69.6 (2004), p. 066138.
- [KV96] H. KRIM et M. VIBERG. « Two decades of array signal processing research : the parametric approach ». In : *IEEE Signal Process. Mag.* 13.4 (1996), p. 67-94.
- [KS15] A. KUMAR et V. SINDHWANI. « Near-separable non-negative matrix factorization with  $\ell_1$  and Bregman loss functions ». In : *Proc. SIAM ICDM 2015*. SIAM. 2015, p. 343-351.
- [Lan+10] H. LANTÉRI, C. THEYS, C. RICHARD et C. FÉVOTTE. « Split Gradient Method for Nonnegative Matrix Factorization ». In : *Proc. EUSIPCO'10*. 2010.

- [LS99] D. LEE et H. SEUNG. « Learning the parts of objects by non negative matrix factorization ». In : *Nature* 401.6755 (1999), p. 788-791.
- [LS01] D. D. LEE et H. S. SEUNG. « Algorithms for Non-negative Matrix Factorization ». In : *Proc. NIPS'01*. Sous la dir. de T. K. LEEN, T. G. DIETTERICH et V. TRESP. MIT Press, 2001, p. 556-562.
- [LJ09] E. A. LEHMANN et A. M. JOHANSSON. « Diffuse reverberation model for efficient image-source simulation of room impulse responses ». In : *IEEE Audio, Speech, Language Process.* 18.6 (2009), p. 1429-1439.
- [Li+18] C. LI, H. FARKHOOR, R. LIU et J. YOSINSKI. « Measuring the intrinsic dimension of objective landscapes ». In : *Proc. ICLR 2018*. 2018.
- [LHC06] P. LI, T. J. HASTIE et K. W. CHURCH. « Very sparse random projections ». In : *Proc. ACM SIGKDD'06*. 2006, p. 287-296.
- [LP10] X. LI et Y. PANG. « Deterministic Column-Based Matrix Decomposition ». In : *IEEE Trans. Knowl. Data Eng.* 22.1 (jan. 2010), p. 145-149.
- [Lim14] A. LIMEM. « Méthodes informées de factorisation matricielle non-négative. Application à l'identification de sources de particules industrielles ». Thèse de doct. Université du Littoral Côte d'Opale, 2014.
- [Lim+13] A. LIMEM, G. DELMAIRE, M. PUIGT, G. ROUSSEL et D. COURCOT. « Non-negative matrix factorization using weighted beta divergence and equality constraints for industrial source apportionment ». In : *Proc. IEEE MLSP'13*. 2013.
- [Lim+14a] A. LIMEM, G. DELMAIRE, M. PUIGT, G. ROUSSEL et D. COURCOT. « Non-negative matrix factorization under equality constraints—a study of industrial source identification ». In : *Applied Numerical Mathematics* 85 (nov. 2014), p. 1-15.
- [Lim+14b] A. LIMEM, M. PUIGT, G. DELMAIRE, G. ROUSSEL et D. COURCOT. « Bound constrained weighted NMF for industrial source apportionment ». In : *Proc. IEEE MLSP 2014*. Reims, France, 2014.
- [Lin07] C.-J. LIN. « Projected Gradients Methods for Non-Negative Matrix Factorization ». In : *Neural Computation* 19 (2007), p. 2756-2779.
- [Liu+10] C. LIU, H.-c. YANG, J. FAN, L.-W. HE et Y.-M. WANG. « Distributed nonnegative matrix factorization for web-scale dyadic data analysis on MapReduce ». In : *Proceedings of the 19th international conference on World wide web*. 2010, p. 681-690.
- [Ma+14] W.-K. MA, J. M. BIOUSCAS-DIAS, T.-H. CHAN, N. GILLIS, P. GADER, A. J. PLAZA, A. AMBIKAPATHI et C.-Y. CHI. « A Signal Processing Perspective on Hyperspectral Unmixing ». In : *IEEE Signal Process. Mag.* (jan. 2014), p. 67-81.

- [Maa+16] B. MAAG, O. SAUKH, D. HASENFRATZ et L. THIELE. « Pre-Deployment Testing, Augmentation and Calibration of Cross-Sensitive Sensors ». In : *Proc. EWSN*. 2016, p. 169-180.
- [MZT18] B. MAAG, Z. ZHOU et L. THIELE. « A survey on sensor calibration in air pollution monitoring deployments ». In : *IEEE Internet of Things Journal* 5.6 (2018), p. 4857-4870.
- [Mah11] M. W. MAHONEY. « Randomized Algorithms for Matrices and Data ». In : *Foundations and Trends® in Machine Learning* 3.2 (2011), p. 123-224.
- [Meg+11] I. MEGANEM, Y. DEVILLE, S. HOSSEINI, P. DELIOT, X. BRIOTTET et L. T. DUARTE. « Linear-quadratic and polynomial Non-Negative Matrix Factorization ; application to spectral unmixing ». In : *Signal Processing Conference, 2011 19th European*. Août 2011, p. 1859-1863.
- [Meg+14] I. MEGANEM, Y. DEVILLE, S. HOSSEINI, P. DÉLIOT et X. BRIOTTET. « Linear-quadratic blind source separation Using NMF to unmix urban hyperspectral images ». In : *IEEE Trans. Signal Process.* 62.7 (avr. 2014), p. 1822-1833.
- [MDP10] I. MEGANEM, Y. DEVILLE et M. PUIGT. « Blind separation methods based on correlation for sparse possibly-correlated images ». In : *Proc. IEEE ICASSP'10*. 2010, p. 1334-1337.
- [Mia+06] L. MIAO, H. QI, R. RAMANATH et W. SNYDER. « Binary Tree-based Generic Demosaicking Algorithm for Multispectral Filter Arrays ». In : *IEEE Trans. Image Process.* 15.11 (nov. 2006), p. 3550-3558.
- [Mih+17] S. MIHOUBI, O. LOSSON, B. MATHON et L. MACAIRE. « Multispectral Demosaicing Using Pseudo-Panchromatic Image ». In : *IEEE Trans. Comput. Imaging* 3.4 (déc. 2017), p. 982-995.
- [Miz+14] J. MIZUTANI, S. S. OGAWA, K. SHINODA, M. HASEGAWA et S. KATO. « Multispectral demosaicking algorithm based on inter-channel correlation ». In : *Proc. IEEE VCIP'14*. 2014, p. 474-477.
- [Mor+22] T. MOREAU, M. MASSIAS, A. GRAMFORT, P. ABLIN, P.-A. BANNIER, B. CHARLIER, M. DAGRÉOU, T. DUPRÉ LA TOUR, G. DURIF, C. F. DANTAS, Q. KLOPFENSTEIN, J. LARSSON, E. LAI, T. LEFORT, B. MALÉZIEUX, B. MOUFAD, B. T. NGUYEN, A. RAKATOMAMONJY, Z. RAMZI, J. SALMON et S. VAITER. « Benchopt : Reproducible, efficient and collaborative optimization benchmarks ». In : *Proc. NeurIPS 2022*. 2022.
- [Nai+08] F. M. NAINI, G. H. MOHIMANI, M. BABAIE-ZADEH et C. JUTTEN. « Estimating the mixing matrix in Sparse Component Analysis (SCA) based on partial k-dimensional subspace clustering ». In : *Neurocomputing* 71.10-12 (2008), p. 2330-2343.
- [Nam+13] S. NAM, M. E. DAVIES, M. ELAD et R. GRIBONVAL. « The cospase analysis model and algorithms ». In : *Applied and Computational Harmonic Analysis* 34.1 (2013), p. 30-56.
- [NB05] J. M. P. NASCIMENTO et J. M. BIOUSCAS-DIAS. « Vertex component analysis : a fast algorithm to unmix hyperspectral data ». In : *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 43.4 (2005), p. 898-910.

- [NSO10] F. NESTA, P. SVAIZER et M. OMOLOGO. « Convolutional BSS of short mixtures by ICA recursively regularized across frequencies ». In : *IEEE Audio, Speech, Language Process.* 19.3 (2010), p. 624-639.
- [NKC20] R. NISHANT, M. KENNEDY et J. CORBETT. « Artificial intelligence for sustainability : Challenges, opportunities, and a research agenda ». In : *International Journal of Information Management* 53 (2020), p. 102104.
- [PT94] P. PAATERO et U. TAPPER. « Positive matrix factorization : a non negative factor model with optimal utilization of error estimates of data values ». In : *Environmetrics* 5.2 (1994), p. 111-126.
- [Pan+20] Z. PAN, B. LI, H. CHENG et Y. BAO. « Joint Demosaicking and Denoising for CFA and MSFA Images Using a Mosaic-Adaptive Dense Residual Network ». In : *Computer Vision – ECCV 2020 Workshops*. Springer International Publishing, 2020, p. 647-664.
- [Pat+21] D. PATTERSON, J. GONZALEZ, Q. LE, C. LIANG, L.-M. MUNGUIA, D. ROTHCHILD, D. SO, M. TEXIER et J. DEAN. « Carbon emissions and large neural network training ». In : *arXiv preprint arXiv :2104.10350* (2021).
- [Pau+04] V. P. PAUCA, F. SHAHNAZ, M. W. BERRY et R. J. PLEMMONS. « Text mining using non-negative matrix factorizations ». In : *Proc. SIAM ICDM'04*. 2004, p. 452-456.
- [Pav+12a] D. PAVLIDI, A. GRIFFIN, M. PUIGT et A. MOUCHTARIS. « Source counting in real-time sound source localization using a circular microphone array ». In : *Proc. IEEE SAM 2012*. Hoboken, NJ, USA, juin 2012, p. 529-532.
- [Pav+13] D. PAVLIDI, A. GRIFFIN, M. PUIGT et A. MOUCHTARIS. « Real-time multiple sound source localization and counting using a circular microphone array ». In : *IEEE Audio, Speech, Language Process.* 21.10 (oct. 2013), p. 2193-2206.
- [Pav+12b] D. PAVLIDI, M. PUIGT, A. GRIFFIN et A. MOUCHTARIS. « Real-time multiple sound source localization using a circular microphone array based on single-source confidence measures ». In : *Proc. IEEE ICASSP 2012*. Kyoto, Japan, mars 2012, p. 2625-2628.
- [PC01] D.-T. PHAM et J.-F. CARDOSO. « Blind separation of instantaneous mixtures of nonstationary sources ». In : *IEEE Transactions on signal processing* 49.9 (2001), p. 1837-1848.
- [Pic+17] J. PICHETTE, T. GOOSSENS, K. VUNCKX et A. LAMBRECHTS. « Hyperspectral calibration method For CMOS-based hyperspectral sensors ». In : *Photonic Instrumentation Engineering IV*. Sous la dir. d'Y. G. SOSKIND et C. OLSON. T. 10110. International Society for Optics et Photonics. SPIE, 2017, 101100H.
- [Plo+14] M. PLOUVIN, A. LIMEM, M. PUIGT, G. DELMAIRE, G. ROUSSEL et D. COURCOT. « Enhanced NMF initialization using a physical model for pollution source apportionment ». In : *Proc. ESANN 2014*. Brugge, Belgium, 2014, p. 261-266.



- [Pui07] M. PUIGT. « Méthodes de séparation aveugle de sources fondées sur des transformées temps-fréquence. Application à des signaux de parole ». Thèse de doct. Université Toulouse III – Paul Sabatier, 2007.
- [Pui+09] M. PUIGT, O. BERNÉ, R. GUIDARA, Y. DEVILLE, S. HOSSEINI et C. JOBLIN. « Cross-validation of blindly separated interstellar dust spectra ». In : *Proc. ECMS 2009*. 2009, p. 41-48.
- [PBD22] M. PUIGT, B. BIGOT et H. DEVULDER. « Apport de la séparation de sources au traitement des signaux audiophoniques issus de « boîtes noires aéronautiques » ». In : *Actes du GRETSI*. Nancy, France, 2022, p. 1001-1004.
- [PDR17] M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « Environmental signal processing : new trends and applications ». In : *Proc. ESANN'17*. 2017, p. 205-214.
- [PD09] M. PUIGT et Y. DEVILLE. « Iterative-Shift Cluster-Based Time-Frequency BSS for Fractional-Time-Delay Mixtures ». In : *Proc. ICA 2009*. Sous la dir. de S.-V. B. HEIDELBERG. T. LNCS 5441. Paraty, Brazil, mars 2009, p. 306-313.
- [PGM11] M. PUIGT, A. GRIFFIN et A. MOUCHTARIS. « Post-nonlinear speech mixture identification using single-source temporal zones & curve clustering ». In : *Proc. EUSIPCO 2011*. Barcelona, Spain, 2011, p. 1844-1848.
- [PGM12a] M. PUIGT, A. GRIFFIN et A. MOUCHTARIS. « Nonlinear blind mixture identification using local source sparsity and functional data clustering ». In : *Proc. IEEE SAM 2012*. Hoboken, NJ, USA, juin 2012, p. 489-492.
- [PGM12b] M. PUIGT, A. GRIFFIN et A. MOUCHTARIS. *Post-nonlinear sparse component analysis using single-source zones and functional data clustering*. preprint non-publié. 2012. URL : <https://arxiv.org/abs/1204.1085>.
- [PVD09] M. PUIGT, E. VINCENT et Y. DEVILLE. « Validity of the Independence Assumption for the Separation of Instantaneous and Convolutional Mixtures of Speech and Music Sources ». In : *Proc. ICA 2009*. Sous la dir. de S.-V. B. HEIDELBERG. T. LNCS 5441. Paraty, Brazil, mars 2009, p. 613-620.
- [Pui+13] M. PUIGT, E. VINCENT, Y. DEVILLE, A. GRIFFIN et A. MOUCHTARIS. « Effects of audio coding on ICA performance : an experimental study ». In : *Proc. IEEE ECMSM 2013*. Toulouse, France, juin 2013, p. 24-26.
- [PD05] M. PUIGT et Y. DEVILLE. « Time-frequency ratio-based blind separation methods for attenuated and time-delayed sources ». In : *Mechanical Systems and Signal Processing* 19.6 (2005), p. 1348-1379.
- [PD06a] M. PUIGT et Y. DEVILLE. « A time-frequency correlation-based blind source separation method for time-delayed mixtures ». In : *Proc. IEEE ICASSP 2006*. T. 5. IEEE. 2006, p. V-853-V-856.

- [PD06b] M. PUIGT et Y. DEVILLE. « Two time-frequency ratio-based blind source separation methods for time-delayed mixtures ». In : *Proc. ICA 2006*. Sous la dir. de SPRINGER-VERLAG. T. LNCS 3889. Charleston, South Carolina, USA, mars 2006, p. 682-690.
- [PD07] M. PUIGT et Y. DEVILLE. « A new time-frequency correlation-based source separation method for attenuated and time-shifted mixtures ». In : *Proc. ECMS 2007*. 2007, p. 34-39.
- [RS05] J. RAMSAY et B. SILVERMAN. *Functional data analysis*. Springer-Verlag, 2005.
- [RY02] S. RICKARD et O. YILMAZ. « On the approximate W-disjoint orthogonality of speech ». In : *Proc. IEEE ICASSP 2002*. T. 1. IEEE. 2002, p. I-529.
- [Saa+16] A. SAADE, F. CALTAGIRONE, I. CARRON, L. DAUDET, A. DRÉMEAU, S. GIGAN et F. KRZAKALA. « Random projections through multiple optical scattering : Approximating Kernels at the speed of light ». In : *Proc. ICASSP'16*. 2016, p. 6215-6219.
- [Sap+22] B. SAPPER, D. HENZE, M. CANAGARATNA et H. STARK. « Positive Matrix Factorization of Large Aerosol Mass Spectrometry Datasets Using Error-Weighted Randomized Hierarchical Alternating Least Squares ». In : *EGUsphere* (2022), p. 1-49.
- [SHT15] O. SAUKH, D. HASENFRATZ et L. THIELE. « Reducing multi-hop calibration errors in large-scale mobile sensor networks ». In : *Proceedings of the 14th International Conference on Information Processing in Sensor Networks*. 2015, p. 274-285.
- [Sau+14] O. SAUKH, D. HASENFRATZ, C. WALSER et L. THIELE. « On rendezvous in mobile sensing networks ». In : *Real-World Wireless Sensor Networks*. Springer, 2014, p. 29-42.
- [SPL11] R. SCHACHTNER, G. PÖPPEL et E. W. LANG. « Towards unique solutions of non-negative matrix factorization problems by a determinant criterion ». In : *Digital Signal Processing* 21.4 (2011), p. 528-534.
- [SW53] I. J. SCHOENBERG et A. WHITNEY. « On Pólya frequency functions. III. The positivity of translation determinants with an application to the interpolation problem by spline curves ». In : *Transactions of the American Mathematical Society* 74.2 (1953), p. 246-259.
- [SH08] S. SCHULZ et T. HERFET. « On the window-disjoint-orthogonality of speech sources in reverberant humanoid scenarios ». In : *Proc. DAFx'08*. 2008, p. 241-248.
- [SS15] SEMICONDUCTOR INDUSTRY ASSOCIATION et SEMICONDUCTOR RESEARCH CORPORATION. *Rebooting the IT revolution : a call to action*. rapport, [en ligne], <https://www.src.org/newsroom/rebooting-the-it-revolution.pdf>, dernier accès : 18/01/2023. Sept. 2015.
- [SER16] R. SERIZEL, S. ESSID et G. RICHARD. « Mini-batch stochastic approaches for accelerated multiplicative updates in nonnegative matrix factorisation with beta-divergence ». In : *Proc. IEEE MLSP 2016*. IEEE. 2016, p. 1-6.

- [Sha+19] V. SHARAN, K. S. TAI, P. BAILIS et G. VALIANT. « Compressed factorization : Fast and accurate low-rank factorization of compressively-sensed data ». In : *International Conference on Machine Learning*. 2019, p. 5690-5700.
- [Sha06] SHARP CORP. *GP2Y1010AU0F compact optical dust sensor*. Datasheet. 2006.
- [SRJ05] N. SREBRO, J. RENNIE et T. S. JAAKKOLA. « Maximum-margin matrix factorization ». In : *Advances in neural information processing systems*. 2005, p. 1329-1336.
- [Sté22] A. STÉPHANT. « Transition énergétique : une nécessaire intégration des impacts environnementaux de l'industrie minière ». In : *Revue internationale et stratégique* 128 (avr. 2022), p. 95-103.
- [Sui+20] X. SUI, Q. WU, J. LIU, Q. CHEN et G. GU. « A review of optical neural networks ». In : *IEEE Access* 8 (2020), p. 70773-70783.
- [SSG11] M. SWARTLING, B. SÄLLBERG et N. GRBIĆ. « Source localization for multiple speech sources using low complexity non-parametric source separation and clustering ». In : *Signal Processing* 91.8 (2011), p. 1781-1788.
- [SL09] Z. SZABÓ et A. LÓRINCZ. « Fast parallel estimation of high dimensional information theoretical quantities with low dimensional random projection ensembles ». In : *Proc. ICA 2009*. Springer. 2009, p. 146-153.
- [SC21] S. SZYMKOWIAK et J. CREUSIER. « Le bien-être au travail conçu et ressenti par les salariés japonais. Convergences et divergences avec les salariés français et américains ». In : *Revue internationale de psychosociologie et de gestion des comportements organisationnels* 27.68 (2021), p. 101-125.
- [TS16] M. TEPPER et G. SAPIRO. « Compressed Nonnegative Matrix Factorization Is Fast and Accurate ». In : *IEEE Trans. Signal Process.* 64.9 (mai 2016), p. 2269-2283.
- [TA04] F. J. THEIS et S.-I. AMARI. « Postnonlinear overcomplete blind source separation using sparse sources ». In : *Proc. ICA 2004*. Springer. 2004, p. 718-725.
- [TGC06] F. J. THEIS, P. GEORGIEV et A. CICHOCKI. « Robust sparse component analysis based on a generalized Hough transform ». In : *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* 2007 (2006), p. 1-13.
- [Tia+19] Y. TIAN, X. ZHANG, C. WANG et Y. JIN. « An evolutionary algorithm for large-scale sparse multiobjective optimization problems ». In : *IEEE Trans. Evol. Comput.* 24.2 (2019), p. 380-393.
- [Top+20] K. TOPOUZELIS, D. PAPAGEORGIOU, A. KARAGAITANAKIS, A. PAPAKONSTANTINOY et M. ARIAS BALLESTEROS. « Remote sensing of sea surface artificial floating plastic targets with Sentinel-2 and unmanned aerial systems (plastic litter project 2019) ». In : *Remote Sensing* 12.12 (2020), p. 2013.

- [Tré20] T. TRÉBAOL. *CUMULATOR – a tool to quantify and report the carbon footprint of machine learning computations and communication in academia and healthcare*. Rapp. tech. EPFL, 2020, p. 45.
- [Tri+16] A. TRIVEDI, D. SRINIVASAN, K. SANYAL et A. GHOSH. « A survey of multiobjective evolutionary algorithms based on decomposition ». In : *IEEE Trans. Evol. Comput.* 21.3 (2016), p. 440-462.
- [Tro06] J. A. TROPP. « Algorithms for simultaneous sparse approximation. Part II : Convex relaxation ». In : *Signal Processing* 86.3 (2006), p. 589-602.
- [Tsa+19] G. TSAGKATAKIS, M. BLOEMEN, B. GEELLEN, M. JAYAPALA et P. TSAKALIDES. « Graph and Rank Regularized Matrix Recovery for Snapshot Spectral Image Demosaicing ». In : *IEEE Trans. Comput. Imaging* 5.2 (juin 2019), p. 301-316.
- [ ] *U.S. Geological Survey (USGS) spectral library*. <https://www.usgs.gov/labs/spectroscopy-lab/science/spectral-library>, Last accessed : 2022-10-24. USA.
- [UT19] M. UDELL et A. TOWNSEND. « Why Are Big Data Matrices Approximately Low Rank ? » In : *SIAM Journal on Mathematics of Data Science* 1.1 (2019), p. 144-160.
- [vPv09] L. VAN DER MAATEN, E. POSTMA et J. VAN DEN HERIK. « Dimensionality reduction : a comparative review ». In : *J Mach Learn Res* 10.66-71 (2009), p. 13.
- [vS06] S. VAN VAERENBERGH et I. SANTAMARÍA. « A spectral clustering approach to underdetermined postnonlinear blind source separation of sparse sources ». In : *IEEE Transactions on Neural Networks* 17.3 (2006), p. 811-814.
- [Vin07] E. VINCENT. « Complex nonconvex lp norm minimization for underdetermined source separation ». In : *Proc. ICA 2007*. Springer. 2007, p. 430-437.
- [VAB09] E. VINCENT, S. ARAKI et P. BOFILL. « The 2008 Signal Separation Evaluation Campaign : A community-based approach to large-scale evaluation ». In : *Proc. ICA'09*. 2009, p. 734-741.
- [VBB14] C. VON LÜCKEN, B. BARÁN et C. BRIZUELA. « A survey on multi-objective evolutionary algorithms for many-objective problems ». In : *Computational optimization and applications* 58 (2014), p. 707-756.
- [Vu +21] O. VU THANH, M. PUIGT, F. YAHAYA, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « In situ calibration of cross-sensitive sensors in mobile sensor arrays using fast informed non-negative matrix factorization ». In : *Proc. IEEE ICASSP 2021*. Juin 2021.
- [WL10] F. WANG et P. LI. « Efficient nonnegative matrix factorization with random projections ». In : *Proc. SIAM ICDM'10*. SIAM. 2010, p. 281-292.
- [Wan+17] J. WANG, F. TIAN, C. H. LIU, H. YU, X. WANG et X. TANG. « Robust nonnegative matrix factorization with ordered structure constraints ». In : *Proc. IEEE IJCNN 2017*. IEEE. 2017, p. 478-485.

- [Wei+22] J. WEI, C. TONG, B. WU, Q. HE, S. QI, Y. YAO et Y. TENG. « An Entropy Weighted Nonnegative Matrix Factorization Algorithm for Feature Representation ». In : *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.* (2022).
- [WK19] P. I. WÓJCIK et M. KURDZIEL. « Training neural networks on high-dimensional data using random projection ». In : *Pattern Analysis and Applications 22.3* (2019), p. 1221-1231.
- [Yah21] F. YAHAYA. « Compressive informed (semi-)non-negative matrix factorization methods for incomplete and large-scale data, with application to mobile crowd-sensing data ». Thèse de doct. Université du Littoral Côte d’Opale, 2021.
- [Yah+18] F. YAHAYA, M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « Faster-than-fast NMF using random projections and Nesterov iterations ». In : *Proc. iTWIST’18*. 2018.
- [Yah+19a] F. YAHAYA, M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « Accélération de la factorisation pondérée en matrices non-négatives par projections aléatoires ». In : *Actes du GRETSI*. Lille, France, août 2019.
- [Yah+19b] F. YAHAYA, M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « How to Apply Random Projections to Nonnegative Matrix Factorization with Missing Entries? ». In : *Proc. EUSIPCO’19*. 2019.
- [Yah+20] F. YAHAYA, M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « Gaussian compression stream : principle and preliminary results ». In : *Proc. iTWIST 2020*. Nantes, France, déc. 2020.
- [Yah+21] F. YAHAYA, M. PUIGT, G. DELMAIRE et G. ROUSSEL. « Random Projection Streams for (Weighted) Nonnegative Matrix Factorization ». In : *Proceedings of the 46th IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP 2021)*. Toronto, Canada, juin 2021.
- [Ye+20] Z. YE, J. YANG, N. ZHONG, X. TU, J. JIA et J. WANG. « Tackling environmental challenges in pollution controls using artificial intelligence : A review ». In : *Science of the Total Environment* 699 (2020), p. 134279.
- [YR04] O. YILMAZ et S. RICKARD. « Blind separation of speech mixtures via time-frequency masking ». In : *IEEE Transactions on signal processing* 52.7 (2004), p. 1830-1847.
- [Zha+06] S. ZHANG, W. WANG, J. FORD et F. MAKEDON. « Learning from incomplete ratings using non-negative matrix factorization ». In : *Proc. SIAM ICDM’06*. SIAM. 2006, p. 549-553.
- [Zha+15] Z. ZHANG, Y. XU, J. YANG, X. LI et D. ZHANG. « A survey of sparse representation : algorithms and applications ». In : *IEEE access* 3 (2015), p. 490-530.
- [ZCX12] G. ZHOU, A. CICHOCKI et S. XIE. « Fast Nonnegative Matrix/Tensor Factorization Based on Low-Rank Approximation ». In : *IEEE Trans. Signal Process.* 60.6 (juin 2012), p. 2928-2940.
- [ZT12] T. ZHOU et D. TAO. « Bilateral random projections ». In : *Proc. IEEE ISIT 2012*. IEEE. 2012, p. 1286-1290.

- [ZH16] F. ZHU et P. HONEINE. « Biobjective Nonnegative Matrix Factorization : Linear Versus Kernel-Based Models ». In : *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 54.7 (2016), p. 4012-4022.